

用焦氏秤液体表面张力系数测量 实验报告

2411545 邱凯锐

2025. 5. 19

1 实验目的

- 1. 了解焦氏秤的结构、原理并学会正确使用。
- 2. 用拉脱法测定液体的表面张力系数。
- 3. 用最小二乘原理拟合直线

2 实验原理

将一表面洁净、宽度 L 、丝直径为 D 的“ Π ”形细金属丝竖直地浸于水中，然后将其徐徐拉出，形成双面膜，其与水分界面接触部分的周长约为 $2(L + D)$ ，因此，表面张力引起的拉力为：

$$f_{\alpha} = 2\alpha(L + D) \tag{1}$$

若将“ Π ”形丝悬挂于可测微小力的焦氏秤之上，则 f_{α} 可由拉膜过程中弹簧的伸长量 Δl 求出。

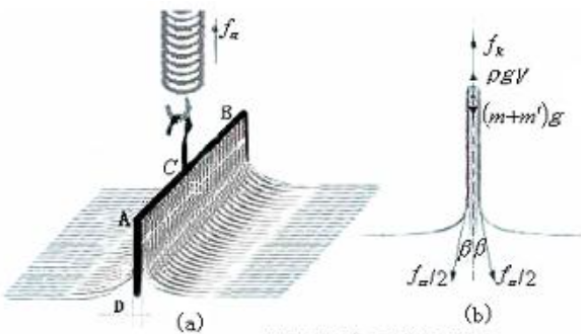


Figure 1: 拉膜过程和受力分析示意图

实验过程中，金属丝还受到如下诸力的作用：

- 1. 水膜自身的重力 $m'g$ 很小可忽略；
- 2. 金属丝仍处于水中的那部分体积所受到的浮力 $\rho g V$ ，因金属丝框的 V 很小，故也可以忽略不计；
- 3. 金属丝框受到大气压力的合力为零；
- 4. “ Π ”形丝本身的重力 mg ，可以通过调节系统至平衡位置消除其影响。

忽略上述作用力的影响后，弹簧的伸长就只取决于表面张力 f_α 在垂直方向的分量。设接触角为 β ，则该分量为： $f_\alpha \cos \beta$ 。显然，在弹簧伸长至 l 且使液膜刚刚破裂的瞬间，该分力应与弹簧的弹性恢复力相平衡，即：

$$\alpha = \frac{k\Delta l}{2(L + D) \cos \beta} \tag{2}$$

考虑到水与“Π”形金属丝接触角很小， $\beta \rightarrow 0$ ， $\cos \beta \rightarrow 1$ ；而且实际上 $L \gg D$ ；所以，式 (2) 可简化为：

$$\alpha = \frac{k\Delta l}{2L} \tag{3}$$

其中， $\Delta l = l - l_0$ 表示拉膜过程中弹簧的伸长量。可见，只要测得 k ， Δl 及 L ，即可由 (3) 式求出水的表面张力系数。

3 实验步骤

记录实验前和实验后的环境温度 θ_{e1} 和 θ_{e2} 。

3.1 测量弹簧的弹性系数 k

- (1) 组装并调节好焦氏秤，使得指示镜与指示筒不发生接触，且指示筒和指示镜的准线 E 、 F 和指示筒准线在指示镜中的像 E' 三线重合。
- (2) 用电子天平测量砝码的重量。
- (3) 向托盘中逐个增加砝码，每次增加完砝码后，重新将焦氏秤调节至三线重合的状态，记录砝码重量 m_i 和游标卡尺的示数 x_i 。

3.2 拉脱法测量水的表面张力系数

- (1) 用游标卡尺测量“Π”形丝的宽度 L ，测量完后用酒精灯灼烧“Π”形丝，去除其表面油污，然后将其悬挂在弹簧上。灼烧过的“Π”形丝应当用镊子夹持，避免手再次污染“Π”形丝，同时操作过程中应当小心“Π”形丝的遗失。
- (2) 调节焦氏秤，使得“Π”形丝恰好完全浸没在水中，且焦氏秤处于三线重合状态，记录下此时焦氏秤示数 l_0 。
- (3) 缓慢同时调节焦氏秤和物台的旋钮，且保持焦氏秤时刻处于三线重合的状态。将水膜缓慢拉动至刚好拉脱，记录下此时焦氏秤示数 l 。
- (4) 重复步骤 (2)、(3)，多次实验，并记录数据。

4 实验数据以及处理

实验室温度数据：

θ_{e1}	θ_{e2}	$\theta_e = (\theta_{e1} + \theta_{e2})/2$
298.15 K	298.15 K	298.15 K

4.1 测量弹簧的弹性系数 k

实验数据：
接着我们用最小二乘法得到 $m - x$ 曲线的斜率 a_1 ，进而得到弹簧的弹性系数 k ，并计算不确定度 u_k 。
斜率 a_1 与截距 a_0 ：

$$a_1 = \frac{\overline{m \cdot x} - \overline{m} \cdot \overline{x}}{\overline{x^2} - \overline{x}^2} = 1.1073$$

i	1	2	3	4	5	6
$m_i(\times 10^{-3} \text{ kg})$	1.00	2.01	3.04	4.08	5.11	6.11
$x_i(\times 10^{-2} \text{ m})$	6.75	7.66	8.59	9.5	10.46	11.37

$$a_0=\overline{m}-a_1\cdot\overline{x}=-6.4686$$

$$S_{xm}=\sum_{i=1}^6(x_i-\overline{x})(m_i-\overline{m})=16.6173$$

$$S_{xx}=\sum_{i=1}^6(x_i-\overline{x})^2=15.0066$$

$$S_{mm}=\sum_{i=1}^6(m_i-\overline{m})^2=18.4019$$

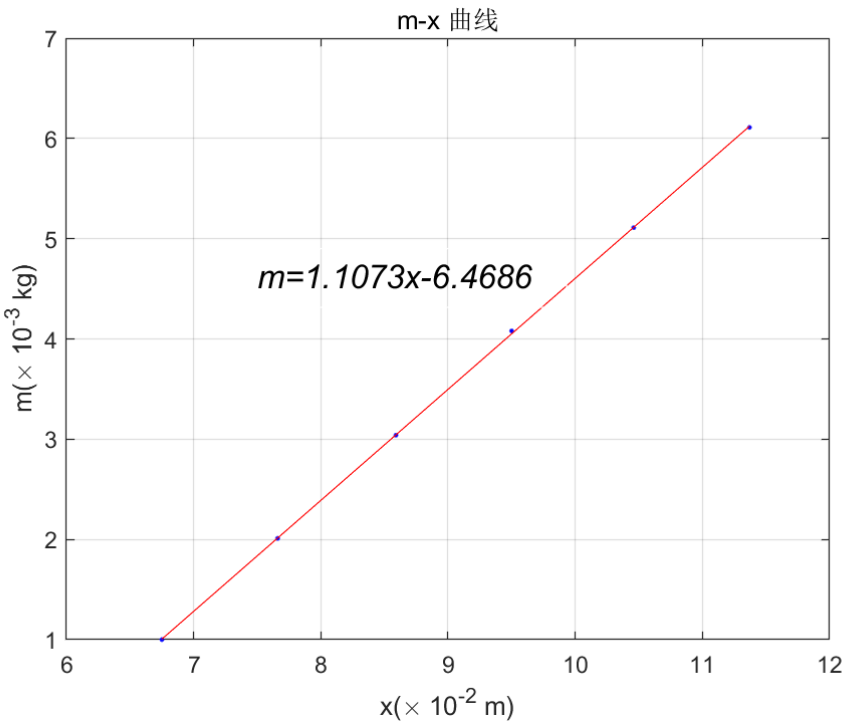
相关系数：

$$r_{xm}=\frac{S_{xm}}{\sqrt{S_{xx}S_{mm}}}=0.99997$$

不确定度：

$$u_{m_i}=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^6(m_i-a_0-a_1\cdot x_i)^2}{6-2}}=0.0162$$

$$u_{a_1}=\frac{u_{m_i}}{\sqrt{S_{xx}}}=0.0042$$



从而得到：

$$k=0.98a_1=1.0851\text{ N/m}\quad u_k=0.98u_{a_1}=0.0041\text{ N/m}$$

即： $k=1.0851\pm0.0041\text{ N/m}$ 。

4.2 拉脱法测量水的表面张力系数

“Π”形丝宽度 $L = 4.1980 \pm 0.0012\text{ cm}$
实验数据：

i	1	2	3	4
$l_0(\times 10^{-2}\text{ m})$	4.63	4.56	4.50	4.47
$l(\times 10^{-2}\text{ m})$	5.12	5.04	5.02	4.97
$\Delta l(\times 10^{-2}\text{ m})$	0.49	0.48	0.52	0.50
$\alpha(N/m)$	0.0633	0.0620	0.0672	0.0646

计算得到： $\overline{\Delta l} = 0.4975\text{ cm}$, $\overline{\alpha} = 0.0643\text{ N/m}$ 。

不确定度计算：

1. L 的不确定度：

$$u_L = \frac{2 \times 10^{-3}\text{ cm}}{\sqrt{3}} = 1.1547 \times 10^{-3}\text{ cm}$$

2. Δl 的不确定度：

$$\begin{aligned} S_{\Delta l_i} &= \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\Delta l_i - \overline{\Delta l})^2}{n-1}} = 0.0171 \\ S_{\overline{\Delta l}} &= \frac{S_{\Delta l_i}}{\sqrt{n}} = 0.0085 \\ u_{\Delta la} &= t(0.683, 3) S_{\Delta l} = 0.0102\text{ cm} \\ u_{\Delta lb} &= \sqrt{2} \times \frac{1 \times 10^{-2}\text{ cm}}{\sqrt{3}} = 8.1649 \times 10^{-3}\text{ cm} \\ u_{\Delta l} &= \sqrt{u_{\Delta la}^2 + u_{\Delta lb}^2} = 0.0131\text{ cm} \end{aligned}$$

3. α 不确定度：

$$u_\alpha = \overline{\alpha} \sqrt{\left(\frac{u_k}{k}\right)^2 + \left(\frac{u_L}{L}\right)^2 + \left(\frac{u_{\Delta l}}{\Delta l}\right)^2} = 0.0017\text{ N/m}$$

得到：

$$\alpha = \overline{\alpha} \pm u_\alpha = 0.0643 \pm 0.0017\text{ N/m}$$

5 误差分析和思考题

5.1 误差分析

由 θ_e 计算得到：

$$\alpha_\theta = B\tau^\mu(1 + b\tau) = 0.07197\text{ N/m}$$

相对误差：

$$E_\alpha = \frac{|\alpha - \alpha_0|}{\alpha_0} \times 100\% = 10.2\%$$

误差分析：

- (1) 拉脱法操作精细度要求较高，难以确保拉脱时焦氏秤三线完全重合。
- (2) ”Π”形丝的宽度并不均匀，两边存在一定程度的弯曲。
- (3) 在调节旋钮的过程中，弹簧存在微小振动。
- (4) 测量仪器精度有限。

5.2 思考题

1. 若“Π”形金属丝粘有油污（或用手摸过），则将会对测量结果带来什么影响？如仍采用式（3）进行计算，测量结果可能偏离真值的方向怎样？

若“Π”形金属丝粘有油污，会使液体对金属丝浸润性变差，削弱表面张力作用。测量时所测力偏小，如仍采用式（3）进行计算，测量结果会比真值偏小。

2. 焦利氏秤为什么能测量微小力？它所能测出的最小力是多少？

焦氏秤能测量微小力是因为其弹簧劲度系数小，受微小外力时有明显伸长量，且配备精确读数装置可准确测伸长量，再依据胡克定律计算外力。其所能测出的最小力由弹簧劲度系数和读数装置精度决定，如本实验的焦氏秤（最小分度值 $0.1mm$ ），最小力 $F_{min} = k \times 0.1 \times 10^{-3}N$ （ k 为弹簧劲度系数）。

3. 求 α_θ 的定值误差 E_{α_θ} 。

$$E_{\alpha_\theta} = |\alpha - \alpha_0| = 0.0077 \text{ N/m}$$

4. 试分析说明下列情况对测量结果的影响：

(1) 指示镜与指示管内壁相接触；

会产生摩擦力，使弹簧伸长量测量值偏小，导致测量的外力偏小，表面张力系数测量结果偏小。

(2) 确定拉膜前弹簧初始位置时 AB 未与水平面平齐；

会造成初始位置 l_0 测量错误，导致后续弹簧伸长量计算偏差，使表面张力系数测量结果可能偏大或偏小。

(3) 拉膜时“Π”形金属丝两端 A、B 不在同一水平面内；

使得水膜的周长大于 $2L$ ，导致表面张力系数的测量值大于实际值。

(4) 确定平衡位置时“Π”形丝两尖端接触玻璃皿底面。

玻璃皿底面支持力使弹簧受力改变，伸长量测量偏大，导致表面张力系数测量结果偏大。