

IFT2105-A19 : Devoir 3

À remettre le mardi 5 novembre à 9h30, en main propre. Vous pouvez travailler seuls ou en équipes de deux.

Problème 1

Soit G la grammaire suivante sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$:

$$S \rightarrow SS \mid \varepsilon \mid aSaSb \mid aSbSa \mid bSaSa$$

- (a) (5 points) Montrez que G est une grammaire ambiguë.
- (b) (5 points) Montrez que $L(G) = \{w \mid |w|_a = 2|w|_b\}$.
- (c) (5 points) Utilisez l'algorithme vu en cours pour transformer cette grammaire en forme normale de Chomsky.

Problème 2

(5 points)

Donnez une grammaire hors-contexte sur l'alphabet $\{\lambda, ., (,), x, y, z, \sqcup\}$ (où \sqcup représente une espace) qui engendre les λ -expressions valides sur les variables x, y, z .

Problème 3

Déterminez si les langages suivants sont hors-contexte ou non et prouvez votre réponse :

- (a) (5 points) $L = \{a^i b^j c^k \mid ij = k\}$
- (b) (5 points) $L = \{a^i b^j c^k \mid i + j = k\}$
- (c) (5 points) $L = \{w_1 \# w_2 \# \dots \# w_k \mid \forall i, w_i \in \{a, b\}^*, k \geq 2 \text{ et } \exists i, j \text{ avec } i \neq j \text{ et } w_i = w_j\}$ sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, \#\}$.
- (d) (10 points BONUS) $L = \{a^i b^j \mid \text{pgcd}(i, j) = 1\}$