

IFT2105 : Devoir 1

Valeur de 10% de la note finale

À remettre le 29 mai 2019

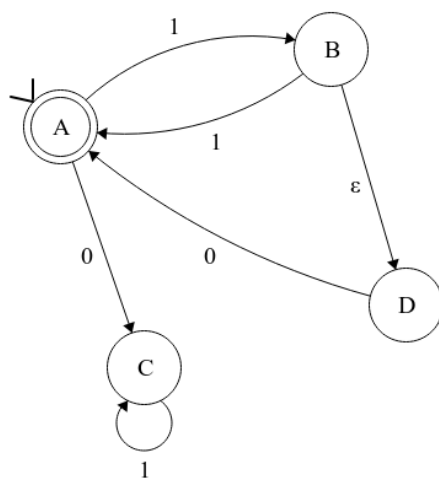
1. (1 point) Voici un problème souvent rencontré dans la vraie vie (de scientifique) : Est-ce qu'une matrice est inversible ? Formulez ce problème comme un problème de langage.
2. (3 points) Prouvez le lemme 1 :
Soit $M = (Q, \Sigma, \delta, s, F)$ un AFD et soient $x, y \in \Sigma^*$, $q \in Q$.
Alors $\hat{\delta}(q, xy) = \hat{\delta}(\hat{\delta}(q, x), y)$.
3. (4 points) Montrez que $\mathcal{L}_{\mathcal{REG}}$ est fermée sous XOR.
4. (5 x 5 points) Pour chacun des langages suivants, dites s'il est régulier ou non et **justifiez** votre réponse.
 - (a) $L_1 = \{w \in \{b, o, t\}^* : toto \in w\}$
 - (b) $L_2 = \{w \in \{a, b\}^* : |w|_a \equiv 3 \pmod{4} \text{ et } \exists u \in \Sigma^* : w = ub\}$
 - (c) $L_3 = \{w \in \{x, y\}^* : |w|_x = 2 * |w|_y + 10\}$
 - (d) $L_4 = \{w \in \{0, 1\}^* : |w|_{01} = |w|_{10}\}$
 - (e) $L_5 = \{0^k : k \in \mathbb{N} \text{ est un nombre premier}\} \subseteq \{0, 1, 2\}^*$
5. (3 x 3 points) Pour chacun des langages suivants sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$, donnez une expression régulière qui le génère.
 - (a) $L_6 = \{w \in \Sigma^* : |w| \leq 5 \text{ et } w \text{ finit par } b\}$
 - (b) $L_7 = \{w \in \Sigma^* : w \text{ commence et finit par la même lettre}\}$
 - (c) $L_8 = \Sigma^* \setminus \{a^n b^m : n, m \in \mathbb{N}_{\geq 0}\}$

6. (2 pts) Donnez le langage de l'expression régulière suivante :

$$\epsilon + 1 + ((\epsilon + 1)^2 \cdot 0 + 111 \cdot \Sigma) \cdot \Sigma^*$$

7. (2 x 3 points) Donnez la description formelle et le langage de chacun de ces automates :

(a) L'AFN M_1 :



(b) L'AFD M_2 :

