

计算物理作业-2

Spring 2023

课程内容: 计算误差分析

上交方式: 上传至“学在浙大”

开始时间: 2023/03/01

截止时间: 2023/03/08, 24:00

1. 球贝塞尔函数的迭代法求解: (Python/C++)

分离变量法求解偏微分方程式时, 例如球坐标下的热传导方程、拉普拉斯方程等, 常见的球贝塞尔函数可以写成:

$$x^2 f''(x) + 2xf'(x) + [x^2 - l(l+1)]f(x) = 0. \quad (1)$$

其零阶和一阶可以直接求解得到:

$$j_0(x) = \frac{\sin x}{x}, \quad j_1(x) = \frac{\sin x}{x^2} - \frac{\cos x}{x}. \quad (2)$$

利用向上和向下的迭代关系式:

$$\begin{aligned} j_{l+1}(x) &= \frac{2l+1}{x} j_l(x) - j_{l-1}(x), & \text{Upward} \\ j_{l-1}(x) &= \frac{2l+1}{x} j_l(x) - j_{l+1}(x), & \text{Downward} \end{aligned} \quad (3)$$

- (a) 请写一段向上和向下迭代的程序, 数值求解得到 $l = 2, 5, 10$ 阶的球贝塞尔函数并画图 $x \in (0.0, 20.0)$ 。;
- (b) 评估哪一种形式的算法更好, 并给出原因。