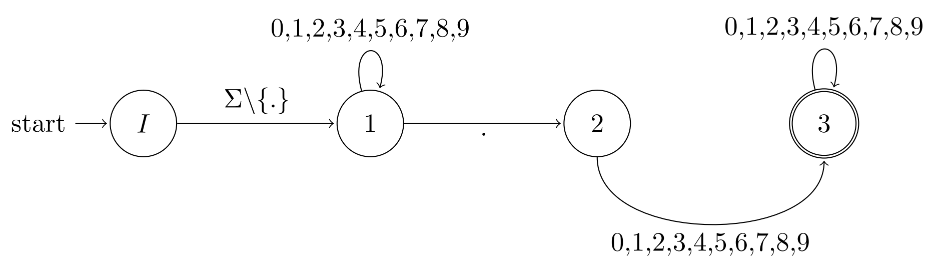
TP2-IFT2105

par Ilan Elbaz

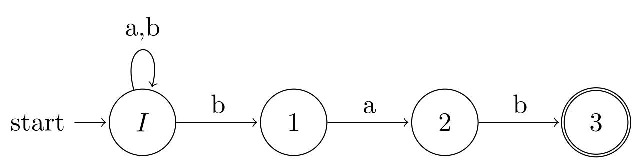
27 mai 2019

1. Construire un automate qui reconnaît les nombres réels écrit sous forme décimale avec les symboles : $\{+, -, ., 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$.

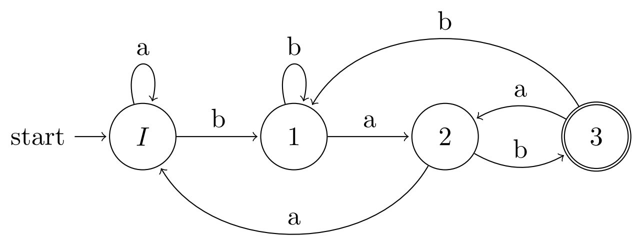
Soit $\Sigma = \{+, -, ., 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$



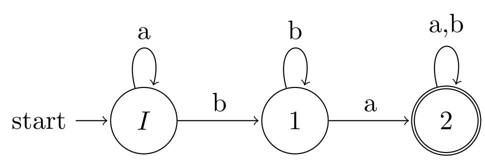
2. Soit l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Construire un automate non déterministe reconnaissant les mots se terminant par bab.



3. Transformez l'automate précédent en automate déterministe.



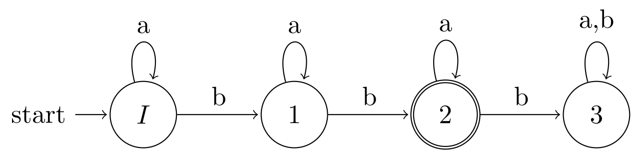
4. Donner une expression régulière et le langage reconnu par l'automate suivant.



M1

$L_1 = \{w \mid w = x \cdot ba \cdot y,\ x \text{ et } y \in \{a,b\}^*\}$
$ER_1 = (a+b)^*ba(a+b)^*$

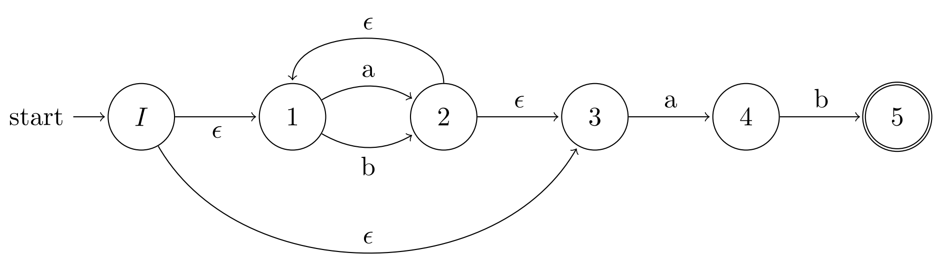
5. Donner une expression régulière et le langage reconnu par l'automate suivant.



M2

$L_2 = \{w \mid w = x \cdot b \cdot y \cdot b \cdot z;\ x, y, z \in \{a\}^*\}$
$ER_2 = a^*ba^*ba^*$

6. Donnez la description formelle, le langage ainsi que l'expression régulière de l'automate suivant:



M1

Soit $M_1 = (Q, \Sigma, \delta, s, F)$ défini par :

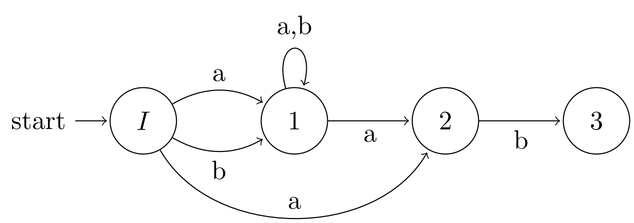
- $Q = \{I, 1, 2, 3, 4, 5\}$;
- $\Sigma = \{a, b\}$;
- δ est donné par la table de transition suivante:

	a	b	ϵ
I			{1,3}
1	2	2	
2			{1,3}
3	4		
4		5	
5			

- $s = I$;
- $F = \{5\}$;

Le langage reconnu par M_1 est $L = \{w \mid w = x \cdot ab,\, x \in \Sigma^*\}$
L'expression régulière associé a L est $(a+b)^*ab$

7. Donnez M_2 l'automate équivalent et simplifé d'M_1 (sans les transitions ϵ):



M2

8. Pour chacune des expressions régulières ci dessous donner et décrire le langage associé.

On assume que les languages suivants sont définit sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$

1. $(abb)^* = \{w \mid w = x_1 \cdots x_n,\, x_i \in \{abb, \epsilon\}\}$.
   Le langage est composé des mots correspondant a n concaténation de la chaîne "abb" .
2. $(a+bb)^+ = \{w \mid w = x_0 \cdots x_n, x_i \in \{a, bb\}\, \forall i \in \mathbb{N}, |w| > 0\}$
   Le langage est composé des mots de taille positive dont les b apparaissent par paires.

3. $a^*baba^+b^4 = \{w \mid w = x \cdot baba \cdot y \cdot bbbb\,;\, x, y \in \{a\}^*\}$
   Le langage composé des mots avec ”baba” et se terminant par ”bbbb”.

4. $b^*(a + bb^+)^*b^* = \{w \mid w \text{ ne contient pas } aba\}$
   Le langage composé des mots ne contenant pas ”aba”.

5. $baba(aa + bb + \epsilon)^4 baba = \{w = baba \cdot x_1x_2x_3x_4 \cdot baba \mid x_i \in \{aa, bb, \epsilon\} \forall i \in \{1, 2, 3, 4\}\}$
   Le langage composé des mots commençants et finissants par ”baba”, avec au milieu jusqu'à répetition des chaines ”aa” et ”bb”.

9. Donnez une expression régulière qui accepte chacun des langages suivants (définis sur l'alphabet $\Sigma = \{0, 1\}$)

1. Toutes les chaînes qui commencent par 10 et se terminent par 01.
   $10(0 + 1)^*01$

2. Toutes les chaînes dont le 4ème symbole, compté à partir de la fin de la chaîne, est un 0.
   $(0 + 1)^*0(0 + 1)(0 + 1)(0 + 1)$

3. Ensemble de toutes les chaînes dans lesquelles chaque paire de 0 apparaît devant une paire de 1.
   $(1 + 01 + 0011)^*(0 + \epsilon)$

4. Ensemble de toutes les chaînes ne contenant pas 101
   $0^*(1 + 00^+)^*0^*$

5. Tous les nombres binaires divisibles par 4.
   $(0 + 1)^*00 + 0$

10. Définissez la grammaire qui reconnait les dates de type jj/mm/aa

$$
\begin{gathered}
DATE \to J/M/A \\
J \to 0U \mid DC \mid 30 \mid 31 \\
M \to 0U \mid 10 \mid 11 \mid 12 \\
A \to CC \\
U \to 1|2|3|4|5|6|7|8|9 \\
C \to 0|U \\
D \to 1|2
\end{gathered}
$$

11. Montrez que $L \in HC$ sur $\Sigma = \{a, b\}$

$$L = \{w \mid w \text{ est de longueur impaire avec } a \text{ au milieu}\}$$

On donne une grammaire qui génère tous les mots de L.

$$S \rightarrow a \mid aSa \mid aSb \mid bSa \mid bSb$$

Les quatre dernières règles génèrent toutes les chaînes de longueur paire. L première règle rend la longueur impaire en écrivant un a au milieu.

12. Soit G la grammaire suivante donné la dérivation du mot $001 * b$

$$\begin{gathered} S \rightarrow M * M \\ M \rightarrow a \mid b \mid N \\ N \rightarrow 0N \mid 1 \mid \epsilon \end{gathered}$$

Dérivation du mot $001 * b$

$$\begin{aligned} S &\Rightarrow M * M \\ &\Rightarrow N * M \\ &\Rightarrow 0N * M \\ &\Rightarrow 00N * M \\ &\Rightarrow 001 * M \\ &\Rightarrow 001 * b \end{aligned}$$

13. Montrez que $L \in HC$ sur $\Sigma = \{0, 1\}$

$$L = \{w \mid w \text{ commence et finit avec le même symbole}\}$$

Pour montrer que $L \in HC$, on donne une grammaire hors contexte qui génère ce langage.

$$\begin{gathered} S \rightarrow 0R0 \mid 1R1 \mid 0 \mid 1 \mid \epsilon \\ R \rightarrow 0R \mid 1R \mid \epsilon \end{gathered}$$

La règle S force les mots de la grammaire à commencer et terminer avec la même lettre. R quand à elle génère tous les mots binaires.

14. Montrez que $L \in HC$ sur $\Sigma = \{a, b\}$

$$L = \{w \mid |w|_a = |w|_b\}$$

$$S \to aSbS \mid bSaS \mid \epsilon$$

15. Montrez que $L \in HC$ sur $\Sigma = \{a, b\}$

$$L = \{xy \mid |x| = |y| \text{ et } x \neq y\}$$

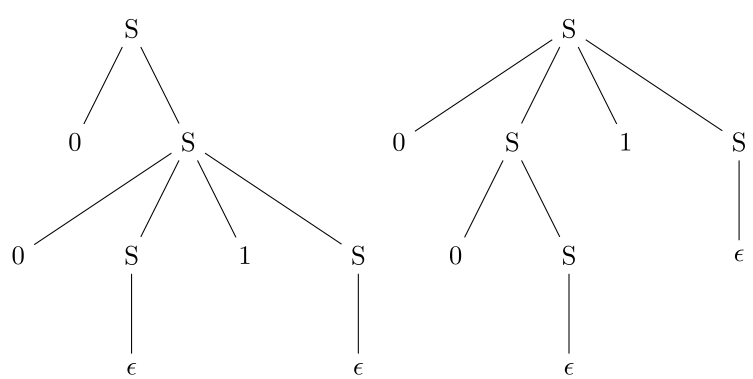
On a que les mots de ce langage sont de la forme $\{a,b\}^i a \{a,b\}^j \{a,b\}^i b \{a,b\}^j$ ce qui est équivalent à $\{a,b\}^i a \{a,b\}^i \{a,b\}^j b \{a,b\}^j$

$$\begin{array}{c} S \to AB \mid BA \\ A \to XAX \mid a \\ B \to XBX \mid b \\ X \to a \mid b \end{array}$$

16. Soit H la grammaire suivante. En construisant deux arbres distincts pour le mot $w = 001$, montrer que G est ambiguë.

$$S \to 0S \mid 0S1S \mid \epsilon$$

Dérivations possibles pour le mot 001:



Étant donné qu'il y a deux arbres de dérivation distincts pour le mot w = 001. On conclu que la grammaire est ambiguë.