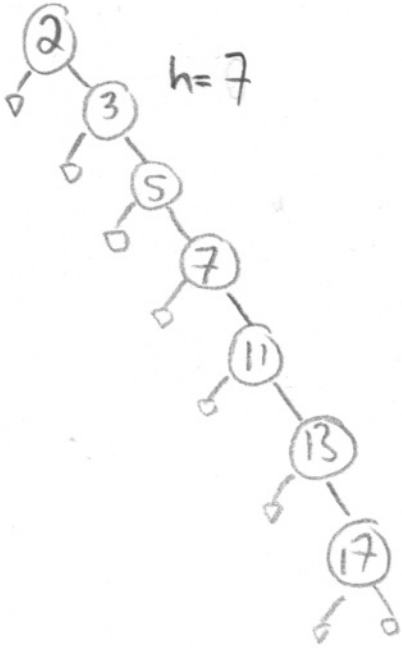
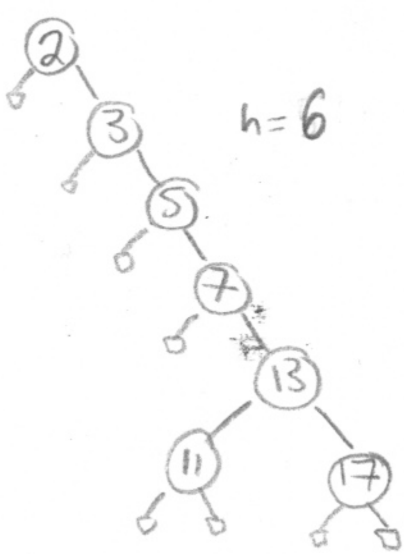
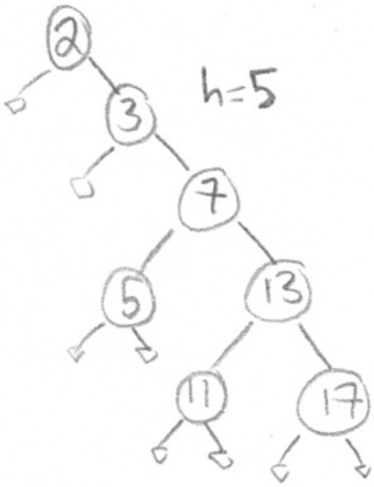
II .1



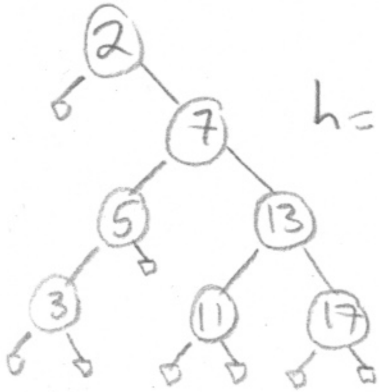
h=7



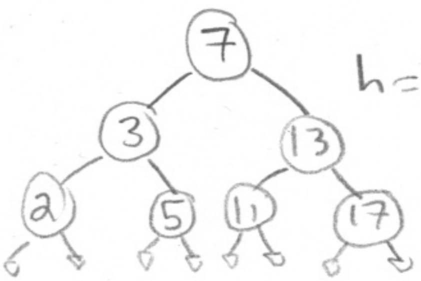
h=6



h=5



h=4



h=3

II.2 a) → 210, 901, 270, 280, 450, 803, 460, 444

Comme on cherche 444, il faudrait aller dans le sous-arbre gauche de 450

→ 935, 278, 347, 621, 299, 392, 358, 444

impossible qu'une valeur plus petite que 347 se trouve dans son sous-arbre droit

b) parcours(A[0..n-1]):

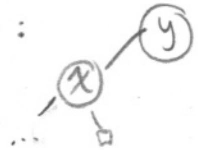
```
target = A[n-1]
max = +inf
min = -inf
if A[0] < target:
|  min = A[0]
else:
|  max = A[0]
for(i=0; i<n-1; i++):
|   if A[i] > max || A[i] < min:
|   |  return false
|   if A[i] < target:
|   |  min = A[i]
|   else:
|   |  max = A[i]
return true
```

II.2 b) (suite) tri(A[0..n-1]) :

```
target = A[n-1]
lo = 0
hi = n-1
T[0..n-1]
for (i = 0; i < n; i++):
    if A[i] < target:
        T[lo] = A[i]
        lo ++
    else:
        T[hi] = A[i]
        hi --
return T
```

II.4 Si x.right = null, deux possibilités :

- y est le parent de x :



- le sous-arbre qui contient x est l'enfant gauche de y :

Dans les deux cas, x est la valeur maximale du sous-arbre gauche de y. Donc y.left existe nécessairement (c'est ce sous-arbre).

Si x.right ≠ null, la prochaine valeur dans le parcours infixe provient donc du sous-arbre droit de x. Si y.left existait, le successeur de x ne serait pas y mais bien le noeud le plus à gauche du sous-arbre gauche de y. Comme y est le successeur de x, y.left = null. □

II.3 (non récursif)

```
zip(x, y):
  p = x
  if p == null:
  | return y
  while p.right != null:
  | p = p.right
  if p == x:
  | x.right = y
  | return x
  p.parent.right = p.left
  p.left = x
  p.right = y
  return p
```

I.3 a)

```
pathlength(x, d):
    if x == null:
        return 0
    return d + pathlength(x.left, d+1) + pathlength(x.right, d+1)
```

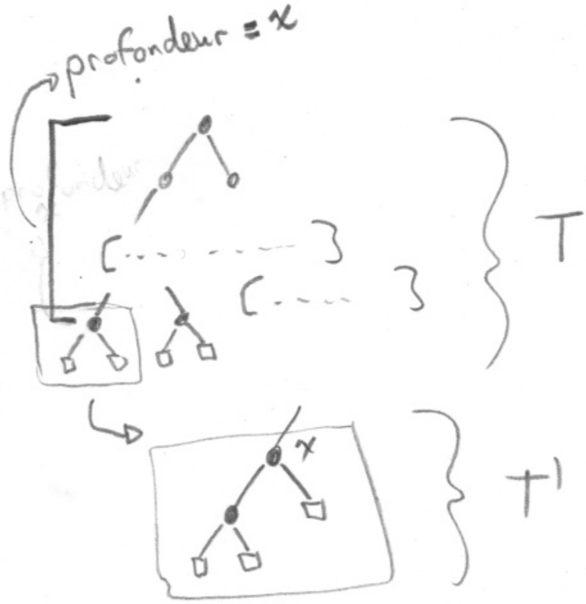
b) M. Q. $E(T) = P(T) + 2n$ pour tout arbre avec n noeuds internes.

Cas de base : $n=1$:

$E(T) = 2$
$P(T) = 0$
$\Big\}$ $E(T) = P(T) + 2n$ (Hypothèse d'induction)

Cas inductif: $n+1$

T := AB à n noeuds
T': T après insertion ($n+1$ noeuds).



$P(T') = P(T) + x + 1$

$E(T') = E(T) + 1 + x + 2 = E(T) + x + 3$

$E(T') = P(T) + 2n + x + 3$

$E(T') = P(T') + 2n + 2$

$E(T') = P(T') + 2(n+1)$ $\square$