# 不定积分 anti-derivative

如果在区间 $I$ 上，可导函数 $F(x)$ 的导数为 $f(x)$，即对于任意 $x \in I$，都有

$$F'(x) = f(x) \quad or \quad \mathrm{d}F(x) = f(x)\mathrm{d}x$$

那么函数 $F(x)$ 就称为 $f(x)$（或 $f(x)\mathrm{d}x$）在区间 $I$ 上的一个原函数 (primitive function)

如果函数 $f(x)$ 在区间 $I$ 上连续，那么在区间 $I$ 上存在可导函数 $F(x)$，使对任一 $x \in I$ 都有

$$F'(x) = f(x)$$

在区间 $I$ 上，函数 $f(x)$ 的带有任一常数项的原函数称为 $f(x)$ 在区间 $I$ 上的不定积分，记作

$$\int f(x)\mathrm{d}x$$

其中记号 $\int$ 称为积分号，$f(x)$ 称为被积函数，$f(x)\mathrm{d}x$ 称为被积表达式，$x$ 称为积分变量

函数 $f(x)$ 的原函数图像称为 $f(x)$ 的积分曲线

# 基本积分表

$$\int k\mathrm{d}x = kx + C$$

$$\int x^\mu \mathrm{d}x = \frac{x^{\mu+1}}{\mu+1} + C \quad (\mu \neq -1)$$

$$\int \frac{1}{x}\mathrm{d}x = \ln|x| + C$$

$$\int \frac{1}{1+x^2} = \arctan x + C$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\mathrm{d}x = \arcsin x + C$$

$$\int \cos x\mathrm{d}x = \sin x + C$$

$$\int \sin x\mathrm{d}x = -\cos x + C$$

$$\int \frac{1}{\cos^2 x} = \int \sec^2 x\mathrm{d}x = \tan x + C$$

$$\int \frac{1}{\sin^2 x}\mathrm{d}x = \int \csc^2 x\mathrm{d}x = -\cot x + C$$

$$\int \sec x \tan x\mathrm{d}x = \sec x + C$$

$$\int \csc x \cot x\mathrm{d}x = -\csc x + C$$

$$\int e^x \mathrm{d}x = e^x + C$$

$$\int a^x \mathrm{d}x = \frac{a^x}{\ln a} + C$$

$$\int \tan x\mathrm{d}x = -\ln|\cos x| + C$$

$$\int \cot x\mathrm{d}x = \ln|\sin x| + C$$

$$\int \sec x\mathrm{d}x = \ln|\sec x + \tan x| + C$$

$$\int \csc x\mathrm{d}x = \ln|\csc x - \cot x| + C$$

$$\int \frac{1}{a^2+x^2}\mathrm{d}x = \frac{1}{a}\arctan\frac{x}{a} + C$$

$$\int \frac{1}{x^2-a^2}\mathrm{d}x = \frac{1}{2a}\ln\left|\frac{x-a}{x+a}\right| + C$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{a^2-x^2}}\mathrm{d}x = \arctan\frac{x}{a} + C$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{x^2+a^2}}\mathrm{d}x = \ln(x + \sqrt{x^2+a^2}) + C$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{x^2-a^2}}\mathrm{d}x = \ln|x + \sqrt{x^2-a^2}| + C$$

$$\int [f(x)+g(x)]\mathrm{d}x = \int f(x)\mathrm{d}x + \int g(x)\mathrm{d}x$$

$$\int kf(x)\mathrm{d}x = k\int f(x)\mathrm{d}x$$

$$\int f[\varphi(x)]\varphi'(x)\mathrm{d}x = \left[\int f(u)\mathrm{d}u\right]_{u=\varphi(x)}$$

$$\int f(x)\mathrm{d}x = \left[\int f[\psi(t)]\psi'(t)\mathrm{d}t\right]_{t=\psi^{-1}(x)}$$

$$\int u\mathrm{d}v = uv - \int v\mathrm{d}u$$