UNIVERSIDADE do MINHO

Departamento de Produção e Sistemas MIEI – Modelos Estocásticos de Investigação Operacional, 2016/17

Processos Estocásticos

(Exercício referente à FICHA de AVALIAÇÃO Nº 1)

Resolva o problema seguinte, tendo em conta os dados indicados em rodapé $^{(*)}$.

Um fabricante tem uma máquina que, quando está operacional no início de um dia, tem uma probabilidade de 0,11+0,02*d₁ de avariar a qualquer momento durante o dia. Quando isso acontece, a reparação é feita no dia seguinte e concluída no final desse dia.

- a) Formule a evolução do estado da máquina como uma cadeia de Markov, identificando os três estados possíveis da máquina no final de cada dia e construindo a matriz de transição.
- b) Determine o primeiro tempo de passagem esperado do estado i para o estado j, para todos os i e j. Utilize estes resultados para identificar o número esperado de dias completos em que a máquina permanecerá operacional até à próxima avaria após a conclusão da última reparação efetuada.
- c) Suponha que, neste momento, já passaram 10+d₂ dias completos de operação ininterrupta desde que a máquina foi reparada pela última vez. Neste caso, qual é o número esperado de dias completos em que a máquina permanecerá ainda operacional antes que avarie novamente? Compare e explique a diferença entre este número e o resultado equivalente determinado na alínea anterior (i.e., número esperado de dias até nova avaria quando a reparação tinha acabado de ser concluída).
- d) Classifique os estados identificados de acordo com a sua gravidade em termos de custos de produção (ignorar o custo das reparações): qual estado é provável que seja o mais caro? E o menos oneroso? Porquê?
- e) Se os custos de estar nos estados definidos são 1.000 € (menos oneroso), 2.000 € (intermediário) e 6.000 € (mais caro), de acordo com sua classificação, qual é o custo médio esperado a longo prazo por dia?

 d_{I} = penúltimo dígito

 $d_2 = \underline{\text{último}} \text{ dígito}$

 $(exemplo, n^o = 12345)$

(no exemplo, $d_1 = 4$)

(no exemplo, $d_2 = 5$)

^(*) Determine os valores numéricos das letras a partir do seu número mecanográfico: