Aufgabenblatt 8

Operations Research – Wirtschaftsinformatik – Online

Sommersemester 2022

Prof. Dr. Tim Downie

Simplex Algorithmus - Sonderfälle

Lösen Sie mit dem Simplex-Algorithmus (einschließlich dualem Simplex) der folgenden LPs. Achten Sie dabei auf die verschiedene Sonderfälle.

Aufgabe 1

 $\max Z(x_1, x_2) = \frac{1}{2}x_1 + x_2$

Unter den Nebenbedingungen

$$\begin{aligned}
 x_2 & \leqslant & 2 \\
 \frac{1}{2}x_1 + 2x_2 & \leqslant & 4 \\
 2x_1 + \frac{1}{2}x_2 & \leqslant & 4 \\
 x_1, x_2 & \geqslant & 0.
 \end{aligned}$$

Was für Entartung hat diese LP? Zeigen Sie, dass es zwei Wege zur optimalen Lösung gibt. Als Hinweis ist der optimale z-Wert $z^* = \frac{12}{5}$.

Aufgabe 2

$$\max Z(x_1, x_2) = x_1 + 2x_2$$

Unter den Nebenbedingungen

$$\begin{array}{rcl} x_1 - x_2 & \leqslant & 3 \\ -2x_1 - 2x_2 & \leqslant & -3 \\ x_1, x_2 & \geqslant & 0. \end{array}$$

Führen Sie einen Schritt des *dualen* Simplex Algorithmus durch. Was kann man aus Tableau 1 schließen?

Aufgabe 3

$$\max Z(x_1, x_2, x_3) = 2x_1 + x_2 + 3x_3$$

Unter den Nebenbedingungen

$$4x_1 + x_2 - x_3 = 6$$

$$x_2 + 3x_3 \leq 9$$

$$5x_1 + x_2 + x_3 \leq 14$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0.$$

Stellen Sie die LP in Grundform, und lösen Sie sie mit dem Simplex-Algorithmus.

Aufgabe 4

$$\max Z(x_1, x_2) = x_1 - x_2$$

Unter den Nebenbedingungen

$$\begin{array}{rcl} 2x_1 - x_2 & \leqslant & 0 \\ x_1 + 2x_2 & \leqslant & 1 \\ -2x_1 - x_2 & \leqslant & -2 \\ x_1, x_2 & \geqslant & 0. \end{array}$$

Die Startbasislösung ist wegen der 3. Restriktion unzulässig.

Aufgabe 5

$$\max Z(x_1, x_2, x_3, x_4) = 2x_1 + x_3 + x_4$$

Unter den Nebenbedingungen

$$\begin{array}{rcl} x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 & \leqslant & 4 \\ & -x_2 & \leqslant & 4 \\ & x_2 - x_4 & \leqslant & 0 \\ & x_4 & \geqslant & 2 \\ & x_2 \in \mathbb{R}, \, x_1, x_3, x_4 & \geqslant & 0. \end{array}$$

Hinweis: Da $x_2 \in \mathbb{R}$ ist eine negativem Basiswert für x_2 erlaubt.