**Wahrscheinlichkeit – Zusammenfassung**

### Beschreibende Statistik und Wahrscheinlichkeitstheorie

* beschreibende Statistik kommt ohne Wahrscheinlichkeit aus

|  |  |
| --- | --- |
| Beschreibende Statistik | Wahrscheinlichkeitstheorie |
| relative Häufigkeit fi | Wahrscheinlichkeit p(A) |
| Häufigkeitsverteilung | Wahrscheinlichkeitsverteilung |
| Stichprobe | Zufallsvariablen |
| Mittelwert x̅ | Erwartungswert |
| Standardabweichung s | Streuung |
| Varianz s² | Varianz s² |
| Median x̅Z | Median, x̅Z |
| Quantile | Quantile |
| Merkmale | Experiment |
| Merkmalsausprägungen xi | Elementarereignisse ω  Teilmenge vom Ereignisraum Ω **ω ⊆ Ω** |
| Stichprobe | n-malige Wiederholung des Experiments |

### Wahrscheinlichkeitstheorie

* untersucht **bestimmte Ereignisse bei der Durchführung des (Zufalls-) Experiments**

Bsp.:

* + Wurf einer Münze A = {Kopf}
  + Würfeln B = {5, 6}
  + Lotto 6 aus 49
  + mehr als 1000 Anrufe pro Tag D = { n | n > 1000}
  + Matrikelnummer mit 7 beginnt K = {MatNr| MatNr 7\*}
* **Experiment ist beliebig oft und unter identischen Bedingungen wiederholbar**
* **Ergebnis des Experiments** ist **nicht exakt vorhersagbar** („hängt vom Zufall ab“)
* **Zufallsaspekt einer Stichprobe** ist auch **Verbindung zur Wahrscheinlichkeitstheorie**   
  (historisch ist Wahrscheinlichkeitsrechnung eng mit dem Glücksspiel verbunden)
* auch **Funktionen können Ergebnisse eines Zufallsexperiments** sein

**Definitionen:**

**Experiment:**

* + **Erhebung eines Merkmals an einem Merkmalsträger**

**Stichprobe vom Umfang n**

* + die n-malige Wiederholung des Experiments

**Elementarereignisse ω (‚Klein-Omega‘) (singleton):**

* + die **verschiedenen möglichen Ergebnisse des Experiments** = **Merkmalsausprägungen**  
    sind **Teilmengen des Ereignisraums Ω 🡆 ω ⊆ Ω**

**Ereignisraum Ω (‚Groß-Omega‘)**

* + Ω ǂ 0
  + **Summe aller Elementarereignisse**
  + **Menge aller möglichen Ergebnisse**

### Ereignisraum Ω (auch Ergebnismenge oder Merkmalraum; Stichprobenraum (sample space))

* **nichtleere Menge** Ω ǂ 0
* **Menge aller möglichen Ergebnisse (Elementarereignisse) eines** mathematischen **Zufallsexperiments**
* Stichprobenraum (sample space)
* **|Ω|= n 🡆 Anzahl der Ergebnisse in der Menge Ω**
* Ω kann **endlich, abzählbar (diskret) oder überabzählbar unendlich** sein
* Ω heißt **diskret**, falls es **höchstens abzählbar unendlich viele Elemente hat**.

### Ereignis (event)

* **Elementarereignis (ω) ist Teilmenge A des Ereignisraums Ω A ⊂ Ω**
* **A tritt ein, wenn ω ϵ A ( Elementarereignis eine Element der Teilmenge A ist)**
* **Elementarereignisse** (singleton) {ω} sind **einelementige Teilmengen des Ereignisraums (Elemente von Ω)**
* **Ω** heißt **sicheres Ereignis** tritt immer ein
* **Ø** heißt **unmögliches Ereignis** kann nie eintreten
* **Ac** heißt **Komplementärereignis** **Gegenereignis, ohne A** (Ereignis B ∉ A)
* Teilmengen A und B heißen **wenn A \ B = Ø**  
  **unvereinbar oder disjunkt**

### Wahrscheinlichkeit p (probability)

* **Wahrscheinlichkeit p** ist ein **Maß für die Sicherheit** (oder Unsicherheit) **zur Voraussage über die Begrenzung der Möglichkeiten**
* Wahrscheinlichkeitsrechnung: **Zuordnung einer Wahrscheinlichkeit p(A) zu jedem Elementarereignis A**

**Beispiele**:

2 Elementarereignisse beim Münzwerfen

**p(‚Kopf‘)** = ½

**p(‚Zahl‘)** = ½

**p(‚Kopf** oder **Zahl‘)** = 2/2 = 1 Kopf‘ oder ‚Zahl‘

**p(‚Kopf und Zahl‘)** = 0/2 = 0 = Ø ‚Kopf‘ und ‚Zahl‘ nicht gleichzeitig   
 unmögliches Ereignis

### Wahrscheinlichkeit und relative Häufigkeit

* Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses wird häufig in Prozent angegeben (p \* 100)
* **Parallelität zu den relativen Häufigkeiten fi eines Merkmals**
* Im späterer Anwendung: **Schätzung der Wahrscheinlichkeiten** eines Ereignisses p **oder einer Merkmalsausprägung (Elementarereignis ω) durch relativen Häufigkeiten über n-fache Wiederholung des Experiments (absolute Häufigkeiten)**
* **Wahrscheinlichkeiten von Ereignissen können näherungsweise bestimmt werden**, wenn sie nicht elementar logisch oder physikalisch sind.

### Bestimmung der Wahrscheinlichkeit in der Praxis (Wahrscheinlichkeit des Ereignisses)

Bsp. Würfel:

Versuch der Formulierung des Maßes für die Sicherheit (Wahrscheinlichkeit), die 6 zu würfeln:

„**Unter 6 Würfel-Versuchen** wird **ungefähr 1 mal die Augenzahl 6** auftreten"

**Nicht sicher, dass bei 6 Versuchen die gewünschte Augenzahl genau 1 ist**

„**Unter 6000 Würfel-Versuchen wird ungefähr 1000 mal die Augenzahl 6** auftreten“   
 ist **schon plausibler**

"Unter einer **sehr großen Zahl n von Würfel-Versuchen** wird ungefähr n/6 mal die   
 Augenzahl 6 auftreten"

ist **noch sicherer**

* relative Häufigkeit h(A) 🡆 m/n:
  + **Ereignis A tritt genau m mal ein, wenn Experiment n mal identisch durchgeführt wird**   
    **m/n** (Anzahl der Ereignisse A / Anzahl der Experimente)
  + **relative Häufigkeit ist** meist **bei jeder Reihe von n Experimenten unterschiedlich**
  + **ist n** (in jeder Reihe der Experimente) **sehr groß, ist in jeder Reihe der Experimente die Anzahl der relativen Häufigkeiten m/n ungefähr gleich**
  + wächst **n gegen unendlich**, **sollte relative Häufigkeit einen fixen** (vom Experiment und dem Ereignis A abhängigen) **Wert haben**. Dieser Wert heißt „**Wahrscheinlichkeit des Ereignisses**“ 🡆 **empirisches Gesetz der großen Zahlen**



**3 Reihen (Folgen) mit jeweils n Versuchen (Experimenten) beim Würfeln**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Versuchsreihe i | Versuchs-Anzahl  n | Auftreten des Ereignisse  p(A) = 6 m mal wurde die 6 gewürfelt | relative Häufigkeit  hn(A)  m / n |
| 1 | 6 | {1, 1, 0, 2, 0} | 0,1667 0,1667 0 0,3333 0 |
| 2 | 60 | {7, 9, 8, 10, 9} | 0,1167 0,15 0,1333 0,1667 0,15 |
| 3 | 6000 | {1046, 1026, 993, 963, 986} | 0,174 0,171 0,166 0,161 0,164 |

**Wahrscheinlichkeit des Ereignisses** ist **für eine gegen unendlich strebende Anzahl n** von Durchführungen des Experiments **vorausgesagte relative Häufigkeit seines Eintretens**.

(mathematische Idealisierung, n strebt nicht wirklich "gegen unendlich“)

### Eigenschaften der Wahrscheinlichkeit:

* relative Häufigkeit jedes Ereignisses A im Bereich 0 ≤ h(A) ≤ 1 🡆 gilt daher auch für jede Wahrscheinlichkeit.
* Tritt Ereignis A mit Sicherheit ein 🡆 so tritt es bei n-maliger Durchführung des Experiments n mal ein
  + relative Häufigkeit hm(A) = n/n = 1 🡆 p(A) = 1
* Tritt ein Ereignis A mit Sicherheit nicht ein 🡆 so tritt es bei n-maliger Durchführung des Experiments 0 mal ein
  + relative Häufigkeit hm(A) = 0/n = 0 🡆 p(A) = 0

### Axiome von Kolmogorow

Wahrscheinlichkeitsmaß (W-Maß) muss folgende drei Axiome erfüllen:

1. **Wahrscheinlichkeit** für ein Ereignis A **ist immer eine reelle Zahl zwischen 0 und 1**:   
   **0 ≤ p(A) ≤ 1**
2. Das sichere Ereignis Ω hat die Wahrscheinlichkeit 1

**p(A) = 1 A tritt mit Sicherheit ein**

**p(A) = 0 A tritt mit Sicherheit nicht ein**

**0 < p(A) < 1 Werte zwischen 0 und 1 sind Grade an Sicherheit**

Je größer die Wahrscheinlichkeit p(A), umso größer die Annahme, dass   
 Ereignis A eintritt.

1. **Wahrscheinlichkeit einer Vereinigungsmenge ⋃ vieler disjunkter (unvereinbarer) Ereignisse = Summe der Wahrscheinlichkeiten der einzelnen Ereignisse**

σ-Additivität (‚Sigma‘-Additivität):

Vereinigungsmenge von A und B ist Objekt-Menge, die in mindestens einem Element der Menge von A und B enthalten sind

### mengentheoretische Konzepte

* (Elementar)-**Ereignisse** ω sind **Teilmengen des Ereignisraums Ω**
* **Beziehungen zwischen den Ereignisse** werden **über** Begriffe der **Mengenlehre** beschrieben
* **Ereignisse werden wie Mengen miteinander verknüpft**

**⋂ Schnittmenge ( x ∈ A ⋀ x ∈ B )**

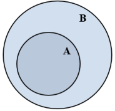
**⋃ Vereinigungsmenge ( x ∈ A ) ⋁ ( x ∈ B )**

**\ Mengendifferenz ( x ∈ A ) ⋀ ( x ∉ B )**

**c Komplementbildung von B in Bezug auf A ( x ∉ B )**

#### Teilmenge A von B

* Menge A ist Teilmenge einer Menge B
* **jedes Element** (Objekt) **von A ist auch in B enthalten**



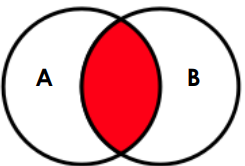
**A ⊆ B :⟺ ∀ x ( x ∈ A → x ∈ B )**

A ist echte Teilmenge von B daraus folgt für alle Elemente x

**A = B :⟺ ∀ x (x ∈ A ↔ x ∈ B )**

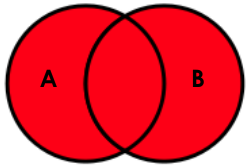
Zwei Mengen sind gleich, wenn beide Mengen dieselben Elemente enthalten

#### Schnittmenge von A und B

* **Menge der Elemente** (Objekte), **die in A UND in B enthalten sind**Es müssen aber **nicht alle Elemente von A in B enthalten** sein (Unterschied zur Teilmenge)
* Elemente **müssen** eine **nichtleere Menge** haben

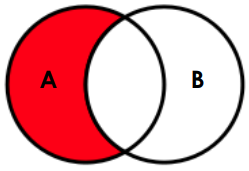
**A ⋂ B := { x ∣ ( x ∈ A ∧ x ∈ B ) }**

#### Vereinigungsmenge von A und B

* **Menge der Elemente (Objekte),** die **in mindestens einem Element von A und B enthalten sind**
* Elemente **können** eine **nichtleere Menge** haben

**A ⋃ B := { x ∣ ( x ∈ A ) ∨ ( x ∈ B ) }**

#### Differenzmenge von A und B

* **nur für 2 Mengen definiert**
* Menge der Elemente (Objekte), die **in A aber nicht in B** enthalten sind

**A ∖ B := { x ∣ ( x ∈ A ) ∧ ( x ∉ B ) }**

#### Komplement von B in Bezug auf A (A ohne B)

* ist **B eine Teilmenge von A**, dann ist A das Komplement der Menge B.

**BC := { x ∣ x ∉ B }**

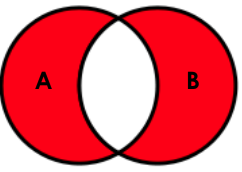
#### Symmetrische Differenz von A und B

**A △ B := { x ∣ ( x ∈ A ∧ x ∉ B ) ∨ ( x ∈ B ∧ x ∉ A ) }**

**A △ B := A ⋃ B - A ⋂ B**

**Vereinigungsmenge - Schnittmenge**

**Alle Elemente aus A und B – Elemente, die in A UND B enthalten sind**



### Einschluss-Ausschluss-Verfahren (Siebformel)

* auch **Prinzip von Inklusion und Exklusion** oder **Prinzip der Einschließung und Ausschließung**
* **Summenregel** **für zwei endliche disjunkte (unvereinbare) Mengen** A und B:

|𝐀 ∪ 𝐁| = |𝐀| + |𝐁| − |𝐀 ∩ 𝐁|

Menge von A + B – Schnittmenge von A und B (Menge die in A und B enthalten ist)

* **Summenregel für drei endliche disjunkte (unvereinbare) Mengen** A und B:

|𝐀 ∪ 𝐁 ∪ |𝐂 |= |𝐀| + |𝐁| + |𝐂| − |𝐀 ∩ 𝐁| − |𝐀 ∩ 𝐂| − |𝐁 ∩ 𝐂| + |𝐀 ∩ 𝐁 ∩ |C|

Menge A + B + C – Schnittmenge A und B – Schnittmenge A und C – Schnittmenge B und C + Schnittmenge A und B und C

### Gesetzmäßigkeiten

Für alle A , B , C ⊆ X gilt

**Antisymmetrie**: **A ⊆ B und B ⊆ A** → **A = B**

**Transitivität**: **A ⊆ B und B ⊆ C** → **A ⊆ C**

Die Mengen-Operationen **Schnitt ⋂ und Vereinigung ⋃ sind kommutativ, assoziativ** und **zueinander distributiv**

### Regeln der Wahrscheinlichkeitsrechnung

**P ( Ω ) = 1**

**Ereignisraum Ω = 1 🡆 gesichertes Ereignis**

**P ( ← A ) = P ( Ω ∖ A ) = 1 - P ( A )**

**Ereignis ohne Elemente aus Menge A 🡆 1 - P ( A )**

#### Siebformel (Einschluss-Ausschluss-Verfahren, Prinzip der Inklusion und Exklusion)

**P ( Ω ) = 1**

* **Summenregel** **für zwei endliche disjunkte (unvereinbare) Mengen** A und B:

**P ( A ) = 1 – P ( ← A ) 1 ohne A bzw. Ω ohne A**

**|𝐀 ∪ 𝐁| = |𝐀| + |𝐁| − |𝐀 ∩ 𝐁|**

Menge von A + B – Schnittmenge von A und B (Menge die in A und B enthalten ist)

* **Summenregel für drei endliche disjunkte (unvereinbare) Mengen** A und B::

**|𝐀 ∪ 𝐁 ∪ |𝐂 |= |𝐀| + |𝐁| + |𝐂| − |𝐀 ∩ 𝐁| − |𝐀 ∩ 𝐂| − |𝐁 ∩ 𝐂| + |𝐀 ∩ 𝐁 ∩ |C|**

**P ( A ) = 1 – P ( ← A ) 1 ohne A bzw. Ω ohne A**

**P ( A ) = 1 – P( A ⋃ B ⋃ C ) 1 ohne A bzw. Ω ohne A**

**P ( A ) = 1 – P( A ) + P( B ) + P( C ) - P( A ⋂ B ) – P( A ⋂ C ) – P( B ⋂ C ) + P( A ⋂ B ⋂ C )**

Menge A + B + C – Schnittmenge A und B – Schnittmenge A und C – Schnittmenge B und C + Schnittmenge A und B und C

**Hinweis:**

**1 ist die Gesamtmenge (der Ereignisraum Ω )**

**Bsp.**

100 Studenten haben u.a. Kurse A, B und C belegt.

65 Studenten haben Kurs A belegt, 32 Kurs B, 18 Kurs C, 15 A und B, 9 B und C, 7 A und C, 3 haben alle drei Kurse belegt.

Wie viele Studenten haben keinen der Kurse A, B oder C belegt.

**(Anzahl Studenten ohne Kurse A, B, C) =**

**1 - P( A ) + P( B ) + P( C ) - P( A ⋂ B ) – P( A ⋂ C ) – P( B ⋂ C ) + P( A ⋂ B ⋂ C )**

**(Anzahl Studenten ohne Kurse A, B, C) = 100 – ( 65 + 32 + 18 – 15 - -9 – 7 + 3 ) = 100 – 87 = 13**

* Bei **einer von einer Gesamtmenge abhängigen Teilmenge** (z. B. einer Anzahl von gezogenen Kugeln) (k-Elemente bzw. k-Objekte)
  + bedeutet **Ω die von k und n abhängige Menge aller möglichen Ziehungsergebnisse** (Gesamtmenge) **und**
  + **betrachten eine Teilmenge E** (ein Ergebnis der 6 Ziehungsergebnisse) E ⊂ Ω

🡆 dann ist **p die Wahrscheinlichkeit**,   
 **dass ein Ziehungsergebnis zur „Ergebnismenge“ E** gehört

* **Diese Wahrscheinlichkeit ist** (unter obiger Gleichwahrscheinlichkeits-Annahme) **das Verhältnis der günstigen Möglichkeiten zu allen Möglichkeiten**

**Anzahl der Ergebnisse von Ω heißt Mächtigkeit |Ω|= n**

#### Laplace - Experiment

* Zufallsexperiment: **jedes Ereignis besitz die gleiche Wahrscheinlichkeit p**
* **alle Ergebnisse sind gleich wahrscheinlich**

**Laplace-Würfel**

* Ein nicht gezinkter (idealer) Würfel bei dem **jede gewürfelte Zahl gleich wahrscheinlich** ist)
* Wahrscheinlichkeit jedes Elementarereignisses ist gleich
* entsprechende Wahrscheinlichkeit ist

**(n/6) / n = (1/6) / 1 ⟺ (1/6) ≔ bei 600 Versuchen, wird jede Zahl 100-mal gewürfelt**

* Für idealen Würfel ist auch ungerade Zahl ein Ereignis.
* Wie groß ist die **Wahrscheinlichkeit für eine ungerade Zah**l?
  + **Von 6 möglichen Zahlen** (→ **mögliche Fälle**) **sind 3 Zahlen gerade** (2, 4, 6 → = 3 günstige Fälle).
  + **Jeder günstige (gerade Zahl) und ungünstige Fall (ungerade Zahl)** tritt bei n-Versuchen (Experimenten) für sehr großes n **gleich oft** ein   
    🡆 **n/6** mal = **relativer Anteil = 1 : 6**
  + Summe der günstigen Fälle ist dreimal größer als jede einzelne gerade Zahl

* + **relative Anteil aller günstigen Fälle** (gerade Zahl) ist somit d**reimal größer als der relative Anteil jeder einzelnen geraden Zahl** 🡆 3/6 = ½
  + **Wahrscheinlichkeit**, eine gerade oder ungerade Zahl = **3/6 = 1/2**
* **Anzahl aller möglichen Versuchsausgänge** eines Laplace-Experiments (= **Zahl der Elemente des Ereignisraums Ω**) heißt „**Zahl der möglichen Fälle**“
* **Wahrscheinlichkeit für das Eintreten des Ereignisses A**

**Beispiel 1:**

Es werden zwei unterscheidbare (ideale) Würfeln geworfen.

vereinfacht: ein **roter** und ein **blauer** Würfel.

beide Würfel fallen unabhängig voneinander.

mögliche Versuchsausgänge sind alle 36 möglichen geordneten Paare von Augenzahlen:

(**1**, **1**), (**1**, **2**), (**1**, **3**), (**1**, **4**), (**1**, **5**), (**1**, **6**),

(**2**, **1**), (**2**, **2**), (**2**, **3**), (**2**, **4**), (**2**, **5**), (**2**, **6**),

(**3**, **1**), (**3**, **2**), (**3**, **3**), (**3**, **4**), (**3**, **5**), (**3**, **6**),

(**4**, **1**), (**4**, **2**), (**4**, **3**), (**4**, **4**), (**4**, **5**), (**4**, **6**),

(**5**, **1**), (**5**, **2**), (**5**, **3**), (**5**, **4**), (**5**, **5**), (**5**, **6**),

(**6**, **1**), (**6**, **2**), (**6**, **3**), (**6**, **4**), (**6**, **5**), (**6**, **6**).

Wie ist die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses „Die Summe der Zahlen in jedem Wurf ist gerade“?

* + **Zahl der möglichen Fälle** (Zahl aller möglichen Versuchsausgänge) = **36**
  + **Zahl der günstigen Fälle** (Zahl der möglichen Versuchsausgänge, bei denen die Summe der Zahlen gerade ist):
    - **Summe der Zahlen ist gerade**, **wenn** bei jedem Wurf **beide Zahlen gerade oder beide Zahlen ungerade sind**.
    - **Jeder Würfel hat 3 gerade und 3 ungerade Zahlen** 🡆 **9 Versuchsausgänge** mit Ereignissen (**gerade, gerade**) und **9 Versuchsausgänge** mit Ereignissen (**ungerade, ungerade**) = **18 günstige Fälle**.
* **gilt nur für Laplace-Experimente!**
* **Nicht jedes Zufallsexperiment ist ein Laplace-Experiment!**

**Beispiel 2:**

* + In einer Urne befinden sich **10 rote**, **15** **blaue** und **5 grüne** **Kugeln** ( = **30 Kugeln gesamt**)
  + Eine Kugel wird zufällig entnommen. Kugeln gleicher Farbe werden nicht unterschieden.
  + Kein Laplace-Experiment! 🡆 die Wahrscheinlichkeit der Versuchsausgänge rot, blau und grün ist nicht gleich!
  + kann jedoch in Laplace-Experiment gewandelt werden, in dem Kugeln nummeriert werden 🡆 damit ist jede Kugel einzigartig (besitzt Identität) 🡆 jede Nummer wird mit gleicher Wahrscheinlichkeit gezogen
  + **Zahl der möglichen Fälle = 30** (**Anzahl der Kugeln in der Urne**)
  + Versuchsausgänge **rot**: **Zahl der günstigen Fälle** = **10**
  + Versuchsausgänge **blau**: **Zahl der günstigen Fäll**e = **15**
  + Versuchsausgänge **grün**: **Zahl der günstigen Fälle** = **5**

**Wahrscheinlichkeiten für die drei Versuchsausgänge:**

#### Gegenwahrscheinlichkeit (Komplementärmenge, Gegenereignis)

* wenn A Teilmenge von Ω
  + ist die **Komplementärmenge Ω\A** die **Menge aller Versuchsausgänge** (Ereignisraum bzw. Ergebnismenge Ω), **die nicht in A** enthalten sind
  + **Bezeichnungen für Komplementärmenge**
    - **„A tritt nicht ein“**
    - **„nicht-A“**
    - **🡐 A**
    - **A̅**
    - **Gegenereignis von A**
    - **Negation von A**
* **Gegenereignis des Gegenereignisses ist wieder das ursprüngliche Ereignis** (Negation der Negation)

**A = 🡐 🡐 A**

* Die **Wahrscheinlichkeit eines Gegenereignisses heißt Gegenwahrscheinlichkeit**
* **Gegenwahrscheinlichkeit ist durch Komplementärmenge gegeben**

**P( 🡐 A ) = 1 – P( A )**

Gegenwahrscheinlichkeit Komplementärmenge

* **Summe aus der Wahrscheinlichkeit und der Gegenwahrscheinlichkeit = 1**

**p( A ) + p( 🡐A ) = 1**

Wahrscheinlichkeit + Gegenwahrscheinlichkeit = 1

**Beispiel 2:**

Urne mit 30 Kugeln (**10 rote**, **15** **blaue** und **5 grüne**)

**Ereignis P( A** **)** = „**nicht-rote Kugel** wird gezogen“

**Ereignis P( B )** = „**rote Kugel** wird gezogen“.

* + **Zahl der möglichen Fälle = 30** (**Anzahl der Kugeln in der Urne**)
  + Versuchsausgänge **rot**: **Zahl der günstigen Fälle** = **10**
  + **p( B ) = p( rote Kugel wird gezogen ) =** **10/30 = 1/3**
* alternativ kann über das Gegenereignis   
   p( A ) = P( **nicht-rote Kugel )** oder   
  berechnet werden
  + **A ist das Gegenereignis zu B 🡆 Wahrscheinlichkeit B = 1/3**

**P( A ) = 1 – P( B ) = 1 – 1/3**

**P( nicht-rote Kugel wird gezogen ) = 1 – 1/3 = 2/3 \* 30 = 20**

#### Elementare Kombinatorik (abzählende Kombinatorik)

**Elementare Kombinatorik (abzählende Kombinatorik)**

* **Teilbereich der Kombinatorik**
* Bestimmung der **Anzahl möglicher Anordnungen oder Auswahlen** zu
  + **unterscheidbaren (ohne Wiederholung)** / **nicht unterscheidbaren (mit Wiederholung)** Objekten
  + **mit Beachtung der Reihenfolge (geordnet) / ohne Beachtung der Reihenfolge (ungeordnet)**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | **ohne** **Wiederholung**  (unterscheidbar) | **mit** **Wiederholung**  (nicht unterscheidbar) |
| **mit** Beachtung der **Reihenfolge** (geordnet)  und **k ≤ n** | **Variation** ohne Wiederholung  (k-permutation) | **Variation** mit Wiederholung |
| **ohne** Beachtung der **Reihenfolge** (ungeordnet)  und **k < n** | **Kombination** ohne Wiederholung  ( k-combination) | **Kombination** mit Wiederholung |