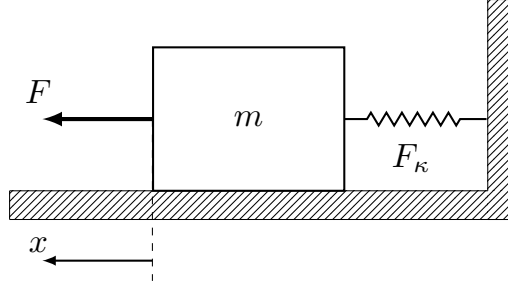


## Συστήματα Αυτομάτου Ελέγχου ΙΙΙ

### Εργασία Μαθήματος 2022 - 2023

Δίνεται το μηχανικό σύστημα του σχήματος:



#### Τμήμα Α

Με  $x$  ορίζουμε τη θέση του αντικειμένου, όπου για  $x = 0$  το ελατήριο βρίσκεται στο φυσικό του μήκος. Θεωρήστε ότι το ελατήριο είναι γραμμικό με  $F_\kappa = -\kappa x$ , όπου  $\kappa$  είναι η σταθερά του ελατηρίου. Μεταξύ του αντικειμένου και του εδάφους αναπτύσσεται τριβή της μορφής  $F_{fr} = -\mu F_N \text{sign}(\dot{x})$ , όπου  $F_N$  είναι η κάθετη δύναμη με το μέτρο της να είναι ίσο με  $mg$ . Με  $m$  και  $g$  συμβολίζουμε τη μάζα του αντικειμένου και την επιτάχυνση της βαρύτητας. Η παράμετρος  $\mu$  αποτελεί το συντελεστή τριβής μεταξύ του σώματος και το εδάφους. Θεωρείστε επίσης ότι η δύναμη  $F$  είναι μηδενική. Η συνάρτηση  $\text{sign}(\dot{x})$  ορίζεται ως:

$$\text{sign } \dot{x} = \begin{cases} 1, & \dot{x} > 0 \\ -1, & \dot{x} < 0 \\ \text{απροσδιόριστο}, & \dot{x} = 0 \end{cases}$$

Έτσι η δυναμική του συστήματος περιγράφεται από την εξίσωση:

$$m\ddot{x} + \mu mg \text{sign } \dot{x} + \kappa x = 0$$

- Θεωρείστε τις μεταβλητές κατάστασης  $x_1 = x$ ,  $x_2 = \frac{\dot{x}}{\omega}$ , με  $\omega$  τη συχνότητα ταλάντωσης για  $\mu = 0$ . Υπολογίστε αναλυτικά τις τροχιές του συστήματος στο φασικό επίπεδο για  $\dot{x} > 0$  και για  $\dot{x} < 0$ . Σχεδιάστε το φασικό πορτραίτο συνδυάζοντας τις τροχιές που προέκυψαν από την θεωρητική ανάλυση για την κάθε μία περίπτωση για διάφορες τιμές της σταθεράς που προκύπτει από την ολοκλήρωση.
- Σχολιάστε τη συμπεριφορά του συστήματος για  $\dot{x} = 0$ . Υπολογίστε τα σημεία (ή το σύνολο) ισορροπίας του συστήματος και σχολιάστε την ευστάθειά τους.
- Προσομοιώστε το σύστημα χρησιμοποιώντας τις παραμέτρους του Πίνακα 1 με τις αρχικές συνθήκες του Πίνακα 2. Να δώσετε διαγράμματα θέσης και

Παράμετρος	Περιγραφή	Τιμή
$\kappa$	Σταθερά Ελατηρίου	$5N/m$
$m$	Μάζα αντικειμένου	$1kg$
$\mu$	Συντελεστής τριβής	$0.75$
$g$	Επιτάχυνση της βαρύτητας	$9.81m/s^2$

Πίνακας 1: Τιμές Παραμέτρων Συστήματος

Αριθμός Προσομοίωσης	Αρχική Θέση	Αρχική Ταχύτητα
1	$x(0) = -5m$	$\dot{x}(0) = 0m/s$
2	$x(0) = 3m$	$\dot{x}(0) = 0m/s$
3	$x(0) = 0m$	$\dot{x}(0) = -5m/s$
4	$x(0) = -6m$	$\dot{x}(0) = 6m/s$
5	$x(0) = 4m$	$\dot{x}(0) = 6m/s$

Πίνακας 2: Αρχικές Συνθήκες Προσομοιώσεων

ταχύτητας στο χρόνο. Να απεικονίσετε τις λύσεις κάθε προσομοίωσης στο φασικό επίπεδο και να τις συγκρίνετε με το φασικό πορτραίτο που προέκυψε αναλυτικά σε προηγούμενο ερώτημα. Προτείνετε έναν τρόπο υπολογισμού του χρόνου που χρειάζεται το σύστημα για να φτάσει σε ηρεμία και επιβεβαιώστε τον ισχυρισμό σας μέσω των προσομοιώσεων.

#### Παραδοτέα:

- Αναφορά που θα περιέχει τη θεωρητική ανάλυση και τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων. Σε όσα διαγράμματα περιέχονται στην αναφορά, να ονομάσετε τους άξονες και να σημειώσετε μονάδες μέτρησης. Η αναφορά να έχει εξώφυλλο στο οποίο θα αναγράφεται το ονοματεπώνυμο και το ΑΕΜ σας και να είναι σε μορφή αρχείου pdf.
- Κώδικας σε matlab με τις προσομοιώσεις κάθε ερωτήματος.

Το σύνολο των παραδοτέων θα ανέβει στο elearning ως ένα αρχείο zip που θα περιέχει την αναφορά, τα αρχεία της κάθε άσκησης και οποιοδήποτε επιπλέον αρχείο matlab υλοποιήσετε.

#### Υποδείξεις:

- Για τις προσομοιώσεις σας χρησιμοποιήστε τη συνάρτηση ode15s του matlab με χρόνο προσομοίωσης 5s.
- Για να βελτιώσετε την ευκρίνεια των αποτελεσμάτων σας στις προσομοιώσεις σας χρησιμοποιήστε την επιλογή Refine της odeset του matlab.
- Θεωρείστε ταχύτητες μικρότερες του  $10^{-8}m/s$  ίσες με  $0m/s$ .