

Aufgabenblatt 4

Operations Research – Wirtschaftsinformatik – Online

Sommersemester 2023

Prof. Dr. Tim Downie

Simplex Algorithmus – Methode des Gleichungssystems.

mit Lösungen

Aufgabe 1 Simplex-Algorithmus

- (a) Geben Sie die folgende LP Problem in Normalform an.
(b) Lösen Sie die LP durch die Methode des Gleichungssystems.

$$\begin{aligned}\text{Maximiere } Z(x_1, x_2) &= 4x_1 + 3x_2 \\ \text{unter } x_1 + x_2 &\leq 8 \\ 2x_1 + x_2 &\leq 12 \\ 2x_1 + 3x_2 &\leq 18 \\ x_1, x_2 &\geq 0.\end{aligned}$$

(a)

$$\begin{aligned}\text{Maximiere } Z &= 4x_1 + 3x_2 \\ \text{unter } x_1 + x_2 + y_1 &= 8 \\ 2x_1 + x_2 + y_2 &= 12 \\ 2x_1 + 3x_2 + y_3 &= 18 \\ x_1, x_2, y_1, y_2, y_3 &\geq 0.\end{aligned}$$

(b)

$$\begin{aligned}Z &= 0 + 4x_1 + 3x_2 \\ y_1 &= 8 - x_1 - x_2 \\ y_2 &= 12 - 2x_1 - x_2 \\ y_3 &= 18 - 2x_1 - 3x_2\end{aligned}$$

Eintrittsvariable: x_1 Austrittsvariable: y_2

$$\begin{aligned}Z &= 24 - 2y_2 + x_2 \\ y_1 &= 2 + \frac{1}{2}y_2 - \frac{1}{2}x_2 \\ x_1 &= 6 - \frac{1}{2}y_2 - \frac{1}{2}x_2 \\ y_3 &= 6 + 1y_2 - 2x_2\end{aligned}$$

Eintrittsvariable: x_2 Austrittsvariable: y_3

$$Z = 27 - \frac{3}{2}y_2 - \frac{1}{2}y_3$$

$$y_1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{4}y_2 + \frac{1}{4}y_3$$

$$x_1 = \frac{9}{2} - \frac{3}{4}y_2 + \frac{1}{4}y_3$$

$$x_2 = 3 + \frac{1}{2}y_2 - \frac{1}{2}y_3$$

Die optimale Lösung ist $x_1^* = \frac{9}{2}$, $x_2^* = 3$, $Z^* = 27$

Aufgabe 2 Uhrenhersteller

Lösen Sie die Uhrenhersteller LP durch die Methode des Gleichungssystems, wie in Aufgabe 1.

Seien x_1 die Anzahl der Standarduhren und x_2 die Anzahl der Wecker.

maximiere	$Z(x_1, x_2) = 3x_1 + 8x_2$	
unter den Nebenbedingungen	$2x_1 + 4x_2 \leq 1600$	Arbeiter Stunden
	$6x_1 + 2x_2 \leq 1800$	Herstellungsstunden
	$x_2 \leq 350$	Alarmbauteile
	$x_1, x_2 \geq 0$	

$$\begin{array}{ll}
 \text{Maximiere} & Z = 3x_1 + 8x_2 \\
 \text{unter} & 2x_1 + 4x_2 + y_1 = 1600 \\
 & 6x_1 + 2x_2 + y_2 = 1800 \\
 & x_2 + y_3 = 350 \\
 & x_1, x_2, y_1, y_2, y_3 \geq 0.
 \end{array}$$

$$Z = 0 + 3x_1 + 8x_2$$

$$y_1 = 1600 - 2x_1 - 4x_2$$

$$y_2 = 1800 - 6x_1 - 2x_2$$

$$y_3 = 350 - x_2$$

Eintrittsvariable: x_2 Austrittsvariable: y_3

$$Z = 2800 + 3x_1 - 8y_3$$

$$y_1 = 200 - 2x_1 + 4y_3$$

$$y_2 = 1100 - 6x_1 + 2y_3$$

$$x_2 = 350 - y_3$$

Eintrittsvariable: x_1 *Austrittsvariable:* y_1

$$Z = 3100 - \frac{3}{2}y_1 - 2y_3$$

$$x_1 = 100 - \frac{1}{2}y_1 + 2y_3$$

$$y_2 = 500 + 3y_1 - 10y_3$$

$$x_2 = 350 - y_3$$

Optimale Lösung: $x_1^* = 100$, $x_2^* = 350$, $Z^* = 3100$.