

$$1) a) \text{cond}(A) = \|A\| \cdot \|\tilde{A}\|$$

np.linalg.inv(A)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 10^{-4} & 0 & 10^{-4} \end{bmatrix}; \quad A^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 20000 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -10000 \end{bmatrix}$$

$$\text{cond}(A) = \left\| \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 10^{-4} & 0 & 10^{-4} \end{bmatrix} \right\|_{\infty} \cdot \left\| \begin{bmatrix} -1 & 0 & 20000 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -10000 \end{bmatrix} \right\|_{\infty} = 3 \cdot 20001 = \underline{\underline{60003}}$$

$$b) \text{Ans: } \text{cond}(A) = 60003 \text{ folgt:}$$

$$60003 \cdot \frac{\|b - \tilde{b}\|_{\infty}}{\|b\|_{\infty}} \leq 1.01 \Leftrightarrow \|b\|_{\infty} \neq 0$$

$$\Rightarrow 60003 \cdot \frac{\left\| \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ \varepsilon \end{pmatrix} \right\|_{\infty}}{\left\| \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right\|_{\infty}} \leq 1.01 \Rightarrow 60003 \cdot \left\| \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -\varepsilon \end{pmatrix} \right\|_{\infty} \leq 1.01$$

$$\underbrace{\left\| \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right\|_{\infty}}_{=1.0}$$

$$\Rightarrow 60003 \cdot \varepsilon \leq 1.01$$

$$\Rightarrow \varepsilon \leq \frac{1.01}{60003} = \underline{\underline{0.0000168325}}$$

$$c) \tilde{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0.0000168325 \end{pmatrix}$$

$$\text{np.linalg.solve}(A, \tilde{b}) = \begin{pmatrix} -0.66335 \\ 1 \\ 0.831675 \end{pmatrix}$$

$$d) \frac{\|x - \tilde{x}\|_{\infty}}{\|x\|_{\infty}} \leq \frac{60003}{1 - 60003 \cdot \frac{\|A - \tilde{A}\|_{\infty}}{\|A\|_{\infty}}} \cdot \left(\frac{\|A - \tilde{A}\|_{\infty}}{\|A\|_{\infty}} + \frac{\|b - \tilde{b}\|_{\infty}}{\|b\|_{\infty}} \right)$$

$$\leq \frac{60003}{1 - 60003 \cdot \frac{\|A - \tilde{A}\|_{\infty}}{\|A\|_{\infty}}} \left\| \begin{bmatrix} -10^{-7} & -10^{-7} & -10^{-7} \\ -10^{-7} & -10^{-7} & -10^{-7} \\ -10^{-7} & -10^{-7} & -10^{-7} \end{bmatrix} \right\|_{\infty} + 0.0000168325$$

$$\left\| \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 10^{-4} & 0 & 10^{-4} \end{bmatrix} \right\|_{\infty}$$

$$\leq \frac{60003}{1 - 60003 \cdot 1 \cdot 10^{-7}} \cdot 169325 \cdot 10^{-4}$$

$$\leq \underline{\underline{1.01661}}$$