Klausur Operations Research – A-Termin

Name, Matrikel-Nr.	1	2	3	4	5	6	Summe	Note
Sie können maximal 42 Punkte erreichen, ab 19 Punkten haben Sie bestanden.								

1) Gegeben ist das folgende lineare Optimierungsproblem: (12 P)

$$
\begin{aligned}
z = 5x_1 + 7x_2 &\rightarrow \min \\
2x_1 + x_2 &\geq 6 \\
2x_1 + 4x_2 &\geq 12 \\
4x_2 &\geq 4 \qquad x_1, x_2 \geq 0
\end{aligned}
$$

a) Lösen Sie das LOP graphisch.
(Skizze mit zulässigem Bereich, optimaler zul. Basislösung).
Geben Sie die optimale zulässige Basislösung (ZBL)
sowie den opt. Zielfunktionswert an.
Beachten Sie, daß es sich um ein Minimierungsproblem handelt.

b) Geben Sie die Standard-Gleichungsform des LOP an.

c) Bestimmen Sie außer der Optimallösung zwei weitere zulässige Basislösungen.

d) Bis zu welchem Wert kann die rechte Seite der zweiten Restriktion $b_2 = 12$ verringert werden, ohne die Stabilität der optimale ZBL zu verletzen?
(graphische oder rechnerische Lösung)

2) Stellen Sie ausgehend von der Standard-Gleichungsform des gegebenen LOP das erste primale Simplextableau auf und führen einen Simplexschritt aus.
Hinweis: Es reicht aus, die z-Zeile und RS-Spalte zu berechnen.
Ist die erreichte ZBL optimal (Begründung)?

(6 P)

$$
\begin{aligned}
z = 2x_1 + x_2 &\rightarrow \max \\
-x_1 + x_2 &\leq 4 \\
x_1 + x_2 &\leq 8 \\
2x_1 - x_2 &\leq 7 \qquad x_1, x_2 \geq 0
\end{aligned}
$$

3) Zum LOP (6 P)

$$
\begin{aligned}
z = 10x_1 + 20x_2 &\rightarrow \max \\
x_1 + x_2 &\leq 100 \\
6x_1 + 9x_2 &\leq 720 \\
x_2 &\leq 60 \qquad x_1, x_2 \geq 0
\end{aligned}
$$

gehört das optimale Simplextableau:

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	RS
x_3	0	0	1	- 1/6	1/2	10
x_1	1	0	0	1/6	- 3/2	30
x_2	0	1	0	0	1	60
z	0	0	0	5/3	5	1500

a) Geben Sie das Dualproblem zum gegebenen LOP an.
b) Geben Sie sowohl die primale als auch die duale Optimallösung an.
c) Interpretieren Sie die Werte der Dualvariablen aus ökonomischer Sicht hinsichtlich Variationen der drei Restriktionen-/Ressourcen-Werte (rechte Seiten).

4) Gegeben ist das folgende lineare Optimierungsproblem: (6 P)

$$\begin{aligned} z = x_1 + 4x_2 &\rightarrow \max \\ x_1 + 3x_2 &\leq 12 \\ 2x_2 &\leq 5 \\ x_1, x_2 &\geq 0 \text{ und ganzzahlig} \end{aligned}$$

Die optimale Lösung der Relaxation (des Problems ohne Ganzzahligkeitsforderung) lautet $z_{max} = 14{,}5$ mit $x_1 = 9/2$ und $x_2 = 5/2$.

Lösen Sie das LOP mit Ganzzahligkeitsforderung mittels Branch_and_Bound-Algorithmus. Beginnen Sie im ersten Branch-Schritt mit der Verzweigung bzgl. x_1.
Hinweis: Die Teilprobleme können Sie grafisch lösen.

5) Vier Verbraucher B_j werden aus drei Lagern A_i mit einem Rohmaterial versorgt. Das folgende Datenschema des Transportproblems (TP) ist gegeben. (6 P)

Entfernung (km)	B_1	B_2	B_3	B_4	Lagermenge a_i (t)
A_1	7	7	4	7	10
A_2	9	5	3	3	8
A_3	7	2	6	4	7
Bedarf b_j (t)	6	5	8	6	

Die Belieferung soll so erfolgen, daß der Gesamtwert „Tonnenkilometer" (t*km) minimal wird.

a) Bestimmen Sie eine erste zulässige Basislösung mittels der Methode der Vogelschen Approximation. Geben Sie die u_i/ v_j-Werte in jedem Schritt an.
b) Geben Sie die Basisvariablen x_{ij} und den zugehörigen opt. Zielfunktionswert an.

6) Zum angegebenen Datenschema eines TP wurde die aufgeführte zulässige Basislösung ermittelt (6 P)

Bedarf B_j / Aufkommen A_i	B_1	B_2	B_3	B_4	a_i
A_1	9	10	9	11	14
A_2	8	3	6	4	20
A_3	5	6	4	8	26
b_j	16	12	18	14	

Zulässige Basislösung:

	6	8	
	6		14
16		10	

a) Führen Sie einen Schritt mit der MODI-Methode zu einem Tableau mit einer verbesserten zulässigen Basislösung (ZBL) aus.

b) Geben Sie diese ZBL einschließlich des Zielfunktionswertes an.
Ist diese ZBL optimal?