**Wirtschaftsstatistik**

**Präsenz am 08.12.2023**

*Wichtige Informationen von Frau Merrins zur Klausur*

*Aufgabenstellung genau lesen.  
Nur das beantworten bzw. lösen, was in der Aufgabenstellung gefragt ist, nicht mehr und nicht weniger*

*präzise antworten*

*Bei Diagrammen die Beschriftungen für die x-Achse und y-Achse nicht vergessen.*

*Im Streudiagramm die Regressionsgerade über den gesamten Bereich des Streudiagramms (bzw. über den letzten Wert auf der x-Achse bzw. y-Achse zeichnen.  
Es muss ersichtlich sein, dass die Regressionsgerade eine lineare Funktion visualisiert und diese Funktion über die Beispielwerte aus der Aufgabenstellung hinaus geht (Die lineare Funktion ist unendlich)*

*Zum Zeichnen des Streudiagramms ein separates Blatt nehmen*

*Wenn* ***im Streudiagramm oberhalb der Regressionsgerade f(x)*** *geschrieben und die Gerade somit als lineare Funktion gekennzeichnet wird, gibt das einen Zusatzpunkt*

*Die Skala der Achsen im Streudiagramm muss nicht bei 0 beginnen, sondern kann auch mit dem kleinsten y- oder x-Wert beginnen (wenn sich das Diagramm dadurch besser zeichnen lässt.) Dann muss am Achsen-Schnittpunkt (x,y) ein Viertelkreis gezeichnet werden (siehe Beispiel)*

*Für die Regressionsgerade müssen mittels der Regressionsgleichung ŷ = a + b \* x nur 2 Punkte ermittelt werden.  
Für den ersten Punkt kann für x = 0 eingesetzt werden. Dann entspricht der Startpunkt den Koordinaten (x-Wert = 0, y-Wert = Wert zum Regressionskoeffizienten a) 🡆 Regressionskoeffizient a wird anhand der dazugehörigen Formel berechnet.  
Für den 2. Punkt einen x-Wert nehmen, der einigen Abstand zum x-Wert des ersten Punktes hat.  
Das kann, muss aber kein Wert aus der Lösungstabelle sein. Es sollte ein Wert sein, mit dem man gut die Regressionsfunktion berechnen kann.   
Beide Punkte im Streuungsdiagramm einzeichnen und mit der Geraden verbinden (Gerade aber den gesamten Bereich des Streudiagramms zeichnen. Die Gerade muss über alle in der Aufgabenstellung genannten x-Werte und über den gesamten Bereich des Streudiagramms gezeichnet werden.  
Die Punkte im Streuungsdiagramm als Punkte oder kleine Kreise, kleine Quadrate oder Rauten zeichnen, WICHTIG die Punkte müssen exakt den Koordinaten x, y entsprechen (Präzision ist ihr wichtig!)*

*programmierbare Taschenrechner sind erlaubt (da alle Schulrechner heute programmierbar sind)  
Es dürfen auch die Programmierfunktionen genutzt werden  
WICHTIG   
Der Rechenweg muss ersichtlich sein 🡆 Tabelle ausfüllen 🡆 Funktion schreiben 🡆 Werte aus Tabelle einsetzen 🡆 Werte aus Zwischenrechnung 🡆 Ergebnis*

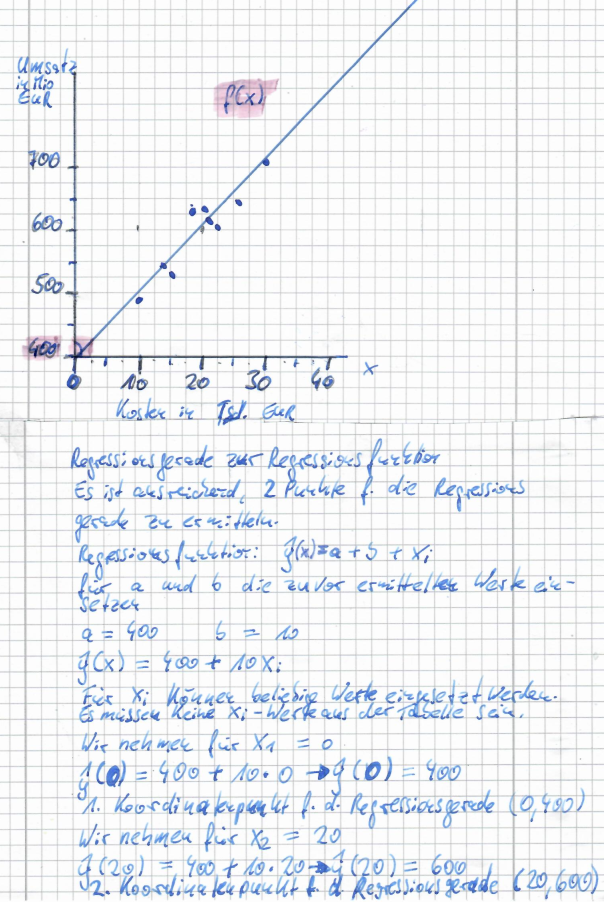
**Übungsaufgabe in der Präsenz**

**Aufgabenstellung**

Ein Filialleiter testet für neun bezüglich des Standortes, der Verkaufsfläche und des Zeitraums vergleichbare Filialen den Einfluss der kosten auf den Umsatz.

1. Zeichnen Sie das Streudiagramm und die Regressionsgerade zur Regressionsfunktion in das Koordinatensystem ein. Beschriftung der Achsen nicht vergessen!
2. Ermitteln Sie die Korrelationskoeffizienten
3. Berechnen Sie das Bestimmtheitsmaß
4. Interpretieren sie das Bestimmtheitsmaß
5. Prognostizieren Sie die geschätzten Kosten bei einem Umsatz von 900 Mio EUR
6. Prognostizieren Sie den geschätzten Umsatz bei Kosten von 30.000 EUR
7. Zeichnen Sie das Streudiagramm und die Regressionsfunktion in das Koordinatensystem ein. Beschriftung der Achsen nicht vergessen!

Zeichnen Sie das Streudiagramm und die Regressionsgerade zur Regressionsfunktion in das Koordinatensystem ein. Beschriftung der Achsen nicht vergessen!



Zum Zeichnen des Streudiagramms ein separates Blatt nehmen

Bei Diagrammen die Beschriftungen für die x-Achse und y-Achse nicht vergessen.

Im Streuungsdiagramm die Punkte zu den x,y-Koordinaten als Punkte oder kleine Kreise, kleine Quadrate oder Rauten zeichnen.

WICHTIG die Punkte müssen exakt den Koordinaten x, y entsprechen (Präzision ist ihr wichtig! Evtl. millimeter-Papier verwenden)

Im Streudiagramm die Regressionsgerade über den gesamten Bereich des Streudiagramms (bzw. über den letzten Wert auf der x-Achse bzw. y-Achse zeichnen.

Es muss ersichtlich sein, dass die Regressionsgerade eine lineare Funktion visualisiert und diese Funktion über die Beispielwerte aus der Aufgabenstellung hinaus geht (Die lineare Funktion ist unendlich)

Wenn im Streudiagramm oberhalb der Regressionsgerade f(x) geschrieben und die Gerade somit als lineare Funktion gekennzeichnet wird, gibt das einen Zusatzpunkt

Die Skala der Achsen im Streudiagramm muss nicht bei 0 beginnen, sondern kann auch mit dem kleinsten y- oder x-Wert beginnen (wenn sich das Diagramm dadurch besser zeichnen lässt.) Dann muss am Achsen-Schnittpunkt (x,y) ein Viertelkreis gezeichnet werden (siehe Beispiel)

Für die Regressionsgerade müssen mittels der Regressionsgleichung ŷ(x) = a + b \* xi nur 2 Punkte ermittelt werden.

Für den ersten Punkt kann für x = 0 eingesetzt werden.

Dann entspricht der Startpunkt den Koordinaten (x-Wert = 0, y-Wert = Wert zum Regressionskoeffizienten a)

Regressionskoeffizient a wird anhand der dazugehörigen Formel berechnet.

Für den 2. Punkt einen x-Wert nehmen, der einigen Abstand zum x-Wert des ersten Punktes hat.

Das kann, muss aber kein Wert aus der Lösungstabelle sein.

Es sollte ein Wert sein, mit dem man gut die Regressionsfunktion berechnen kann.

Beide Punkte im Streuungsdiagramm einzeichnen und mit der Geraden verbinden (Gerade aber den gesamten Bereich des Streudiagramms zeichnen. Die Gerade muss über alle in der Aufgabenstellung genannten x-Werte und über den gesamten Bereich des Streudiagramms gezeichnet werden.

In diesem Diagramm wurden für die Bestimmung des **ersten x.y-Koordinatenpunkt für x der Wert 0 eingesetzt**.

**x = 0**

ŷ(x) = a + b \* xi **a = 400, b = 10**

**ŷ(0) = 400 + 10 \* 0**

**x = 0**

**ŷ = 400**

Der **erste x.y-Koordinatenpunkt ist somit 0, 400 (x =0, y = 400)**

In diesem Diagramm wurden für die Bestimmung des **zweiten x.y-Koordinatenpunkt für x der Wert 20 eingesetzt**.

**x = 20**

ŷ(x) = a + b \* xi **a = 400, b = 10**

**ŷ(20) = 400 + 10 \* 20**

**x = 20**

**ŷ = 600**

Der **zweite x.y-Koordinatenpunkt ist somit 20, 600 (x =20, y = 600)**

Beide Koordinatenpunkte (0, 400) und (20, 600) im Diagramm einzeichnen und mit der Geraden verbinden.

Die Gerade jedoch über die gesamte Breite des Diagramms zeichnen“

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| i  Filial-Nr. | xi  Kosten  in Tsd. € | yi  Umsatz  in Mio. € | xi \* yi | xi² | yi² |
| 1 | 10 | 480 | 4.800 | 100 | 230.400 |
| 2 | 18 | 632 | 11.376 | 324 | 399.424 |
| 3 | 30 | 702 | 21.060 | 900 | 492.804 |
| 4 | 22 | 630 | 13.860 | 484 | 396.900 |
| 5 | 26 | 645 | 16.770 | 676 | 416.025 |
| 6 | 14 | 545 | 7.630 | 196 | 297.025 |
| 7 | 24 | 606 | 14.544 | 576 | 367.236 |
| 8 | 21 | 630 | 13.230 | 441 | 396.900 |
| 9 | 15 | 530 | 7.950 | 225 | 280.900 |
| **SUMMEN** | **180** | **5.400** | **111.220** | **3.922** | **3.277.614** |

x̅ = 180 : 9 = 20

y̅ = 5.400 : 9 = 600

**Regressionsfunktion**

**ŷ(x) = a + b \* xi** | a und b sind die Regressionskoeffizienten   
 | und müssen berechnet werden

*Hinweis:*

*Warum schreibt man ŷ (y-Dach)? und nicht einfach y?   
ŷ kennzeichnet Schätzwerte (Das Ergebnis der Regressionsrechnung ist somit immer ein Schätzwert (Prognosewert)).*

***Berechnung der Regressionskoeffizienten a und b***

*Hinweis:*

*Der Nenner in nachfolgenden Formeln (hier 2.898) muss nur einmal berechnet werden, da er in beiden Formeln identisch ist!  
Formel zur Berechnung des Nenners zu beiden Regressionskoeffizienten*

***Berechnung des Regressionskoeffizienten a***

**a = 400**

***Berechnung des Regressionskoeffizienten b***

**b = 10**

**Regressionsfunktion mit Regressionskoeffizienten a und b**

**ŷ(x) = 400 + 10xi**

*Hinweis:*

*Die Regressionskoeffizienten müssen in Worten interpretiert werden können. 🡆 welche Abhängigkeit zwischen abhängiger Variable b und unabhängiger Variable a?  
Was bedeuten in der Regressionsrechnung die Regressionskoeffizienten b und a?   
b ist ein Faktor im veränderlichen Term der Regressionsrechnung,   
nur der Regressionskoeffizient a ist konstant.*

*Wenn z. B. x den Wert 0 hat (keine Kosten (unabhängige Variable x) entstehen bzw. keine Investitionen getätigt werden, wird immer noch ein Umsatz erwirtschaftet   
ŷ hat dann den Wert des Regressionskoeffizient a 🡆 ŷ = a + b \* x = a + b \* 0 🡆 ŷ = a*

**Korrelationskoeffizient rx,y**

**Ermitteln Sie die Korrelationskoeffizienten**

**Korrelationskoeffizient rx,y = 0,925**

**Bestimmtheitsmaß R²**

Berechnen Sie das Bestimmtheitsmaß R²

*Hinweis:*

*Bei einfacher linearer Regression (Regression mit nur 2 Variablen) entspricht das Bestimmtheitsmaß R² dem Quadrat des Korrelationskoeffizienten rx,y..*

Bestimmtheitsmaß R² = 0,925² = 0,856 = 85,6 %

*Hinweis:*

*Das Bestimmtheitsmaß in immer auch in % anzugeben.*

**Interpretation des Bestimmtheitsmaßes R².**

*Hinweis:*

*Des Bestimmtheitsmaß R² muss in Worten interpretiert werden können   
 z. B.   
Bestimmtheitsmaß ist ein Gütemaß des Modells, beschreibt wie gut das Modell der Realität entspricht.  
Bestimmtheitsmaß ist Anteil der Varianz zur abhängigen Variable der sich durch den Anteil der Varianz der unabhängigen variable erklären lässt.  
Z. B.   
52% der Varianz der Umsätze (Unterschiede zu den Umsätzen (abhängiges Merkmal)) lassen sich durch die* *Varianz der Kosten (Kostenunterschiede (unabhängiges Merkmal)) erklären. Die übrigen 48% der Varianz zu den Kosten werden durch andere Einflussgrößen (Faktoren) erklärt.*

Interpretieren Sie das Bestimmtheitsmaß zur Aufgabenstellung.

85,6% der Varianz zum Umsatz (Umsatzunterschiede) lassen sich durch die Kostenvarianz erklären. Die übrigen 14,4% der Varianz zum Umsatz werden durch andere Einflussgrößen (Faktoren) erklärt.

Zu den übrigen Einflussgrößen können die Marktgröße, die Lage des Marktes, die Kaufkraft der Kunden u. a. sein.

Ein Bestimmtheitsmaß von 0,856 bzw. 85,6% kennzeichnet eine starke positive Korrelation zwischen dem abhängigen Merkmal (der abhängigen Variablen) „Umsatz“ und dem unabhängigen Merkmal (der unabhängigen Variablen) „Kosten“.

**Prognosewerte**

Prognostizieren Sie die geschätzten Kosten bei einem Umsatz von 900 Mio EUR

y (Umsatz) = 900 €

ŷ(x) = a + b \* xi | ŷ = 900, a = 400, b = 10

| Werte für ŷ und a und b in die Gleichung einsetzen

900 = 400 + 10 \* x | -400, : 10

500 : 10 = x

x = 50 Tsd. €

Hinweis:

Für den Wert der unabhängigen Variable immer auch die Einheit (hier „Tsd. €“ ) angeben.

Bei einem Umsatz von 900 Mio. € betragen die geschätzten Kosten voraussichtlich 50 Tsd. €.

Prognostizieren Sie den geschätzten Umsatz bei Kosten von 30.000 EUR.

x (Kosten) = 30 Tsd. €

ŷ(x) = a + b \* xi | x = 30, a = 400, b = 10

| Werte für a und b und x in die Gleichung einsetzen

ŷ(30) = 400 + 10 \* 30

ŷ(30) = 700 Mio €

Hinweis:

Für den Wert der abhängigen Variable immer auch die Einheit (hier „Mio. €“ ) angeben.

Bei Kosten von 30 Tsd. € beträgt der geschätzte Umsatz voraussichtlich 700 Mio. €.