IFT2105-A19 : Devoir 4

À remettre le mercredi 20 novembre à 13h30, en main propre. Vous pouvez travailler seuls ou en équipes de deux.

Problème 1

(*10 points*)

Soit L le langage suivant :

$L = \{\langle C_1, C_2\rangle \mid\ C_1$ et C_2 sont des circuits booléens à n inputs et m outputs qui ne sont pas équivalents$\}$.

(Deux circuits booléens sont équivalents s'ils calculent la même fonction.) Montrez que L est NP-complet.

Problème 2

Montrez que

(a) (*5 points*) NP est fermé sous l'intersection

(b) (*5 points*) P est fermé sous l'étoile

Problème 3

(*10 points*)

Soit

SATkfois $= \{\langle C, k\rangle \mid k \in \mathbb{N},\ C$ est un circuit avec au moins k assignations distinctes qui le satisfont$\}$.

(a) Montrez que SATkfois est NP-difficile.

(b) Expliquez pourquoi SATkfois n'est probablement pas dans NP.

(c) Montrez que
SATkfois$' = \{\langle C, 1^k\rangle \mid k \in \mathbb{N},\ C$ est un circuit avec au moins k assignations distinctes qui le satisfont$\}$
est NP-complet.

Problème 4

(*10 points*)

Supposons que l'on dispose d'une machine de Turing avec la propriété magique suivante : quand sa tête de lecture se trouve sur la première case de l'encodage d'un graphe et qu'elle est dans l'état magique $q_?$, elle peut, en une seule étape de calcul, déterminer si ce graphe est 3-coloriable ou pas (en allant à l'état q_{oui} ou q_{non} dépendant de la réponse). Montrez comment programmer cette machine pour produire un 3-coloriage valide étant donné un graphe 3-coloriable arbitraire.