Wirtschaftsstatistik
Übungsblatt mit Lösungen Modul 7
Wahrscheinlichkeitsrechnung

Aufgabe 1 und Lösung

Welche Ergebnisse liefern die folgenden Mengenoperationen?

1. {1; 2; 3} ∪ {1; 3; 5; 7} = {1; 2; 3; 5; 7}
2. {1; 2; 3; 4} ∩ {1; 3; 5; 7; 9} = {1; 3}
3. {1; 2; 3; 4; 5} \ {1; 3; 5; 7} = {2; 4}
4. {1; 2; 4; 8} ∩ {x; y; z} = Ø
5. ({1; 2; 3} ∩ {1; 3; 5}) ∪ {x; y; z} = {1; 3; x; y; z}
6. ({1; 2; 3} ∪ {1; 3; 5}) ∩ {x; y; z} = Ø
7. {1; 5; 10} \ {x; y; z} = {1; 5; 10}
8. {1; 2; 3; 4; 5} \ ({1; 2; 3; 4; 5} ∩ {2; 4; 6}) = {1; 3; 5}

Aufgabe 2 und Lösung

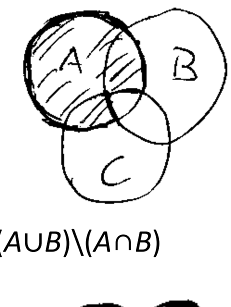
Sei A = D = {1}, B =C = {2}. Bestimme folgendes:

a) (A ∩ C) ∪ (B ∩ D) = Ø
b) (A ∪ B) ∩ (C ∪ D) = {1,2}

Aufgabe 3 und Lösung

Veranschaulichen Sie am Venn-Diagramm:

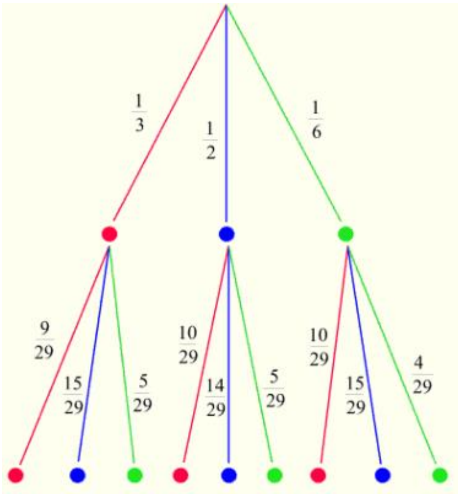
a) $A\setminus(B\cap C)$



b) $(A\cup B)\setminus(A\cap B)$

Aufgabe 4

Die Wahrscheinlichkeiten, mit denen roten, blauen und grünen Kugeln aus der Urne gezogen werden, sind im Baumdiagramm eingetragen. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die zweite gezogene Kugel grün ist.



Lösung der Aufgabe 4

p(die zweite gezogene Kugel ist grün) =
(1/3) × (5/29) + (1/2) × (5/29) + (1/6) × (4/29) =
5/87 + 5/58 + 2/87 =
1/6

Aufgabe 5

a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit bei 2 (aufeinanderfolgenden) Würfen mindestens eine 5 zu erzielen?
b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit bei 6 (aufeinanderfolgenden) Würfen wenigstens einmal eine 6 zu erzielen?

Lösung der Aufgabe 5

Achten Sie bitte darauf, dass die Aufgaben in a) und in b) sehr ähnlich sind. Lassen Sie sich nicht von den unterschiedlichen Formulierungen irritieren, denn „mindestens eine 5“ und „wenigstens einmal eine 6“ haben die gleiche Bedeutung!

a) (s. Folie 22,27 Modul 7)
$P(A \cup B)=P(A)+P(B)-P(A \cap B)$
p(mindestens eine 5 in 2 Würfen) =
p((eine 5 im 1. Wurf) oder (eine 5 im 2.Wurf)) =
p(eine 5 im 1.Wurf) + p(eine 5 im 2.Wurf) - p((eine 5 im 1.Wurf) und (eine 5 im 2.Wurf) =
p(eine 5 im 1.Wurf) + p(eine 5 im 2.Wurf) - p(eine 5 im 1. Wurf)*p(eine 5 im 2.Wurf)=
1/6 + 1/6 – 1/6*1/6 =
2/6 – 1/36 =
11/36 =
0,3056

b) Man ist dazu geneigt, die Wahrscheinlichkeit für eine 6 bei einem Wurf, also 1/6, einfach für die 6 Würfe zu addieren, was genau die Wahrscheinlichkeit 1 ergäbe. Dass das nicht stimmen kann, zeigt die Erfahrung. Denn die Wahrscheinlichkeit 1 besagt, dass das ein sicheres Ereignis wäre, dass also mit Sicherheit spätestens beim 6. Wurf die gewünschte 6 fallen würde, was nicht immer der Fall ist. Das betrachtete Ereignis setzt sich aus 6 Ereignissen (6 beim 1. Wurf, 6 beim 2. Wurf,...) zusammen. Diese sind zwar unabhängig, schließen sich aber nicht aus. Während das Ereignis „mindestens eine 5 bei 2 Würfen“ sich direkt über die Formel (wie in a) gezeigt) berechnen lässt, ist das Ereignis „mindestens eine 6 bei 6 Würfen“ extrem aufwendig ‚direkt‘ über die gleiche Formel zu berechnen (aber möglich!). Einfacher ist aber die Berechnung über das Komplementärereignis (Gegenwahrscheinlichkeit): würfeln keiner 6 beim 1. und 2.,...., und 6. Wurf.
p(mindestens eine 6 in 6 Würfen) = 1 – p(keine 6 in 6 Würfen) =
1 – p((keine 6 im 1.Wurf) und ... und (keine 6 im 6.Wurf)) =
1 – p(keine 6 im 1.Wurf) * ... * p(keine 6 im 6.Wurf) =
1 – 5/6 * 5/6 * 5/6 * 5/6 * 5/6 * 5/6 =
1 – 15.625/46.656 =
1 – 0,3349 =
0,665

Aufgabe 6

In einer Urne befinden sich ausschließlich rote und blaue Kugeln. Es wird genau zweimal eine Kugel mit Zurücklegen aus dieser Urne gezogen. Dabei beträgt die Wahrscheinlichkeit für das Ziehen mindestens einer blauen Kugel 95/144.
Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass beim einmaligen Ziehen aus dieser Urne eine rote Kugel gezogen wird.

Lösung der Aufgabe 6

Eine andere Art der Aufgabenstellung, ist aber sehr ähnlich wie Aufgabe 5.

mit Zurücklegen → jede Kugel hat die gleiche Chancen (Wahrscheinlichkeit) gezogen zu werden (wie mehrmaliges Werfen eines Würfels).

Variante 1:

Möglichkeiten bei 2 Zügen: 1)rr, 2)rb, 3)br, 4)bb. Möglichkeiten 2) bis 4) bedeuten „Ziehen mindestens einer blauen Kugel“. Nur Möglichkeit 1) bedeutet „Ziehen keiner blauen Kugel in 2 Zügen“.

p(rote Kugel in 2 Zügen) = 1 – p(keine blaue Kugel in 2 Zügen) = 1 – 95/144 = 49/144
p((rote Kugel im 1.Zug) und (rote Kugel im 2.Zug)) = 49/144
p(rote Kugel im 1.Zug) * p(rote Kugel im 2.Zug) = 49/144

$p^2 = 49/144$, also $p = 7/12$

Variante 2:

Sei p die Wahrscheinlichkeit eine blaue Kugel zu ziehen, dann ist die Wahrscheinlichkeit eine rote Kugel zu Ziehen 1-p. Voraussetzung: es sind nur blaue und rote Kugeln in der Urne.

Die Wahrscheinlichkeit mindestens eine blaue zu ziehen setzt sich also zusammen als:
Ziehen zwei blauen Kugel: p*p
Ziehen zuerst einer blauen, dann einer roten Kugel: p*(1-p)
Ziehen zuerst einer roten, dann einer blauen Kugel: (1-p)*p

p(mindestens eine blaue Kugel in 2 Zügen) = $p*p + p*(1-p) + (1-p)*p = 95/144$
$p^2 + p – p^2 + p – p^2 = 95/144$
$-p^2 + 2p – 95/144 = 0$
$p=5/12$
p(eine rote Kugel zu Ziehen) = $1 – 5/12 = 7/12$

Aufgabe 7

In einer Fußballelf spielen 5 Verteidigungs- und 5 Angriffsspieler. Für ein eventuelles Elfmeterschießen werden 5 aus diesen 10 Spielern per Los ausgewählt. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass alle 5 Elfmeterschützen Angriffsspieler sind?

Lösung der Aufgabe 7

Auf den ersten Blick ähnelt die Aufgabe dem Problem aus dem Beispiel 5. Dort war allerdings nach jedem Würfeln dieselbe Ausgangsposition wieder da, so dass die einzelnen Ereignisse unabhängig voneinander waren. Hier ist die Wahrscheinlichkeit, einen Stürmer per Los zu ziehen, bei jeder der 5 Losziehungen eine andere, da zum einen die Anzahl der möglichen Spieler sukzessive um eins abnimmt und zum anderen die Anzahl der günstigen Fälle (Ziehen eines Stürmers) ebenfalls abnimmt, wenn bereits vorher Stürmer per Los ausgewählt wurden.

Seien die Ereignisse A1, A2, ..., A5 „Ziehen eines Stürmers beim 1. Los“ usw. bis 5. Los. Dann sind folgende Wahrscheinlichkeiten bekannt:
p(A1)=5/10, p(A2|A1)=4/9, p(A3|A1A2)=3/8, p(A4|A1A2A3)=2/7, p(A5|A1A2A3A4)=1/6
Dabei bedeutet z.B. P(A3|A1A2) die Wahrscheinlichkeit, dass beim 3.Los ein Stürmer gezogen wird, wenn bereits beim 1. und 2.Los ein Stürmer ausgewählt worden war.

p(A1undA2undA3undA4undA5) =
p(A1A2A3A4A5) =

p(A1) * p(A2|A1) * p(A3|A1A2) *p(A4|A1A2A3) * p(A5|A1A2A3A4)=
5/10 * 4/9 * 3/8 * 2/7 * 1/6·= 120/30.240 = 0,004

Aufgabe 8

Ein sportbegeisterter junger Mann, der gerade sein Studium absolviert hat, sucht seine Traumfrau. Diese sollte folgende Eigenschaften haben: blonde Haare, zwischen 170 und 175 cm groß, abgeschlossenes Studium, aktiv Sport betreibend und reiche Eltern. Dazu seien folgende Wahrscheinlichkeiten angenommen: P(Frau)=0,5, P(blond)=0,3, P(170bis175)=0,4, P(Studium)=0,1, P(sportlich)=0,2, P(reiche Eltern)=0,01.

a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die nächste Person, die er zufällig kennenlernt, seine Traumfrau ist?

b) Ist die Wahrscheinlichkeit innerhalb eines Jahres die Traumfrau zu finden, wenn der o.b. Mann im Jahr 50 Personen zufällig kennenlernt, größer oder kleiner als die Wahrscheinlichkeit in a)?

Lösung der Aufgabe 8

a) Sei einmal unterstellt, dass alle Eigenschaften unabhängig voneinander sind, dann ist:

   P(Traumfrau)=
   = P(Frau und blond und 170bis175 und Studium und sportlich und reiche Eltern)=
   = P(Frau) * P(blond) * P(170bis175) * P(Studium) * P(sportlich) * P(reiche Eltern)=
   = 0,5*0,3*0,4*0,1*0,2*0,01·= 0,000012

b) Bezogen auf 50 Bekanntschaften in einem Jahr beträgt die Wahrscheinlichkeit etwa das 50-fache, also 0,0006 (wenn auch die korrekte Berechnung nicht ganz so einfach, sondern über das Komplementärereignis erfolgt).

   In der Realität sind aber die 6 Ereignisse (Eigenschaften) nicht voneinander unabhängig, so dass zum Teil bedingte Wahrscheinlichkeiten zu verwenden sind.

   Außerdem sind nicht alle Bekanntschaften ganz „zufällig“, sondern erfolgen überwiegend in seinem eigenen Umfeld. Dann ist die Chance, seine Traumfrau zu treffen, doch um einiges höher.

Aufgabe 9

Bedingte Wahrscheinlichkeit → Beispiel aus dem Bereich der Medizin.
Es sei angenommen, dass in der Bevölkerung 3% eine bestimmte Krankheit haben, so dass jede Person entweder als krank oder gesund eingestuft werden kann. Es gebe einen Test zur

Indikation dieser Krankheit, der aber nicht 100-prozentig zuverlässig ist. Und zwar gibt er für eine kranke Person in 95 von 100 Fällen das richtige Ergebnis (+), stuft also in 5% der Fälle eine kranke Person irrtümlich als gesund ein, während er gesunde Personen zu 90% richtig klassifiziert (-), also in 10 von 100 Fällen eine gesunde Person fälschlicherweise als krank indiziert.
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Person wirklich krank ist, wenn der Test ein positives (+) Ergebnis erbracht hat?

Lösung der Aufgabe 9

Die Wahrscheinlichkeit, dass eine Person krank ist, beträgt 0,03.
Da der Test ein positives Ergebnis erbracht hat, sollte die Wahrscheinlichkeit für die betrachtete Person deutlich höher ausfallen. Gefragt ist nämlich nicht nach P(krank), sondern nach P(krank|+).
Folgende Wahrscheinlichkeiten sind bekannt:
P(+|krank)=0,95
P(-|krank)=0,05
P(+|gesund)=0,10
P(-|gesund)=0,90
P(krank)=0,03, daraus folgt, dass P(gesund)=0,97 ist.

(Formel s. Modul 7 Folien 46, 48-49)

$$\boldsymbol{P(krank|+)} \coloneqq \frac{\boldsymbol{P(krank \cap +)}}{\boldsymbol{P(+)}}$$
$$= \frac{\boldsymbol{P(krank) * P(+|krank)}}{\boldsymbol{P(krank) * P(+|krank) + P(gesund) * P(+|gesund)}}$$
$$= \frac{\mathbf{0,03 * 0,95}}{\mathbf{0,03 * 0,95 + 0,97 * 0,10}} = \frac{\mathbf{0,0285}}{\mathbf{0,0285 + 0,097}} = \frac{\mathbf{0,0285}}{\mathbf{0,1255}} = \mathbf{0,227}$$

Aufgabe 10

Das allseits bekannte Geburtstagsproblem: wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass in einer Klasse mit k Schülern mindestens zwei am selben Tag Geburtstag haben?

Lösung der Aufgabe 10

Wir gehen von n = 365 Tagen im Jahr aus.
Jeder Schüler „zieht“ einen Tag (nacheinander mit „Zurücklegen“, da mehrere Schüler an einem Tag Geburtstag haben können). Wir stellen uns das Ziehungsergebnis als k-Tupel von Geburtstagsdaten vor. Von diesen gibt es

$$|\boldsymbol{\Omega}| = \mathbf{365}^{\boldsymbol{k}}$$

Davon fallen

$$\frac{\mathbf{365!}}{\mathbf{(365-k)!}} = \mathbf{365 * 364 * 363 * \ldots * (366-k)}$$

auf lauter <u>verschiedene</u> Tage, also sind günstige Ziehungsergebnisse in unserem Fall (Berechnung „komplementär“):

$$|\boldsymbol{E}| = \mathbf{365}^{\boldsymbol{k}} - \frac{\mathbf{365!}}{\mathbf{(365-k)!}}$$

Die gesuchte Wahrscheinlichkeit ist dann:

$$\boldsymbol{P} = \frac{|\boldsymbol{E}|}{|\boldsymbol{\Omega}|} = \frac{\mathbf{365}^{\boldsymbol{k}} - \frac{\mathbf{365!}}{\mathbf{(365-k)!}}}{\mathbf{365}^{\boldsymbol{k}}} = \mathbf{1} - \frac{\mathbf{365 * 364 * 363 * \ldots * (366-k)}}{\mathbf{365}^{\boldsymbol{k}}}$$

eine Zahl, die für relativ kleine **k** schon ziemlich groß ist.

Schon ab 23 Personen ist die gesuchte Wahrscheinlichkeit größer als 50%.

k	5	10	20	22	23	24	50	70	100
p(k)	0,027	0,117	0,411	0,476	0,507	0,538	0,970	0,999	1,000

<u>Aufgabe 11</u>

Aus 5 Buchstaben werden Wörter, größtenteils unsinnige, der Länge 3 gebildet.
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein „zufällig“ gebildetes Wort nur zwei verschiedene Buchstaben besitzt?

<u>Lösung der Aufgabe 11</u>

Es ist n = 5 und k = 3, es wird zurückgelegt, und es kommt auf die Reihenfolge der Buchstaben an (Variation mit Wiederholung). Es gibt also insgesamt

$$|\boldsymbol{\Omega}| = \boldsymbol{n}^{\boldsymbol{k}} = \mathbf{5}^{\mathbf{3}} = \mathbf{125}$$

Worte der Länge 3.

Weiter Rechnung auf Basis der Formel für Variation ohne Wiederholung.

Rechnung komplementär:
nur zwei verschiedene Buchstaben = <u>genau</u> zwei Buchstaben sind gleich (bei Länge 3)
komplementär → alle 3 Buchstaben sind verschieden <u>oder</u> alle 3 Buchstaben sind gleich

Alle 3 Buchstaben sind verschieden

$$\frac{\boldsymbol{n}!}{(\boldsymbol{n}-\boldsymbol{k})!} = \frac{\mathbf{5!}}{\mathbf{(5-3)!}} = \mathbf{5 * 4 * 3 = 60}$$

Es gibt 60 Worte mit 3 verschiedenen Buchstaben und 5 Worte mit 3 gleichen Buchstaben (da es insgesamt 5 Buchstaben gibt). Also sind 125 – (60 + 5) = 60 Worte von dem gewünschten Typ.
Die Wahrscheinlichkeit ist

$$\boldsymbol{p = \frac{|E|}{|\Omega|} = \frac{60}{125} = 0,5}$$

rund 50%, wenn wir unterstellen, dass jeder Buchstabe an jeder Stelle des Wortes gleichwahrscheinlich vorkommt.

Aufgabe 12

Ein Kartenspiel hat 32 Karten, der Skat besteht aus 2 Karten. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass zwei Buben im Skat liegen?

Lösung der Aufgabe 12

2 aus 32 (ohne Zurücklegen und ohne Reihenfolge):

$$\boldsymbol{|\Omega| = \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!\,(n-k)!} = \binom{32}{2} = 496}$$

mögliche (und gleichwahrscheinliche) Paare (Skate).

Es gibt insgesamt 4 Buben, also

$$\boldsymbol{|E| = \binom{4}{2} = 6}$$

verschiedene Möglichkeiten für einen reinen Bubenskat.
Also ist die gesuchte Wahrscheinlichkeit

$$\boldsymbol{p = \frac{|E|}{|\Omega|} = \frac{6}{496} = \frac{3}{248} = 0,01}$$

Anders sieht es aus der Sicht eines Spielers aus, dessen 10 Karten, die er in der Hand hält, keinen Buben enthalten. Hier gibt es nur noch

$$\boldsymbol{|\Omega| = \binom{22}{2} = 231}$$

Möglichkeiten für einen Skat, die Wahrscheinlichkeit ist also

$$\boldsymbol{p = \frac{6}{231} = 0,026}$$

Aufgabe 13

Wie viele verschiedene Wörter (auch unsinnige) der gleichen Länge wie das Wort **MISSISSIPPI** lassen sich durch Umordnen der Buchstaben bilden?

Lösung der Aufgabe 13

Anordnen der Elemente einer Menge mit Wiederholung:
n=11 (Wortlänge)
Anzahl der möglichen Permutationen ist:

$$P_{mW} = \frac{11!}{1!\,4!\,4!\,2!} = \frac{39.916.800}{1.152} = 34.650$$

Aufgabe 14

Auf wie viele Arten kann aus einem 20-köpfigen Verein ein 3-köpfiger Vorstand, bestehend aus Vorsitzender, Schriftführerin und Kassiererin, gebildet werden?

Lösung der Aufgabe 14

n = 20 und k = 3.

Variation ohne Wiederholung (Reihenfolge ist wichtig, da unterschiedliche Positionen im Vorstand):

$$|\Omega| = V_{oW} = \frac{n!}{(n-k)!} = \frac{20!}{(20-3)!} = 20 * 19 * 18 = 6.840$$

Aufgabe 15

a) 100 Sportler nehmen an einem Wettbewerb teil. Es gibt Gold, Silber und Bronze zu gewinnen. Wie viele mögliche Ausgänge gibt es?
b) 100 Sportler nehmen an einem Wettbewerb teil. Die drei ersten Plätze werden prämiert. Wie viele mögliche Ausgänge gibt es einen Preis zu gewinnen?

Lösung der Aufgabe 15

a) mit Reihenfolge, ohne Zurücklegen
   n = 100 und k = 3.

$$|\Omega| = V_{oW} = \frac{n!}{(n-k)!} = \frac{100!}{(100-3)!} = 100 * 99 * 98 = 970.200$$

b) ohne Reihenfolge, ohne Zurücklegen
   n = 100 und k = 3.

$$|\Omega| = K_{oW} = \binom{n}{k} = \binom{100}{3} = \frac{100!}{3!\,(100-3)!} = \frac{98 * 99 * 100}{3 * 2} = 161.700$$

Aufgabe 16 (Klausuraufgabe WS17/18)

Von 25 Studenten studiert jeder wenigstens eines der Fächer Biologie, Geographie, Chemie. Biologie studieren insgesamt 14 Studenten, Geographie 10 Studenten. 2 Studenten haben alle Fächer. 6 Studenten haben Biologie und Chemie belegt, 5 Geographie und Biologie und 1

Geographie und Chemie.
Wie viele Studenten studieren Chemie?

Lösung der Aufgabe 16

Einschluss-Ausschluss-Verfahren (s. Folien 22 und 28 Modul 7)

$$|\mathbf{A}\cup\mathbf{B}\cup\mathbf{C}|=|\mathbf{A}|+|\mathbf{B}|+|\mathbf{C}|-|\mathbf{A}\cap\mathbf{B}|-|\mathbf{A}\cap\mathbf{C}|-|\mathbf{B}\cap\mathbf{C}|+|\mathbf{A}\cap\mathbf{B}\cap\mathbf{C}|$$

25 = 14 + 10 + **C** – 5 – 6 – 1 + 2
C = 25 – 14 – 10 + 5 + 6 + 1 – 2 = 11

Aufgabe 17

Aus einem Karton mit 20 Kekspackungen, von denen 5 als 2.Wahl bezeichnet sein können, werden 3 Kekspackungen entnommen und geprüft (Stichprobe).

a) Die Kekspackungen werden gleichzeitig entnommen.
Mit welcher Wahrscheinlichkeit befindet sich in der Stichprobe:
(1) genau eine beschädigte Packung
(2) höchstens eine beschädigte Packung
(3) mindestens eine beschädigte Packung

b) Die Kekspackungen werden hintereinander mit Zurücklegen entnommen.
Mit welcher Wahrscheinlichkeit befindet sich in der Stichprobe:
(4) genau eine beschädigte Packung
(5) höchstens eine beschädigte Packung
(6) mindestens eine beschädigte Packung

Lösung der Aufgabe 17

$n=20$, $n_1=5$, $n_2=15$, $k=3$

a) Ziehen ohne Reihenfolge (Schlüsselwort: gleichzeitig) und ohne Zurücklegen

$$|\boldsymbol{\Omega}| = \boldsymbol{KoW} = \binom{\mathbf{20}}{\mathbf{3}} = \frac{\mathbf{20!}}{\mathbf{3!\,(20-3)!}} = \frac{\mathbf{20*19*18}}{\mathbf{3*2*1}} = \mathbf{1.140}$$

(1) genau eine beschädigte Packung

$$|\boldsymbol{E}| = \boldsymbol{KoW} = \binom{\mathbf{5}}{\mathbf{1}}\binom{\mathbf{15}}{\mathbf{2}} = \frac{\mathbf{5!*15!}}{\mathbf{1!\,4!*2!\,13!}} = \frac{\mathbf{5*15*14}}{\mathbf{2}} = \mathbf{525}$$

$$\boldsymbol{p} = \frac{|\boldsymbol{E}|}{|\boldsymbol{\Omega}|} = \frac{\mathbf{525}}{\mathbf{1.140}} = \mathbf{0,46}$$

(2) höchstens eine beschädigte Packung

→ genau eine oder gar keine

$$|\boldsymbol{E}| = \boldsymbol{KoW} = \binom{5}{0}\binom{15}{3} + \binom{5}{1}\binom{15}{2} = \frac{5! * 15!}{0!\,5! * 3!\,12!} + 525 =$$

$$= \frac{15 * 14 * 13}{3 * 2} + 525 == 455 + 525 = 980$$

$$p = \frac{|E|}{|\Omega|} = \frac{980}{1.140} = 0,86$$

(3) mindestens eine beschädigte Packung

→ Gegenwahrscheinlichkeit: 1 minus (gar keine beschädigte Packung)

$$|\boldsymbol{E}| = \boldsymbol{KoW} = \binom{5}{0}\binom{15}{3} = 455$$

$$p = 1 - \frac{|E|}{|\Omega|} = 1 - \frac{455}{1.140} = 1 - 0,3991 = 0,60$$

b) Ziehen <u>mit Reihenfolge</u> (Schlüsselwort: hintereinander) und mit Zurücklegen

Tipp: Denken Sie an das Baumdiagramm mit Zurücklegen

$$|\boldsymbol{\Omega}| = \boldsymbol{n^k} = 20^3 = 8.000$$

(1) genau eine beschädigte Packung

3-mal wird jeweils <u>eine</u> Packung gezogen → $\binom{3}{1}$: eine Packung aus 5 ($\mathbf{5^1}$) und zwei aus 15 (15^2). Bei jeder Ziehung ist die Wahrscheinlichkeit gleich, da zurückgelegt wird

$$|\boldsymbol{E}| = \boldsymbol{VmW} = 3 * 5^1 * 15^2 = 3 * 5 * 15 * 15 = 3.375$$

$$p = \frac{|E|}{|\Omega|} = \frac{3.375}{8.000} = 0,42$$

(2) höchstens eine beschädigte Packung

→ genau eine <u>oder</u> gar keine

$$|\boldsymbol{E}| = \boldsymbol{VmW} = 15^3 + 3.375 = 3.375 + 3.375 = 6.750$$

$$p = \frac{|E|}{|\Omega|} = \frac{6.750}{8.000} = 0,84$$

(3) mindestens eine beschädigte Packung

→ Gegenwahrscheinlichkeit: 1 (gar keine beschädigte Packung)

$$|\boldsymbol{E}| = \boldsymbol{VmW} = 15^3 = 3.375$$

$$p = 1 - \frac{|E|}{|\Omega|} = 1 - \frac{3.375}{8.000} = 1 - 0,42 = 0,58$$