

IFT2105 : Devoir 2

Valeur de 10% de la note finale

À remettre le 26 juin 2019

1. (4 points) Une formule de logique propositionnelle est construite à partir de variables booléennes (v_1, v_2, \dots, v_n) et des connecteurs logiques \neg, \vee et \wedge , ainsi que de parenthèses. Par exemple, " $(v_1 \wedge (\neg v_1 \vee \neg v_2))$ " est une formule de logique propositionnelle. Elle est satisfaite si on donne à v_1 et v_2 les valeurs "vrai" et "faux" respectivement.

En logique propositionnelle, un littéral est une variable (v_i) ou la négation d'une variable ($\neg v_i$). Une clause disjonctive est une formule de la forme $x_1 \vee x_2 \vee \dots \vee x_n$, où chaque x_i est un littéral. Par exemple, " $v_2 \vee \neg v_3$ " est une clause disjonctive.

Une formule de logique propositionnelle est dite en forme 3-CNF si elle est formée de clauses disjonctives contenant chacune trois littéraux, reliées par des " \wedge ". Par exemple, " $(v_2 \vee \neg v_3 \vee v_1) \wedge (\neg v_2 \vee v_4 \vee v_3)$ " est une formule en forme 3-CNF.

Donnez une grammaire hors-contexte qui produit toutes les formules de logique propositionnelle en forme 3-CNF qui utilisent les variables v_1, v_2, v_3, v_4 .

2. (3 x 5 points)
 - (a) En utilisant les AFD, montrez que tout langage fini est régulier.
 - (b) En utilisant les AFD, montrez que tout langage régulier est hors-contexte.
 - (c) En utilisant les AFD, montrez que tout langage régulier est décidable par une machine de Turing.
3. (4 points) Donnez la description d'un automate à pile non-déterministe qui reconnaît le langage $L_5 = \{c^i b^j a^k : i = j \text{ ou } j = k\}$.

4. (7 points) Utilisez l'algorithme vu en classe pour obtenir une grammaire hors-contexte en forme normale de Chomsky ayant le même langage que la grammaire suivante :

$$G = (\{S, A, B, C\}, \{a, b, c\}, R, S) \text{ où}$$

$$R = \{S \rightarrow CC \mid CSCA \mid Scb,$$

$$A \rightarrow CB \mid ABb,$$

$$B \rightarrow C \mid aaa \mid c,$$

$$C \rightarrow bc \mid a \mid \epsilon\}$$

5. (4 x 4 points) Pour chacun des langages suivants, dites s'il est hors-contexte ou non. Si oui, justifiez brièvement votre réponse. Si non, prouvez-le.

- (a) $L_1 = \{w \in \{0, 1\}^* : w = w^R \text{ et } |w|_0 \equiv 0 \pmod{3}\}$
- (b) $L_2 = \{w \in \{a, b, c\}^* : w_{ab} = w_{ba}\}$
- (c) $L_3 = \{(s1)^n(1s)^m(s1)^n : n, m \in \mathbb{N}, m = 2n\}$
- (d) $L_4 = \{a^i b^j c^k : i + j = k\}$

6. (5 points) Écrivez le code d'une machine de Turing qui prend en entrée un mot $w \in \{0, 1\}^*$ et accepte avec, sur le ruban, la suite de caractères " $w\#w$ ".

7. (3 points) Donnez un AFD ayant le même langage que l'AFN suivant.

