

# Online Convex Optimization (OCO)

Михаил Лепехин и Роман Логинов, группа 694

24 декабря 2018 г.

## Методы первого порядка

В данном разделе мы рассмотрим базовые алгоритмы для Online Convex Optimization, которые достаточно неплохо применимы на практике.

В целом данные методы похожи на соответствующие методы первого порядка для задач обычной выпуклой оптимизации. Но они принципиально отличаются целью применения. Ведь при помощи методов ОСО мы стремимся минимизировать не ошибку оптимизации, а *regret*:

$$\text{regret} = \sum_{t=1}^T f_t(x_t) - \min_{x \in \mathcal{K}} \sum_{t=1}^T f_t(x)$$

Для сравнения *regret* с ошибкой оптимизации полезно рассмотреть среднее значение *regret*, т.е.  $\frac{\text{regret}}{T}$ .

Введём обозначение:

$$\bar{x}_T := \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T x_t$$

Пусть все функции  $f_t$  равны некоторой функции  $f : \mathcal{K} \rightarrow \mathbb{R}$ , то из неравенства Йенсена получим:

$$f(\bar{x}_T) - f(x^*) = f(\bar{x}_T) - \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T f(x^*) \leq \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (f(x_t) - f(x^*))$$

Таким образом мы показали следующий факт:

функция  $f(x_T)$  сходится к  $f(x^*)$  не менее быстро, чем среднее значение *regret*.