Operations Research

Ba Wirtschaftsinformatik, Online — BHT Berlin
Prof. Dr. Tim Downie — Sommersemester 2023

Beispielklausur 2023

Name, Vorname: Matrikelnr.:

Erlaubte Hilfsmittel:

Zwei A4-Blätter mit **handgeschriebenem** selbst zusammengestellten Inhalt, Taschenrechner, permanente Schreibstifte, leere Schreibblätter.

Bitte verwenden Sie keinen Bleistift zum Schreiben und *keine Korrekturmittel* (Tipp-Ex etc.).

Notieren Sie Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer auf jedem Blatt, das Sie abgeben. Kennzeichnen Sie bitte auch klar, zu welcher Aufgabe Ihre Lösungen gehören.

Die Bearbeitungszeit beträgt **120 Min**. Zum Bestehen der Klausur sind **45 Punkte** notwendig.

Wichtig: Geben Sie bitte bei allen zu berechnenden Größen auch Ihre verwendete Berechnungsformeln mit an, oder erläutern Sie ggf. kurz Ihren Lösungsweg.

Provisorisches Notenschema

1.0	90 –	2.0	75 – 79	3.0	60 – 64	4.0	45 – 50
1.3	85 – 89	2.3	70 – 74	3.3	55 – 59		
1.7	80 – 84	2.7	65 – 69	3.7	50 – 54	5.0	0 – 44

Anmerkung zur Beispielklausur

Die Webkonferenz am Do. 29. Juni wird auf die Beispielklausur fokussieren.
Keine Punkteverteilung ist für die Beispielklausur zugeordnet. Die maximale Punkte für jede Aufgabe wird in den echten Klausuren bezeichnet.

Aufgabe 1
Ein Fahrradladen verkauft zwei Schlauchmarken: *Hauptmann* und *Möwe*.

Ein Hauptmann Schlauch kostet den Ladenbesitzer €3 und wird für €4 verkauft. Ein Möwe Schlauch kostet ihn €3.50 und wird für €5 verkauft.

Der Ladenbesitzer hat die folgenden Nebenbedingungen für einen Bestellzeitraum. Die Hauptmann Bestellung hat eine Mindestbestellmenge von 48 Schläuchen. Die maximale Nachfrage für beide Marken zusammen ist 180. Nach Erfahrung weißt der Ladenbesitzer, dass in jedem Bestellzeitraum nie mehr Möwe Schläuche als Hauptmann Schläuche verkauft werden.

(a) Formulieren Sie das obige Problem als eine lineare Programmierung in Grundform, so dass der Ladenbesitzer die optimale Bestellmenge bestimmen kann, um seinen Gewinn im nächsten Bestellzeitraum zu maximieren. Definieren Sie die Strukturvariablen in Worten. (Sie müssen das Problem nicht Lösen!)

(b) Der Ladenbesitzer löst die LP mit dem Simplex-Algorithmus. Nennen Sie ein Verfahren, um das Problem richtig zu lösen, wenn die Simplex-Algorithmus keine ganzzahlig Lösung ergibt.

Aufgabe 2
Gegeben sei die folgende LP in Grundform:

$$\begin{array}{rrl} \text{Maximieren} & z = 0.2x_1 + 0.25x_2 & \\ \text{unter den Nebenbedingungen} & 2x_1 + x_2 & \leqslant 200 \\ & 0.2x_1 + x_2 & \leqslant 110 \\ & x_1, x_2 & \geqslant 0 \end{array}$$

(a) Geben Sie die LP in Normalform an.

(b) Führen Sie **einen** Iteration des Simplex-Algorithmus mit *der Methode des Gleichungssystems* durch. Schreiben Sie Ihre Wahl der Eintritts- und Austrittsvariablen einschließlich der Entscheidungskriterien auf.

(c) Geben Sie die aktuellen werten alle Variablen sowie den Zielfunktionswert nach der ersten Iteration an.

(d) Ist die Lösung aus Teil (b) optimal? Begründen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe 3

Gegeben ist die folgende LP in Grundform

$$\begin{array}{rl} \text{Maximieren} & z = 5x_1 + 2x_2 + 2x_3 \\ \text{unter den Nebenbedingungen} & x_1 + x_2 \leqslant 3 \\ & x_1 + x_3 \leqslant 8 \\ & x_2 + x_3 \leqslant 10 \\ & x_1, x_2, x_3 \geqslant 0. \end{array}$$

Die LP wird durch die folgenden Simplex-Algorithmus Tableaus gelöst.

Starttableau

Tab. 0		x_1	x_2	x_3
z	0	-5	-2	-2
y_1	3	1	1	0
y_2	8	1	0	1
y_3	10	0	1	1

$\rightarrow$

Erstes Tableau

Tab. 1		y_1	x_2	x_3
z	15	5	3	-2
x_1	3	1	1	0
y_2	5	-1	-1	1
y_3	10	0	1	1

$\rightarrow$

Endtableau

Tab. 2		y_1	x_2	y_2
z	25	3	1	2
x_1	3	1	1	0
x_3	5	-1	-1	1
y_3	5	1	2	-1

(a) Sie bezweifeln, dass der 2. Restriktionswert 8 korrekt bestimmt wurde. Ersetzen Sie ihn durch $8 + \Delta$ und Verwenden Sie ein Sensitivitätsanalyseverfahren, um einen Wertbereich von Δ zu bestimmen, in dem die optimale Lösung die gleiche Basislösung besitzt.

(b) Nehmen Sie nun an, dass der korrekte 2. Restriktionswert 10 beträgt. Benutzen Sie Ihre Lösung vom Teil (a) um die neue Optimallösung zu bestimmen.

(c) Benutzen Sie Ihre Lösung vom Teil (a), um den Schattenpreis der 2. Restriktion zu bestimmen? Erläutern Sie den Begriff Schattenpreis anhand dieses Beispiels.

(d) Wie kann man den Schattenpreis direkt von dem Endtableau des Simplex Algorithmus ablesen? Geben Sie den Schattenpreis der 1. Restriktion an.

Fortgesetzt auf Seite 4

Aufgabe 4

Ein Produzent hat 2 Betriebe in den Orten O_1 und O_2. Von diesen Betrieben sollen 3 Großhändler H_1, H_2, H_3 beliefert werden. In der folgenden Tabelle sind die Daten des Problems beschrieben:

	Transportkosten (Euro/Tonne)		
	O_1	O_2	Bedarf (Tonne)
H_1	12	14	600
H_2	7	11	500
H_3	11	18	800
Lagerbestand (Tonne)	1000	900	

Der Transport soll so durchgeführt werden, das die gesamten Transportkosten möglichst gering sind. Vereinbarung: x_{ij} sind die am Ort O_i an den Großhändler H_j gelieferten Mengen ($i = 1, 2$; $j = 1, 2, 3, 4$).

(a) Erstellen Sie das Transport Problem als eine LP. (Die LP muss nicht in Grundform angegeben werden.)

(b) Bestimmen Sie eine zulässige Basislösung des Problems mit Hilfe der Nordwesteckenregel. Der Ablauf des Verfahrens muss dabei ersichtlich werden. Bestimmen Sie die Kosten der Lösung.

(c) Führen Sie **einen** Austauschschritt durch, um niedrigen Kosten zu erzielen.

Aufgabe 5 Ganzzahlige Programmierung

Gegeben ist die folgende lineare ganzzahlige Programmierung und das Simplex-Algorithmus-Endtableau der LP-Relaxierung.

$$\begin{array}{rrl} \text{Maximiere} & Z = x_1 + 4x_2 & \\ \text{unter den Nebenbedingungen} & x_1 - 2x_2 & \leqslant 5 \\ & 2x_1 + 5x_2 & \leqslant 9 \\ & x_1, x_2 & \in \mathbb{Z}^+ \end{array}$$

Tab. 1		x_1	y_2
Z	7.2	0.6	0.8
y_1	8.6	1.8	0.4
x_2	1.8	0.4	0.2

Das Vorgehen ist das IP durch das Gomory-Schnittebenen-Verfahren zu lösen.

(a) Geben Sie die Gleichung des Gomory-Schnitts für die obige reelwertige Lösung an.

(b) Geben Sie die Ungleichung des Gomory-Schnitts als eine Restriktion der Variablen x_1 und x_2 an.

(c) Führen Sie eine Iteration des Gomory-Schnittebenen-Verfahrens durch, um die optimale Lösung zu bestimmen, und geben Sie die optimale Lösung an.