

Aufgabenblatt 5

Operations Research – Wirtschaftsinformatik – Online

Sommersemester 2023

Prof. Dr. Tim Downie

Simplex Algorithmus – Tabellarisches Verfahren.

mit Lösungen

Aufgaben 1 und 2 handeln von den selben LPs, wie in Aufgabenblatt 4. Sie könnten Ihren Rechenweg der 2 Aufgabenblätter vergleichen, um Ihre Lösung zu prüfen und eventuelle Fehler zu korrigieren.

Aufgabe 1 Simplex-Algorithmus

- (a) Geben Sie die folgende LP Problem in Normalform an.
- (b) Erstellen Sie das Anfangstableau des Simplex-Algorithmus und Lösen Sie es tabellarisch.
- (c) Vergleichen Sie jedes Tableau mit der Gleichungen aus Aufgaben 1 Teil (b) im 4. Aufgabenblatt.

$$\begin{aligned}\text{Maximiere } z &= 4x_1 + 3x_2 \\ \text{unter } x_1 + x_2 &\leq 8 \\ 2x_1 + x_2 &\leq 12 \\ 2x_1 + 3x_2 &\leq 18 \\ x_1, x_2 &\geq 0.\end{aligned}$$

(a)

$$\begin{aligned}z &= 4x_1 + 3x_2 \\ x_1 + x_2 + y_1 &= 8 \\ 2x_1 + x_2 + y_2 &= 12 \\ 2x_1 + 3x_2 + y_3 &= 18 \\ x_1, x_2, y_1, y_2, y_3 &\geq 0.\end{aligned}$$

(b)

Tab. 0		x_1	x_2
Z	0	-4	-3
y_1	8	1	1
y_2	12	2	1
y_3	18	2	3

Tab. 1		y_2	x_2
Z	24	2	-1
y_1	2	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
x_1	6	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
y_3	6	-1	2

Tab. 2		y_2	y_3
Z	27	$\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$
y_1	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{4}$
x_1	$\frac{9}{2}$	$\frac{3}{4}$	$-\frac{1}{4}$
x_2	3	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

Die optimale Lösung ist: $x_1^* = 4\frac{1}{2}$, $x_2^* = 3$, $z^* = 27$

(c) Die Koeffizienten in den Tableaus passen zu den Koeffizienten in den linearen Gleichungen. Alle Koeffizienten mit Ausnahme derjenigen in der Lösungsspalte haben einen Wechsel im Vorzeichen.

Aufgabe 2 Uhrenhersteller

Lösen Sie die Uhrenhersteller LP durch den Simplex Algorithmus mit dem tabellarischen Verfahren.

maximiere
unter den Nebenbedingungen

$$Z(x_1, x_2) = 3x_1 + 8x_2$$

$$2x_1 + 4x_2 \leq 1600$$

$$6x_1 + 2x_2 \leq 1800$$

$$x_2 \leq 350$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

Arbeiter Stunden

Herstellungsstunden

Alarmbauteile

In Normalform:

$$z = 3x_1 + 8x_2$$

$$2x_1 + 4x_2 + y_1 = 1600$$

$$6x_1 + 2x_2 + y_2 = 1800$$

$$0x_1 + x_2 + y_3 = 350$$

$$x_1, x_2, y_1, y_2, y_3 \geq 0.$$

Tab. 0		x_1	x_2
Z	0	-3	-8
y_1	1600	2	4
y_2	1800	6	2
y_3	350	0	1

Tab. 1		x_1	y_3
Z	2800	-3	8
y_1	200	2	-4
y_2	1100	6	-2
x_2	350	0	1

Tab. 2		y_1	y_3
Z	3100	1.5	2
x_1	100	0.5	-2
y_2	500	-3	10
x_2	350	0	1

Optimale Lösung: $x^* = 100$, $y^* = 350$, $z^* = 3100$.

Aufgabe 3 Simplex Algorithmus

Lösen Sie die folgende LP durch das tabellarische Verfahren des Simplex-Algorithmus

maximiere
unter den Nebenbedingungen

$$Z(x_1, x_2) = 120x_1 + 100x_2$$

$$2x_1 + 2x_2 \leq 8$$

$$5x_1 + 3x_2 \leq 15$$

$$x_1, x_2 \geq 0.$$

Tab. 0		x_1	x_2
Z	0	-120	-100
y_1	8	2	2
y_2	15	5	3

Tab. 1		y_2	x_2
Z	360	24	-28
y_1	2	$-\frac{2}{5}$	$\frac{4}{5}$
x_1	3	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{5}$

Tab. 2		y_2	y_1
Z	430	10	35
x_2	$\frac{5}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{5}{4}$
x_1	$\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{3}{4}$

$x_1^* = 2.5$, $x_2^* = 1.5$, $z^* = 430$