Aufgabenblatt 9

Operations Research – Wirtschaftsinformatik – Online

Sommersemester 2022 Prof. Dr. Tim Downie

Sensitivitätsanalyse: Änderung zu einem Restriktionswert ***mit Lösungen***

Aufgabe 1

Die Simplex-Algorithmus-Tableaus des folgenden LPs sind unten gegeben.

$$\begin{array}{rrl} \text{Maximiere} & z = & c_1x_1 + c_2x_2 + c_3x_3 \\ \text{unter} & & 4x_1 - 3x_2 + x_3 \leqslant 3 \;\; = b_1 \\ & & x_1 + x_2 + x_3 \leqslant 10 = b_2 \\ & & 2x_2 + x_2 - x_3 \leqslant 10 = b_3 \\ & & x_1, x_2, x_3 \geqslant 0. \end{array}$$

Tab. 0		x_1	x_2	x_3
z	0	-2	3	-4
y_1	3	4	-3	1
y_2	10	1	1	1
y_3	10	2	1	-1

Tab. 1		x_1	x_2	y_1
z	12	14	-9	4
x_3	3	4	-3	1
y_2	7	-3	4	-1
y_3	13	6	-2	1

Tab. 2		x_1	y_2	y_1
z	27.75	7.25	2.25	1.75
x_3	8.25	1.75	0.75	0.25
x_2	1.75	-0.75	0.25	-0.25
y_3	16.5	4.5	0.5	0.5

(a) Was sind die Schattenpreise für i) b_1 ii) b_2 und iii) b_3?
Tipp: Sie können diese direkt aus Tab. 2 ablesen.

(b) Bestimmen Sie Tab. 2, im Fall $b_1 = 3.1$.

(c) Bestimmen Sie Tab. 2, wenn $b_1 = 3 + \Delta$.

(d) Bestimmen Sie den Wertbereich für Δ, in dem die gleiche Basislösung optimal ist.

(e) Bestimmen Sie den Wertbereich für b_1, in dem die gleiche Basislösung optimal ist.

(f) Bestimmen Sie den Wertbereich für b_2, in dem die gleiche Basislösung optimal ist.

a) Ablese die Schattenpreise direkt vom Endtableau

Restriktion	*Schattenpreis*
1	*1.75*
2	*2.25*
3	*0 (unverbindlich)*

b) $b_1 = 3.1$ *statt* 3.

Nur die Lösungsspalten ändert sich

	Lösungsspalte		
Zeile	*Tab. 0*	*Tab. 1*	*Tab 2.*
0	0	12.4	27.925
1	3.1	3.1	8.725
2	10	6.9	1.725
3	10	13.1	16.55

Beispiel der Nebenrechnung: Z-Wert in Tab. 2. ist $12.4 - \dfrac{(6.9)\cdot(-9)}{4} = 27.925$

c) Für $b_1 = 3 + \Delta$

	Lösungsspalte		
Zeile	*Tab. 0*	*Tab. 1*	*Tab 2.*
0	0	$12 + 4\Delta$	$27.75 + 1.75\Delta$
1	$3 + \Delta$	$3 + \Delta$	$8.25 + 0.25\Delta$
2	10	$7 - \Delta$	$1.75 - 0.25\Delta$
3	10	$13 + \Delta$	$16.5 + 0.5\Delta$

d) Benötigt ist $33 + \Delta \geqslant 0$, $7 - \Delta \geqslant 0$ *und* $33 + \Delta \geqslant 0$.
Ergibt $-33 \leqslant \Delta \leqslant 7$,

e) Wenn $\Delta = -33$, *ist der Restriktionswert* $b_1 = 3 + \Delta = -30$
Wenn $\Delta = 7$, *ist der Restriktionswert* $b_1 = 3 + \Delta = 10$
Das Intervall für b_i, *in dem die gleiche Basislösung optimal ist, ist* $-30 \leqslant b_1 \leqslant 10$.

f) Für $b_2 = 10 + \Delta$ *ist die Tab. 2 Lösungsspalte*

Zeile	*Tab 2.*
0	$27.75 + 2.25\Delta$
1	$8.25 + 0.75\Delta$
2	$1.75 + 0.25\Delta$
3	$16.5 + 0.5\Delta$

Das Intervall für Δ *ist:* $\Delta \geqslant -7$ *(unbeschränkt nach oben).*
Das Intervall für Δ *ist:* $b_2 \geqslant 3$

(nicht befragt) Lösung für $b_3 = 10 + \Delta$. *Die Lösungsspalte in Tab. 2 ist:*

Zeile	*Tab 2.*
0	27.75
1	8.25
2	1.75
3	$16.5 + \Delta$

$-16.5 \leqslant \Delta$ *d.h.* $b_3 \geqslant -6.5$

Aufgabe 2 Uhrenhersteller

Zurück zum Uhrenherstellerbeispiel.

x_1 =Anzahl der Standarduhren , x_2=Anzahl der Wecker,

$$\max Z(x_1, x_2) = 3x_1 + 8x_2$$

unter den Nebenbedingungen

$$\begin{array}{rcll} 2x_1 + 4x_2 & \leqslant & 1600 & \text{Arbeiter Stunden} \\ 6x_1 + 2x_2 & \leqslant & 1800 & \text{Herstellungsstunden} \\ x_2 & \leqslant & 350 & \text{Alarmbauteil} \\ x_1, x_2 & \geqslant & 0 & \end{array}$$

Die Tabellen des Simplex-Algorithus sind

Tab. 0		x_1	x_2
z	0	-3	-8
y_1	1600	2	4
y_2	1800	6	2
y_3	350	0	1

Tab. 1		x_1	y_3
z	2800	-3	8
y_1	200	2	-4
y_2	1100	6	-2
x_2	350	0	1

Tab. 2		y_1	y_3
z	3100	1.5	2
x_1	100	0.5	-2
y_2	500	-3	10
x_2	350	0	1

Optimale Lösung ist $x_1^* = 100$, $x_2^* = 350$, $z^* = 3100$

(a) Finden Sie, wie viele Alarmbauteile benötigt würden, damit die Alarmbauteil-Restriktion nicht mehr verbindlich wäre?

	Lösungsspalte		
Zeile	*Tab. 0*	*Tab. 1*	*Tab 2.*
0	0	$2800 + 8\Delta$	$3100 + 2\Delta$
1	1600	$200 - 4\Delta$	$100 - 2\Delta$
2	1800	$1100 - 2\Delta$	$500 + 10\Delta$
3	$350 + \Delta$	$350 + \Delta$	$350 + \Delta$

Zeile 1: $\Delta \geqslant -50$, *Zeile 2:* $\Delta \leqslant 50$, *Zeile 3:* $\Delta \geqslant -350$.
Wenn $\Delta \in [-50, 50]$ *bekommen wir die gleiche Basislösung, d.h.* $b_3 \in [300, 400]$.
Wenn es mehr als 400 Alarmbauteile gibt, ist diese Restriktion nicht mehr verbindlich.