

Michael Wischnewski:

917383

Gegeben ist eine primale LP

$$\max z(x_1, x_2, x_3) = x_1 + 4x_2 - 2x_3$$

unter NB

$$3x_1 + x_2 + 3x_3 = 10$$

$$x_1 + 5x_2 - x_3 \leq 7$$

$$2x_1 - x_2 + 7x_3 \leq 2$$

$$x_1, x_3 \geq 0, \quad x_2 \in \mathbb{R}$$

Bestimmen Sie die duale LP.

$$\min z(y_1, y_2, y_3) = 10y_1 + 7y_2 + 2y_3$$

$$3y_1 + 1y_2 + 2y_3 \geq 1$$

$$1y_1 + 5y_2 - 1y_3 = 4$$

$$3y_1 - 1y_2 + 7y_3 \geq -2$$

$$y_2, y_3 \geq 0$$

$$y_1 \in \mathbb{R}$$

Michael Wischniewski

9/17983

Benutzen Sie den Simplex Algorithmus (tableauisches Verfahren), um die optimale Lösung der folgenden LP zu bestimmen. Erläutern Sie Ihre Vorgehensweise und geben Sie die optimale Lösung deutlich an.

$$\text{Maximiere } Z(x_1, x_2, x_3) = x_1 - x_2 + 2x_3$$

$$\text{Unter den NB } 3x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 10$$

$$x_1 + x_2 - 2x_3 \geq 2$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

LP in Standardform

$$\max Z(x_1, x_2, x_3) = x_1 - x_2 + 2x_3$$

unter NB

$$3x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 10$$

$$-x_1 - x_2 + 2x_3 \leq -2$$

		\downarrow			
Tab 0		x_1	x_2	x_3	
Z	0	-1 ✓	-1	-2	
y_1	10	3 ✓	1	2	
$\rightarrow y_2$	-2	$\textcircled{-1}$	-1	2	+
		$\ominus = 1$	$\ominus = -1$		

negativer Wert in Lösungsspalte 0 zur BV $y_2 = -2$ erfordert dualen Schritt (ungültige Ausgangslösung).

Austrittsvariable (BV) = Pivotzeile y_2

Seite 2

Michael Wisniewski

917983

Eintrittsvariable (NBV) = Pivotspalte x_1 ,
da der Theta-Wert zur Spalte $x_1 >$ Theta-
Wert zur Spalte x_2 und der Pivotwert
zu (y_2, x_3) nicht negativ ist (Bei Bestimmung
der Pivotspalte werden nur negative Pivotwerte
in der Pivotzeile berücksichtigt, wenn die Aus-
gangslösung unzulässig ist).

Spalte x_1 enthält den höchsten Theta Wert
aus der Division $(z, x_1): (y_2, x_1) = -1 : -1 = 1$
Daher wird Spalte x_1 als Pivotspalte und x_1
als Eintrittsvariable gewählt.

Pivotzeile (Austrittsvariable): y_2

Pivotspalte (Eintrittsvariable): x_1

Pivotwert: -1

Tausch x_1 gg y_2

Tab 1		y_2	x_2	x_3	\ominus
z	2	-1	2	-4	
$\rightarrow y_1$	4	3	-2	8	$\frac{1}{2}$
x_1	2	-1	1	-2	-1

Pivotspalte (BV): x_3 , da $x_3 = -4$ kleinster z -Wert

PZ (NBV): y_1 , da Thetawert $= \frac{1}{2}$ kleinster Wert

Pivotwert: 8

Tausch x_3 gg y_1

Seite 3

Michael Wisniewski

317 983

Da z -Zeile noch negative Werte hat, ist die optimale Lösung noch nicht gefunden. Das Verfahren zum Simplex-Algorithmus setzt weiter.

Tausch x_3 gg y_1

Tab 2		y_2	x_2	y_1
z	4	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{4}{8}$
x_3	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{8}$	$-\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$
x_1	3	$-\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

Alle Werte in der z -Zeile sind ≥ 0 .

Das Verfahren zum Simplex-Algorithmus ist beendet. Die optimale Lösung ist gefunden.

Optimale Lösung:

$$x_1^* = 3, \quad x_2^* = 0, \quad x_3^* = \frac{1}{2}, \quad z^* = 4$$

$$\max z(x_1, x_2, x_3) = x_1 - x_2 + 2x_3$$

$$z = 4$$

$$z = 3 - 0 + 2 \cdot 0,5 = 3 - 0 + 1 = 4$$

g.e.d.