Einsendeaufgaben 1

Operations Research – Wirtschaftsinformatik – Online

Sommersemester 2023 Tim Downie

Naiver Algorithmus und LP Formulierung
mit Lösungen

Diese Einsendeaufgabe ist nicht erforderlich, um die Klausur zu schreiben.
Sie ist eine gute Gelegenheit, um das Thema besser zu lernen und Feedback zu bekommen.

Der Abgabetermin ist Do. 4. Mai 2023 um 12:00 Uhr. Ein „Abgabe-Portal" finden Sie in Moodle.

Aufgabe 1 Naiver Algorithmus

Die folgende LP in Grundform besteht aus vier Nebenbedingungen einschließlich der nicht Negativitätsbedingungen.

$$\begin{array}{rrll} \text{Maximiere} & Z = -3x + 4y & & \\ \text{unter den Nebenbedingungen} & 5x - y & \leqslant 20 & \text{(R1)} \\ & -2x + 3y & \leqslant 18 & \text{(R2)} \\ & x & \geqslant 0 & \text{(R3)} \\ & y & \geqslant 0 & \text{(R4)} \end{array}$$

(a) Stellen Sie die Ungleichungen R1-R4 als Gleichungen dar und bestimmen Sie die Koordinaten für alle Kombinationen von jeweils zwei Nebenbedingungen.

(b) Erstellen Sie eine Tabelle mit den folgenden Spalten:

Bedingungen	Schnittpunkt $(x_1\|x_2)$	Zulässig?	$Z(x, y)$

Ein Beispiel der Tabelle ist in Folie 13 vom Präsenzunterrichtsskript zu finden.

(c) Geben Sie die optimale Lösung der LP an.

(a) Als Beispiel: Schnittpunkt von R1 und R2: $y = 5x - 20 \Rightarrow -2x + 3(5x - 20) = 18 \Rightarrow x = 6 \Rightarrow y = 5x - 20 = 10 \Rightarrow (6|10)$. *Alle Schnittpunkte sind in der Tabelle unten.*

(b)

Nebenbedingungen	*Eckpunkt*	*zulässig*	$Z(x, y)$
R3 R4	$(0\|0)$	✓	0
R2 R4	$(-9\|0)$	✗	—
R1 R4	$(4\|0)$	✓	-12
R2 R3	$(0\|6)$	✓	24
R1 R3	$(0\|-20)$	✗	—
R1 R2	$(6\|10)$	✓	22

(c) Die optimale Lösung liegt am Schnittpunkt von R2 & R3: $x^* = 0$, $y^* = 6$ *und* $z^* = 24$

Aufgabe 2 Formulierung

Eine Firma, die Spirituosen herstellt, hat für einen symbolischen Euro einen insolventen Konkurrenten übernommen. Die Firma möchte aus strategischen Gründen dessen Produktion von Dosencocktails einstellen. Vorher sollen jedoch noch die Lagerrestbestände an Zutaten möglichst gewinnbringend für einen letzten Produktionsdurchgang eingesetzt werden. Als Restbestände für Zutaten sind noch 6000 Liter weißer Rum, 1500 Liter Cachaça, 1000 Liter Whisky, 2650 Liter Grenadine, 2275 Liter Zitronensaft und 2800 Liter Orangensaft vorhanden.

Aufgabe 2 wird auf die nächste Seite fortgesetzt. Die mögliche Produktpalette gestaltet sich wie folgt:

- Rum Rise (Verkaufspreis 6,50 Euro je Dose) – 4cl weißer Rum, 1cl Grenadine, 1cl Zitronensaft, 14cl Orangensaft
- Rum Orange (Verkaufspreis 6,30 Euro je Dose) – 4cl weißer Rum, 16cl Orangensaft
- Rum Shooter (Verkaufspreis 6,90 Euro je Dose) – 3cl weißer Rum, 1cl Grenadine, 2cl Zitronensaft
- Brasilian Sunrise (Verkaufspreis 7,55 Euro je Dose) – 4cl Cachaça, 2cl Grenadine, 1cl Zitronensaft, 10cl Orangensaft
- Irish Rose (Verkaufspreis 6,60 Euro je Dose) – 4cl Whisky, 1cl Grenadine, 2cl Zitronensaft
- Whisky Dowsy (Verkaufspreis 6,40 Euro je Dose) – 4cl Whisky, 1cl weißer Rum, 3 cl Grenadine, 1cl Zitronensaft

Gesucht ist ein mathematisches Modell, mit dessen Hilfe die Firma ihre Produktionsmengen der einzelnen Cocktailsorten so festlegen kann, dass (unter Einhaltung sämtlicher Beschränkungen) der Gesamterlös maximiert wird.

Formulieren Sie diese als eine Lineare Programmierung in Grundform. Definieren Sie die Strukturvariablen in Worten. Geben Sie alle entsprechenden Einheiten an und kennzeichnen Sie die Restriktionen und die Zielfunktion.

Eine Lösung des Problems ist nicht gefragt.

x_1 = *Anzahl der Rum Rise Dosen.*
x_2 = *Anzahl der Rum Orange Dosen.*
x_3 = *Anzahl der Rum Shooter Dosen.*
x_4 = *Anzahl der Brazilian Sunrise Dosen.*
x_5 = *Anzahl der Irish Rose Dosen.*
x_6 = *Anzahl der Whisky Dowsy Dosen.*

Maximiere $Z = 6,5x_1 + 6,3x_2 + 6,9x_3 + 7,55x_4 + 6,6x_5 + 6,4x_6$ *Euro Gesamterlös.*
Unter der Nebenbedingungen:

$$\begin{aligned}
0,04x_1 + 0,04x_2 + 0,03x_3 + 0,01x_6 &\leqslant 6000 && \textit{(Liter Weißer Rum)}\\
0,04x_4 &\leqslant 1500 && \textit{(Liter Cachaça)}\\
0,04x_5 + 0,04x_6 &\leqslant 1000 && \textit{(Liter Whisky)}\\
0,01x_1 + 0,01x_3 + 0,02x_4 + 0,01x_5 + 0,03x_6 &\leqslant 2650 && \textit{(Liter Grenadine)}\\
0,01x_1 + 0,02x_3 + 0,01x_4 + 0,02x_5 + 0,01x_6 &\leqslant 2275 && \textit{(Liter Zitronensaft)}\\
0,14x_1 + 0,16x_2 + 0,10x_4 &\leqslant 2800 && \textit{(Liter Orangensaft)}\\
x_1, x_2, \ldots, x_6 &\geqslant 0
\end{aligned}$$

Anmerkung: Umrechnung in cl ist genauso gut. Wichtig ist die Einheiten in den Restriktionen übereinstimmen.
Da nur ganze Dozen verkauft werden kann, sollten die Nicht-Negativitätsbedingungen $x_1, x_2, \ldots, x_6 \in \mathbb{N}_0$ *(ganze Zahlen) sein. Diese Beschränkung kommt später im Kurs.*