TP7 - IFT2105

par Ilan Elbaz

8 juillet 2019

Le Problème de Correspondance de Post

Soit Σ un alphabet fini, et $P \subseteq \Sigma^* \times \Sigma^*$ un ensemble fini de dominos étiquetés par des mots sur l'alphabet Σ (des paires de mots, donc). Le Problème de Correspondance de Post (PCP), introduit par Emile Post en 1946, consiste à déterminer s'il existe une séquence de dominos de P tels que le mot obtenu par la concaténation des premières composantes est identique à celui formé par la concaténation des secondes composantes. Plus formellement, on cherche à déterminer l'existence d'une suite $(u_i, v_i)_{0 \leq i \leq n}$ telle que : $u_0 \cdot u_1 \cdots u_n = v_0 \cdot v_1 \cdots v_n$.

Montrez que le probleme PCP est décidable sur l'alphabet $\Sigma = \{1\}$

Reconnaissabilité de L et $\bar{L}$

Un état q d'une machine de Turing est utile s'il existe un mot d'entrée $w \in \Sigma^*$ sur lequel le calcul de la machine passe par l'état q . Considérez le langage:

$$L = \{\langle M \rangle : M \text{ possède un état inutile}\}$$

$\overline{L}$ est il reconnaissable?

Montrez que $FINI_{MT}$ est indécidable

$$FINI_{MT} = \{\langle M \rangle | M \text{ est une MT et } L(M) \in FINI\}$$

Montrez que T est indécidable

$$T = \{\langle M \rangle \mid M \text{ est une MT qui accepte } w^R \text{ quand elle accepte } w\}$$

Montrez avec Rice que T est indécidable

$$T = \{\langle M \rangle | M \text{ accepte tout les mot } w \in \{0,1\}^* \text{ de longueur pair}\}$$

Montrez que L est indécidable

Considérez le problème de déterminer si une machine de Turing M sur entrée w essaie, à un moment ou à un autre de son exécution, de déplacer sa tête de lecture à gauche alors qu'elle est située sur la case la plus à gauche du ruban. Formulez ce problème en forme de langage L et montrez qu'il est indécidable.

Problèmes dans NP ou dans P? justifiez

1.
   - Données : Un graphe $G = (V, E)$
   - Question : Existe-t-il un cycle de longueur égale à $\left\lfloor \frac{|V|}{2} \right\rfloor$?
2.
   - Données : Un graphe $G = (V, E)$
   - Question : Existe-t-il un cycle de longueur égale à 4?
3.
   - Données : Un graphe $G = (V, E)$, deux sommets u et v distincts de G et un entier k.
   - Question : Existe-t-il un simple chemin entre u et v de longueur inférieure ou égale à k ?

Le language $\frac{n}{2}$CLIQUE est constitué des graphes G qui contiennent une clique de taille au moins $\mid V(G) \mid /2$.

$$\frac{n}{2} - CLIQUE := \left\{ \langle G \rangle \mid G \ a \ une \ \frac{|V(G)|}{2} - CLIQUE \right\}$$

$\frac{n}{2} - CLIQUE \in NP$