# Урок 5.

1.) Т.к. известно среднее квадратическое отклонение генеральн. совок-ти, то использ-ем формулу с Z-критерием.

$$\bar{X} \pm Z_{a/2} \cdot \sigma / \sqrt{n} = 80 \pm \frac{1,96 \cdot \cancel{16}}{\cancel{\sqrt{256}}} = \left[\begin{matrix} 81,96 \\ 78,04 \end{matrix}\right.$$

$$a/2 = (1 - 0,95)/2 = 0,025$$

Ответ: доверительной интервал с надежностью 95% на отрезке [78,04; 81,96]

2.) Т.к. не известно среднее квадратическое отклонение генеральной совокупности, то используем t-критерий Стьюдента.

$$\bar{X} \pm t_{a/2} \cdot S / \sqrt{n} \approx 6,59 \pm \frac{2,262 \cdot 0,4508}{3,1623} \approx \left[\begin{matrix} 6,9125 \\ 6,2675 \end{matrix}\right.$$

Степень свободы $v = n - 1 = 9 \Rightarrow t_{a/2} = 2,262$

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}{n - 1} \approx 0,2032 \Rightarrow S \approx 0,4508$$

Использовал выше несмещенную оценку дисперсии, т.к. выборка очень мала.

$\sqrt{n} = \sqrt{10} \approx 3,1623$

Ответ: доверительный интервал с надежностью 95% на отрезке [6,2675; 6,9125]

3.) а) Формулируем гипотезы.

Нулевая гипотеза ($H_0$): шарики для подшипников имеют средн. размер 17 мм при изготовлении автоматическим станком

$(\mu = \mu_0)$

Альтернативная гипотеза (H1): средний диаметр шариков больше 17 мм при изготовлении данным автоматическим станком ($\mu > \mu_0$)

б) Для проверки гипотезы выбираю Z-критерий, т.к. по задаче известна дисперсия, а значит и среднее квадратич. отклонение генеральн. совокуп.

в) уровень значимости $\alpha = 5\% = 0,05$

г) $Z_T = Z_{0,95} = 1,645$

д) $Z_H = \dfrac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}} = \dfrac{17,5 - 17}{\sqrt{4} / \sqrt{100}} = \dfrac{0,5 \cdot 10}{2} = 2,5$

$\sigma^2 = 4$ кв. мм $\Rightarrow \sigma = 2$ мм

Вывод: т.к. $Z_H > Z_T$, то гипотеза $H_0$ не верна, на (P-значение 0,0062) уровне значимости 5%.

4. а) Нулевая гипотеза (H0): средний вес печенья 200г ($\mu = \mu_0$)

Альтернативная гипотеза (H1): средний вес печенья не равен 200г ($\mu \neq \mu_0$)

б) Беру t-критерий Стьюдента, т.к. не известно среднее квадратическое отклонение генеральной совокупности

в) уровень значимости $\alpha = 1\% = 0,01$

г) $t_T = 3,250 = t_{0,005}$

Степень свободы $v = n - 1 = 9$

д) Находим $\mu_0 = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} = \dfrac{1985}{10} = 198,5$

$S^2 = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}{n-1} = \dfrac{178,5}{9} \approx 19,8333 \Rightarrow S \approx 4,4535$

Используем несмещенную оценку дисперсии, т.к. выборка маленькая.

$t_H = \dfrac{\bar{x} - \mu_0}{S / \sqrt{n}} = \dfrac{200 - 198,5}{4,4535 / \sqrt{10}} \approx 1,0651$

Вывод: т.к. $t_H < t_T$, то гипотеза $H_0$ верна на уровне значимости 1%