

Beispielklausur 2022

Erlaubte Hilfsmittel:

Zwei A4-Blätter mit **handgeschriebenem** selbst zusammengestellten Inhalt, Taschenrechner, permanente Schreibstifte, leere Schreibblätter.

Bitte verwenden Sie keinen Bleistift zum Schreiben und *keine Korrekturmittel* (Tipp-Ex etc.).

Notieren Sie Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer auf jedem Blatt, das Sie abgeben. Kennzeichnen Sie bitte auch klar, zu welcher Aufgabe Ihre Lösungen gehören.

Die Bearbeitungszeit beträgt **100 Min.** Zum Bestehen der Klausur sind **45 Punkte** notwendig.

Wichtig: Geben Sie bitte bei allen zu berechnenden Größen auch Ihre verwendete Berechnungsformeln mit an, oder erläutern Sie ggf. kurz Ihren Lösungsweg.

Provisorisches Notenschema

1.0	90	–		2.0	75	–	79	3.0	60	–	64	4.0	45	–	50
1.3	85	–	89	2.3	70	–	74	3.3	55	–	59				
1.7	80	–	84	2.7	65	–	69	3.7	50	–	54	5.0	0	–	44

Anmerkung zur Beispielklausur

Die Webkonferenz am 28 Juni wird auf die Beispielklausur fokussieren.

Keine Punkteverteilung ist für die Beispielklausur zugeordnet. Die maximale Punkte für jede Aufgabe wird in den echten Klausuren bezeichnet.

Die Dauere der Klausur ist auf 100 Minuten gekürzt, aber die Beispielklausur wurde nicht gekürzt. Die echte Klausuren werden angemessen kürzer gestellt.

Aufgabe 1

Ein Fahrradladen verkauft zwei Schlauchmarken: *Hauptmann* und *Möwe*.

Ein Hauptmann Schlauch kostet den Ladenbesitzer €3 und wird für €4 verkauft. Ein Möwe Schlauch kostet ihn €3.50 und wird für €5 verkauft.

Der Ladenbesitzer hat die folgenden Nebenbedingungen für einen Bestellzeitraum. Die Hauptmann Bestellung hat eine Mindestbestellmenge von 48 Schläuchen. Die maximale Nachfrage für beide Marken zusammen ist 180. Nach Erfahrung weißt der Ladenbesitzer, dass in jedem Bestellzeitraum nie mehr Möwe Schläuche als Hauptmann Schläuche verkauft werden.

- (a) Formulieren Sie das obige Problem als eine lineare Programmierung in Grundform, so dass der Ladenbesitzer die optimale Bestellmenge bestimmen kann, um seinen Gewinn im nächsten Bestellzeitraum zu maximieren. Definieren Sie die Strukturvariablen in Worten. (Sie müssen das Problem nicht Lösen!)
- (b) Der Ladenbesitzer löst die LP mit dem Simplex-Algorithmus. Nennen Sie ein Verfahren, um das Problem richtig zu lösen, wenn die Simplex-Algorithmus keine ganzzahlige Lösung ergibt.

Aufgabe 2

Gegeben ist die folgende LP.

$$\begin{aligned} \text{Maximieren} \quad & Z = x_1 + 2x_2 + 3x_3 \\ \text{unter den Nebenbedingungen} \quad & 2x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 150 \\ & x_1 + x_3 \leq 100 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{aligned}$$

- (a) Stellen Sie das LP in Normalform dar.
- (b) **Formulieren** Sie das LP in einem Simplex-Algorithmus Start-Tableau.
- (c) Führen Sie eine Iteration des tabellarischen Simplex-Algorithmus durch.
- (d) Nach zwei Iteration des Simplex-Algorithmus bekommt man das folgenden Tableau. Warum zeigt das Tableau, dass die optimale Lösung erreicht wird.

Tab. 2		x_1	y_1	y_2
z	350	3	1	2
x_2	25	0.5	0.5	-0.5
x_3	100	1	0	1

- (e) Geben Sie die optimale Lösung der LP explizit an.

Aufgabe 3

Gegeben ist die folgende LP in Grundform

$$\begin{array}{ll} \text{Maximieren} & z = 5x_1 + 2x_2 + 2x_3 \\ \text{unter den Nebenbedingungen} & x_1 + x_2 \leq 3 \\ & x_1 + x_3 \leq 8 \\ & x_2 + x_3 \leq 10 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0. \end{array}$$

Die LP wird durch die folgenden Simplex-Algorithmus Tableaus gelöst.

Starttableau

Tab. 0		x_1	x_2	x_3
z	0	-5	-2	-2
y_1	3	①	1	0
y_2	8	1	0	1
y_3	10	0	1	1

↑

Erstes Tableau

Tab. 1		y_1	x_2	x_3
z	15	5	3	-2
x_1	3	1	1	0
y_2	5	-1	-1	①
y_3	10	0	1	1

↑

Endtableau

Tab. 2		y_1	x_2	y_2
z	25	3	1	2
x_1	3	1	1	0
x_3	5	-1	-1	1
y_3	5	1	2	-1

- (a) Sie bezweifeln, dass der 2. Restriktionswert 8 korrekt bestimmt wurde. Ersetzen Sie ihn durch $8 + \Delta$ und Verwenden Sie ein Sensitivitätsanalyseverfahren, um einen Wertbereich von Δ zu bestimmen, in dem die optimale Lösung die gleiche Basislösung besitzt.
- (b) Nehmen Sie nun an, dass der korrekte 2. Restriktionswert 10 beträgt. Benutzen Sie Ihre Lösung vom Teil (a) um die neue Optimallösung zu bestimmen.
- (c) Benutzen Sie Ihre Lösung vom Teil (a), um den Schattenpreis der 2. Restriktion zu bestimmen? Erläutern Sie den Begriff Schattenpreis anhand dieses Beispiels.
- (d) Wie kann man den Schattenpreis direkt von dem Endtableau des Simplex Algorithmus ablesen? Geben Sie den Schattenpreis der 1. Restriktion an.

Fortgesetzt auf Seite 4

Aufgabe 4 Sonderfälle**18 Punkte**

In jedem der folgenden LPs handelt sich um einen Sonderfall beim Lösen mit dem Simplex-Algorithmus. Die LP in jedem Aufgabenteil (a), (b) und (c) ist anders.

- (a) (i) Warum entspricht die folgende Tabelle einer unzulässigen Lösung?
 (ii) Erläutern Sie kurz die Vorgehensweise des Simplex-Algorithmus in diesem Fall.
 (iii) Ist eine zulässige optimale Lösung für ein LP dieser Art möglich?

Tab. 0		x_1	x_2	x_3
z	0	-4	-2	-3
y_1	3	2	-1	4
y_2	6	0	1	4
y_3	-4	-1	-3	1

- (b) (i) Wo liegt das Problem in der folgenden Tabelle?
 (ii) Wie heißt diese Art von Sonderfall.
 (iii) Was ist die Folgerung aus diesem Problem bezüglich des zulässigen Bereichs und der optimalen Lösung?

Tab. 1		y_1	x_2	x_3
z	6	2	-4	5
x_1	1.5	0.5	-0.5	2
y_2	3	-1	0	0
y_3	5	-1	-2	-3

- (c) Unten finden Sie die Anfangstabelle und die Tabelle nach dem ersten Schritt.
 (i) Wo liegt das Problem in diesen Tabellen?
 (ii) Wie heißt diese Art von Sonderfall.
 (iii) Was ist die Folgerung bezüglich des zulässigen Bereichs und der optimalen Lösung?

Tab. 0		x_1	x_2	x_3
z	0	-2	-2	-2
y_1	3	2	2	4
y_2	6	0	1	4
y_3	4	1	3	1

Tab. 1		y_1	x_2	x_3
z	3	1	0	2
x_1	1.5	0.5	1	2
y_2	6	0	1	4
y_3	2.5	-0.5	2	-1

Aufgabe 5

Ein Produzent hat 2 Betriebe in den Orten O_1 und O_2 . Von diesen Betrieben sollen 3 Großhändler H_1, H_2, H_3 beliefert werden. In der folgenden Tabelle sind die Daten des Problems

beschrieben:

	Transportkosten (Euro/Tonne)		
	O_1	O_2	Bedarf (Tonne)
H_1	12	14	600
H_2	7	11	500
H_3	11	18	800
Lagerbestand (Tonne)	1000	900	

Der Transport soll so durchgeführt werden, dass die gesamten Transportkosten möglichst gering sind. Vereinbarung: x_{ij} sind die am Ort O_i an den Großhändler H_j gelieferten Mengen ($i = 1, 2$; $j = 1, 2, 3, 4$).

- Erstellen Sie das Transport Problem als eine LP. (Die LP muss nicht in Grundform angegeben werden.)
- Bestimmen Sie eine zulässige Basislösung des Problems mit Hilfe der Nordwesteckenregel. Der Ablauf des Verfahrens muss dabei ersichtlich werden. Bestimmen Sie die Kosten der Lösung.
- Führen Sie **einen** Austauschschritt durch, um niedrigen Kosten zu erzielen.