

Name, Matrikel-Nr.	1	2	3	4	5	6	Summe	Note
Sie können maximal 42 Punkte erreichen, ab 19 Punkten haben Sie bestanden.								

- 1) Gegeben ist das folgende lineare Optimierungsproblem (LOP): (8 P)

$$z = -x_1 + x_2 \rightarrow \min$$

$$(I) \quad -x_1 + 2x_2 \leq 6$$

$$(II) \quad 5x_1 + 7x_2 \leq 35$$

$$(III) \quad x_2 \geq 1 \quad x_1, x_2 \geq 0$$

a) Lösen Sie das LOP graphisch

(Skizze mit zulässigem Bereich, optimaler zul. Basislösung).

Geben Sie die optimale zulässige Basislösung (ZBL) sowie den opt. Zielfunktionswert an.

b) Geben Sie die Standard-Gleichungsform des LOP an.

c) Bestimmen Sie außer der Optimallösung zwei weitere zulässige Basislösungen (bezogen auf die Standard-Gleichungsform des LOP).

d) Bis zu welchem Wert kann die rechte Seite der zweiten Restriktion  $b_2 = 35$  verringert werden, ohne die Stabilität der optimale ZBL zu verletzen?  
(Sensitivitätsanalyse; graphische oder rechnerische Lösung)

- 2) a) Stellen Sie zum gegebenen LOP das erste primale Simplextableau auf und führen einen Simplexschritt aus. Hinweis: Es reicht aus, die Zf-Zeile und RS-Spalte zu berechnen.  
b) Ist die erreichte ZBL optimal (Begründung)?  
c) Geben Sie das Dualproblem zum gegebenen LOP an.

$$z = 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 \rightarrow \max$$

$$x_1 + x_3 \leq 8 = b_1$$

$$x_1 + x_2 \leq 7 = b_2$$

$$x_1 + 2x_2 \leq 12 = b_3 \quad x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

(7 P)

- 3) Zum LOP der Aufgabe 2) gehört das (primale) optimale Simplextableau: (7 P)

	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	RS
$x_3$	0	0	1	1	0	1	6
$x_1$	1	0	0	0	2	-1	2
$x_2$	0	1	0	0	-1	1	5
Zf	0	0	0	2	0	1	28

- a) Geben Sie sowohl die primale als auch die duale Optimallösung an.  
b) Welchen Schattenpreis hat die Ressource  $b_1$ ?  
c) Führen Sie eine Sensitivitätsanalyse bzgl.  $b_3$  aus. In welchem Intervall darf  $b_3$  variieren, ohne die Stabilität der optimalen Basislösung zu verletzen?  
d) Welche Variable kommt in die Basis und welche verläßt sie, wenn die untere Grenze für  $b_3$  aus Aufgabe 3) c) erreicht sowie weiter unterschritten wird?

- 4) Gegeben ist das folgende lineare Optimierungsproblem: (6 P)

$$\begin{aligned} z &= 2x_1 + 2x_2 \rightarrow \max \\ 4x_1 + 2x_2 &\leq 8 \\ 2x_1 + 4x_2 &\leq 6 \\ x_1, x_2 &\geq 0 \text{ und ganzzahlig} \end{aligned}$$

- a) Bestimmen Sie die optimale Lösung der Relaxation (des Problems ohne Ganzzahligkeitsforderung, grafische Lösung).
- b) Lösen Sie das LOP mit Ganzzahligkeitsforderung mittels Branch\_and\_Bound-Algorithmus.  
 Hinweis: Sie können alle Probleme grafisch lösen.
- 5) Vier Verbraucher  $B_j$  werden aus drei Lagern  $A_i$  mit einem Rohmaterial versorgt. Das folgende Datenschema des Transportproblems (TP) ist gegeben. (7 P)

Entfernung (km)	$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$	Lagermenge $a_i$ (t)
$A_1$	22	21	35	33	1000
$A_2$	7	5	25	16	1600
$A_3$	25	15	7	6	500
Bedarf $b_j$ (t)	700	500	1100	800	

Die Belieferung soll so erfolgen, daß der Gesamtwert „Tonnenkilometer“ ( $t \cdot km$ ) minimal wird.

- a) Bestimmen Sie eine erste zulässige Basislösung mittels der Methode der Vogelschen Approximation.
- b) Geben Sie die Basisvariablen  $x_{ij}$  und den zugehörigen opt. Zielfunktionswert an.
- 6) Zum angegebenen Datenschema eines TP wurde die aufgeführte zulässige Basislösung ermittelt (7 P)

	$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$	Aufkommen $a_i$
$A_1$	5	6	4	8	26
$A_2$	8	3	6	4	20
$A_3$	9	10	9	11	14
Bedarf $b_j$	16	12	18	14	

Zulässige Basislösung:

16		10	
	6		14
	6	8	

- a) Führen Sie einen Schritt mit der MODI-Methode zu einem Tableau mit einer verbesserten zulässigen Basislösung (ZBL) aus.
- b) Geben Sie diese verbesserte ZBL einschließlich des Zielfunktionswertes an.  
 Ist diese ZBL optimal?