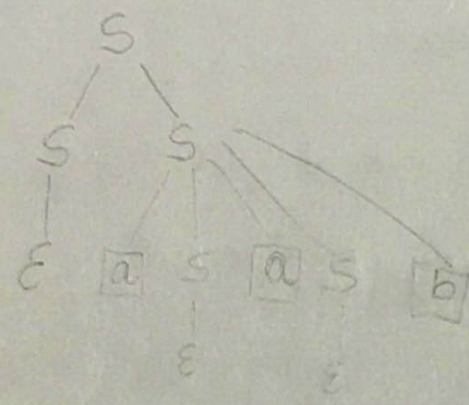


①

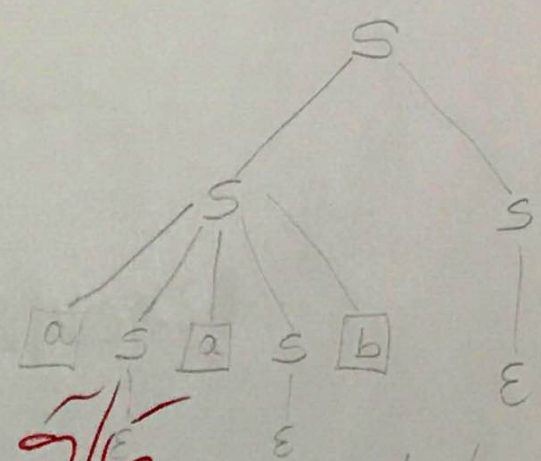
Devoir 3 ~~2/5~~ A19

Q Soit un $w \in G$, $w = aab$ il ya plus d'une derivation possible.



derivation à gauche

W



5/5
derivation à droite

b $L(G) = \{w \mid |w|_a = 2|w|_b\}$

M.O. $L \subseteq L(G)$

Soit $w \in L$ $|w|_b = 2n$ alors $|w|_a = n$
Pour $n=0$

$$S \Rightarrow \epsilon = w$$

$|w|_a = 0$ et $2|w|_b = 2 \cdot 0 = 0$ donc $w \in L(G)$

Pour $n > 0$ supposons que

$\forall \beta \in L, |\beta| < n: S \xRightarrow{*} \beta$

1. $w = a\beta a\beta b$
 $S \Rightarrow aSaSb$
 $\Rightarrow a\beta a\beta b$
 $= w$

2. $w = a\beta b\beta a$
 $S \Rightarrow aSbSa$
 $\Rightarrow a\beta b\beta a$
 $= w$

3. $w = b\beta a\beta a$
 $S \Rightarrow bSaSa$
 $\Rightarrow b\beta a\beta a$
 $= w$

4. $w = \beta\beta$
 $S \Rightarrow SS$
 $\Rightarrow \beta\beta$
 $= w$

β contiennent chacun un mot $\in L$

Il reste à montrer $L(G) \subseteq L$! - !

$$S \rightarrow SS | \epsilon | aSaSb | aSbSa | bSaSa$$

① Ajouter nouvelle variable

$$\begin{aligned} S_0 &\rightarrow S \\ S &\rightarrow SS | \epsilon | aSaSb | aSbSa | bSaSa \end{aligned}$$

② Eliminer le reds nom-terminer

$$\begin{aligned} S_0 &\rightarrow S \\ S &\rightarrow SS | \epsilon | N_a S N_a S N_b | N_a S N_b S N_a | N_b S N_b S N_a \\ N_a &\rightarrow a \\ N_b &\rightarrow b \end{aligned}$$

③ Eliminer les règles à plus de deux sym

$$\begin{aligned} S_0 &\rightarrow S \\ S &\rightarrow SS | \epsilon | M N_b | M H N_b | H M N_a \\ M &\rightarrow N_a S \\ H &\rightarrow N_b S \\ N_a &\rightarrow a \\ N_b &\rightarrow b \end{aligned}$$

(5)

$$\begin{aligned} S_0 &\rightarrow S \\ S &\rightarrow SS | \epsilon | D N_b | L N_a | H K \\ D &\rightarrow M M \\ L &\rightarrow M H \\ K &\rightarrow M N_a \\ M &\rightarrow N_a S \\ H &\rightarrow N_b S \\ N_a &\rightarrow a \\ N_b &\rightarrow b \end{aligned}$$

Handwritten signature in red ink.

Handwritten signature in blue ink.

④ Eliminer les règles $A \rightarrow \epsilon$

$$S_0 \rightarrow S$$

$$S \rightarrow SS | DN_b | LN_a | HK$$

$$D \rightarrow MM$$

$$L \rightarrow MH$$

$$K \rightarrow MN_a$$

$$M \rightarrow N_a S | N_a$$

$$H \rightarrow N_b S | N_b$$

$$N_a \rightarrow a$$

$$N_b \rightarrow b$$

⑤ Eliminer les règles $A \rightarrow B$

$$S_0 \rightarrow SS | DN_b | LN_a | HK$$

$$D \rightarrow MM$$

$$L \rightarrow MH$$

$$K \rightarrow MN_a$$

$$M \rightarrow N_a S | a$$

$$H \rightarrow N_b S | b$$

$$N_a \rightarrow a$$

$$N_b \rightarrow b$$

S/S

F12 (R)

$$(b) L = \{a^i b^j c^k \mid i+j=k\}$$

$$G(V, E, R, S) \quad V = \{S, X\} \quad \Sigma = \{a, b, c\}$$

$$S \rightarrow aSc \mid \lambda$$

$$X \rightarrow bXc \mid \epsilon$$

un grammaire qui génère le langage donc $L \in HC$ ■

(c)

0/5