

## IFT2105-A19 : Devoir 2

*À remettre le mardi 8 octobre à 9h30, soit sur StudiUM, soit en main propre. Vous pouvez travailler seuls ou en équipes de deux.*

### Problème 1

(20 points)

Soient  $\Sigma$  et  $\Gamma$  deux alphabets, et soit  $f : \Sigma \rightarrow \Gamma^*$  une fonction quelconque de  $\Sigma$  vers les mots sur  $\Gamma$ . Pour tout mot  $w = l_1 \dots l_n$  sur alphabet  $\Sigma$ , on peut définir  $f(w)$  comme  $f(w) = f(l_1) \dots f(l_n)$ , et pour tout langage  $L$  sur  $\Sigma$ ,

$$L_f = \{f(w) \mid w \in L\}.$$

Montrez que si  $L$  est régulier, alors  $L_f$  est régulier.

### Problème 2

(20 points)

Montrez que  $L = \{w \in \{a, \dots, z, \sqcup\}^* \mid w \text{ contient un nombre pair de mots}\}$  est régulier. ( $\sqcup$  représente un espace.)

### Problème 3

(20 points)

Montrez que  $L = \{w \in \{0\}^* \mid |w| \text{ est un nombre de Fibonacci}\}$  n'est pas régulier.

### Problème 4

(20 points)

Montrez que  $L = \{w \in \{0, 1\}^* \mid |w| \text{ est divisible par } 3\}$  ne peut pas être reconnu par un AFD à deux états ou moins.

### Problème 5

(20 points)

Montrez que  $L = \{w \in \{0, \dots, 9\}^* \mid w > A(10, 10)\}$  est régulier. Ici,  $A(\cdot, \cdot)$  dénote la fonction d'Ackermann, et on interprète  $w$  comme un nombre entier.