Aufgabenblatt 4

Operations Research – Wirtschaftsinformatik – Online

Sommersemester 2022 Prof. Dr. Tim Downie

Simplex Algorithmus – Methode des Gleichungssystems. *mit Lösungen*

Aufgabe 1 Simplex-Algorithmus

(a) Geben Sie die folgende LP Problem in Normalform an.

(b) Lösen Sie die LP durch die Methode des Gleichungssystems.

$$\begin{aligned} \text{Maximiere } z &= 4x_1 + 3x_2 \\ \text{unter } x_1 + x_2 &\leqslant 8 \\ 2x_1 + x_2 &\leqslant 12 \\ 2x_1 + 3x_2 &\leqslant 18 \\ x_1, x_2 &\geqslant 0. \end{aligned}$$

(a)

$$\begin{aligned} \textit{Maximiere } z &= 4x_1 + 3x_2 \\ \textit{unter } x_1 + x_2 + y_1 &= 8 \\ 2x_1 + x_2 + y_2 &= 12 \\ 2x_1 + 3x_2 + y_3 &= 18 \\ x_1, x_2, y_1, y_2, y_3 &\geqslant 0. \end{aligned}$$

(b)

$$\begin{aligned} z &= 0 + 4x_1 + 3x_2 \\ y_1 &= 8 - x_1 - x_2 \\ y_2 &= 12 - 2x_1 - x_2 \\ y_3 &= 18 - 2x_1 - 3x_2 \end{aligned}$$

Eintrittsvariable: x_1 *Austrittsvariable:* y_2

$$\begin{aligned} z &= 24 - 2y_2 + x_2 \\ y_1 &= 2 + \tfrac{1}{2}y_2 - \tfrac{1}{2}x_2 \\ x_1 &= 6 - \tfrac{1}{2}y_2 - \tfrac{1}{2}x_2 \\ y_3 &= 6 + 1y_2 - 2x_2 \end{aligned}$$

Eintrittsvariable: x_2 *Austrittsvariable:* y_3

$$
\begin{aligned}
z &= 27 - \tfrac{3}{2}y_2 - \tfrac{1}{2}y_3 \\
y_1 &= \tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{4}y_2 + \tfrac{1}{4}y_3 \\
x_1 &= \tfrac{9}{2} - \tfrac{3}{4}y_2 + \tfrac{1}{4}y_3 \\
x_2 &= 3 + \tfrac{1}{2}y_2 - \tfrac{1}{2}y_3
\end{aligned}
$$

Die optimale Lösung ist $x_1^* = \frac{9}{2},\ x_2^* = 3, z^* = 27$

Aufgabe 2 Uhrenhersteller
Lösen Sie die Uhrenhersteller LP durch die Methode des Gleichungssystems, wie in Aufgabe 1.

Seien x_1 die Anzahl der Standarduhren und x_2 die Anzahl der Wecker.

maximiere	$Z(x_1, x_2) = 3x_1 + 8x_2$	
unter den Nebenbedingungen	$2x_1 + 4x_2 \leqslant 1600$	Arbeiter Stunden
	$6x_1 + 2x_2 \leqslant 1800$	Herstellungsstunden
	$x_2 \leqslant 350$	Alarmbauteile
	$x_1, x_2 \geqslant 0$	

$$
\begin{aligned}
\textit{Maximiere} \quad & z = 3x_1 + 8x_2 \\
\textit{unter} \quad & 2x_1 + 4x_2 + y_1 = 1600 \\
& 6x_1 + 2x_2 + y_2 = 1800 \\
& x_2 + y_3 = 350 \\
& x_1, x_2, y_1, y_2, y_3 \geqslant 0.
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
z &= 0 + 3x_1 + 8x_2 \\
y_1 &= 1600 - 2x_1 - 4x_2 \\
y_2 &= 1800 - 6x_1 - 2x_2 \\
y_3 &= 350 - x_2
\end{aligned}
$$

Eintrittsvariable: x_2 *Austrittsvariable:* y_3

$$
\begin{aligned}
z &= 2800 + 3x_1 - 8y_3 \\
y_1 &= 200 - 2x_1 + 4y_3 \\
y_2 &= 1100 - 6x_1 + 2y_3 \\
x_2 &= 350 - y_3
\end{aligned}
$$

Eintrittsvariable: x_1 *Austrittsvariable:* y_1

$$\begin{aligned} z &= 3100 - \tfrac{3}{2}y_1 - 2y_3 \\ x_1 &= 100 - \tfrac{1}{2}y_1 + 2y_3 \\ y_2 &= 500 + 3y_1 - 10y_3 \\ x_2 &= 350 - y_3 \end{aligned}$$

Optimale Lösung: $x_1^* = 100,\ x_2^* = 350, z^* = 3100$.