曲线积分 curve intergral

设 L 为 xOy 面内的一条光滑曲线弧，函数 $f(x,y)$ 在 L 上有界，在 L 上任意插入一点列 $M_1,M_2,\cdots,M_{n-1}$ 把 L 分成 n 个小段；设第 i 个小段的长度为 Δs_i，又 (ξ_i,η_i) 为第 i 个小段上任意取定的一点，作积 $f(\xi_i,\eta_i)\Delta s_i$，并作和 $\sum_{i=1}^n f(\xi_i,\eta_i)\Delta s_i$，如果当各小弧段的长度的最大值 $\lambda\to 0$ 时，这和的极限总存在，且与曲线弧 L 的分法无关，那么称此极限为函数 $f(x,y)$ 在曲线弧 L 上对弧长的曲线积分或第一类曲线积分，记作 $\int_L f(x,y)\mathrm{d}s$，即

$$\int_L f(x,y)\mathrm{d}s=\lim_{\lambda\to 0}\sum_{i=1}^n f(\xi_i,\eta_i)\Delta s_i$$

其中 $f(x,y)$ 称为被积函数，L 叫做积分弧段

类似的情况可以扩展至三维

$$\int_L f(x,y,z)\mathrm{d}s=\lim_{\lambda\to 0}\sum_{i=1}^n f(\xi_i,\eta_i,\zeta_i)\Delta s_i$$

性质

- 若曲线 L 可以被分为有限多条曲线 $L_1,L_2,\cdots,L_n$，则

$$\int_L f(P)\mathrm{d}s=\sum_{i=1}^n\int_{L_i} f(P)\mathrm{d}s$$

- 若曲线 L 为一闭合曲线，则将其记为 $\oint_L f(P)\mathrm{d}s$
-