

Elmar Schömer
Ann-Christin Wörl

9. Übungsblatt

Abgabe: Dienstag, der 09.01.2024, 14:00 Uhr

Aufgabe 1: Binairo

(1 Punkt)

Bei dem Logikrätsel Binairo (siehe auch <https://en.wikipedia.org/wiki/Takuzu>) geht es darum, ein zweidimensionales Feld mit n Zeilen und n Spalten so mit hellen und dunklen Steinen zu belegen, dass folgende Eigenschaften gelten:

1. In jeder Zeile und Spalte dürfen nicht mehr als zwei gleichfarbige Steine nebeneinander liegen.
2. In jeder Zeile und Spalte müssen sich gleich viele helle wie dunkle Steine befinden.
3. Zusätzlich wird manchmal eine dritte Eigenschaft gefordert. Keine zwei Zeilen bzw. Spalten zeigen die gleiche Abfolge von hellen und dunklen Steinen.

Ignorieren Sie die 3. Bedingung und lösen Sie die folgenden Binairos mit Hilfe von Backtracking.

			●		
●		●			
	●		●		●
●			●		
		●			

●	●	●	●	●	●
●	●	●	●	●	●
●	●	●	●	●	●
●	●	●	●	●	●
●	●	●	●	●	●
●	●	●	●	●	●

```

1  B1 = [[0, 0, 0, 2, 0, 0],
2         [1, 0, 1, 0, 0, 0],
3         [0, 2, 0, 2, 0, 2],
4         [0, 0, 0, 0, 0, 0],
5         [1, 0, 0, 2, 0, 0],
6         [0, 0, 1, 0, 0, 0]]
7
8  B2 = [[0, 1, 2, 0, 0, 2, 1, 1, 0, 1],
9         [0, 2, 1, 2, 0, 0, 1, 0, 1, 1],
10        [1, 2, 0, 0, 0, 0, 2, 1, 0, 2],
11        [0, 1, 2, 0, 0, 1, 0, 0, 2, 0],
12        [2, 0, 0, 0, 2, 0, 1, 2, 1, 0],
13        [1, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0],
14        [0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 0],
15        [0, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 0],
16        [1, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 2, 1],
17        [1, 0, 2, 1, 0, 2, 2, 0, 2, 0]]
18
19 B3 = [[2, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 1],
20        [2, 0, 1, 2, 0, 0, 1, 0, 0, 0],
21        [0, 2, 0, 0, 2, 0, 0, 0, 0, 2],
22        [2, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 2, 0],
23        [0, 0, 2, 0, 2, 1, 0, 0, 0, 0],
24        [1, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 0],
25        [0, 0, 0, 0, 2, 0, 0, 0, 1, 2],
26        [0, 0, 2, 0, 2, 0, 0, 0, 0, 0],
27        [0, 2, 0, 0, 0, 0, 2, 0, 1, 0],
28        [1, 1, 0, 1, 0, 2, 0, 0, 0, 2]]

```

Aufgabe 2: Quadratzahlen

(1 Punkt)

In dem Feld $A = [8, 1, 15, 10, 6, 3, 13, 12, 4, 5, 11, 14, 2, 7, 9]$ sind die Zahlen von 1 bis 15 in einer Reihenfolge angeordnet, so dass die Summe zweier aufeinanderfolgender Feldelemente jeweils eine Quadratzahl ergibt: Z.B. $A_0 + A_1 = 8 + 1 = 9 = 3^2$, $A_1 + A_2 = 1 + 15 = 16 = 4^2$, $A_2 + A_3 = 15 + 10 = 25 = 5^2$, ... Wir wollen nun auch die 25 Zahlen von 7 bis 31 so in einem Feld anordnen, dass die Summe zweier aufeinanderfolgender Feldelemente eine Quadratzahl ergibt.

1. Eine naive Lösung des Problems besteht darin, alle Reihenfolgen durchzuprobieren und jeweils zu überprüfen, ob sie die gewünschte Eigenschaft besitzen. Warum ist dies keine praktikable Vorgehensweise?
2. Modifizieren Sie diese naive Lösungsidee so, dass nicht mehr alle Reihenfolgen überprüft werden müssen, sodass man sekundenschnell zwei Lösungen findet.

Zusatzaufgabe: Ein intelligenterer Ansatz besteht darin, das Problem in Form eines ungerichteten Graphen zu beschreiben. Die Knoten des Graphen entsprechen den betrachteten Zahlen. Zwei Knoten sind durch eine Kante miteinander verbunden, wenn die Summe ihrer Zahlenwerte eine Quadratzahl ergibt. Für den resultierenden Graphen bestimmt man einen Hamiltonpfad (siehe <https://de.wikipedia.org/wiki/Hamiltonkreisproblem>). Dies ist ein Pfad der alle Knoten des Graphen genau einmal besucht.

3. Erstellen Sie mit Hilfe eines Programmes die Adjazenzlisten des gesuchten Graphen.
4. Verwenden Sie die Backtracking-Methode zur Suche eines Hamiltonpfades.

Aufgabe 3: Hidoku

(1 Punkt)

Gegeben sei ein zweidimensionales Feld mit n Zeilen und n Spalten. Wir wollen dieses Feld mit den Zahlen von 1 bis n^2 befüllen. Zu Beginn sind einige Feldelemente bereits ausgefüllt. Das Ziel des Logikrätsels Hidoku besteht darin, eine zusammenhängende Zahlenreihe zu bilden. Wenn die Zahl z auf Feldposition (x, y) platziert ist, so muss die Zahl $z + 1$ in der Achternachbarschaft (siehe [https://de.wikipedia.org/wiki/Nachbarschaft_\(Bildverarbeitung\)](https://de.wikipedia.org/wiki/Nachbarschaft_(Bildverarbeitung))) platziert werden, also auf eine der Positionen: $(x - 1, y)$, $(x, y - 1)$, $(x, y + 1)$, $(x + 1, y)$, $(x - 1, y - 1)$, $(x - 1, y + 1)$, $(x + 1, y - 1)$, $(x + 1, y + 1)$. Lösen Sie folgendes Hidoku mit Hilfe von Backtracking!

		13	5		
17				7	8
1			21	24	
36	19	32			
			30	28	

15	14	4	12	11	10
16	3	13	5	6	9
17	2	22	23	7	8
1	18	20	21	24	25
36	19	32	31	29	26
35	34	33	30	28	27

```

1  H1 = [[ 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0],
2        [ 0, 0,13, 5, 0, 0],
3        [17, 0, 0, 0, 7, 8],
4        [ 1, 0, 0,21,24, 0],
5        [36,19,32, 0, 0, 0],
6        [ 0, 0, 0,30,28, 0]]
7
8  H2 = [[ 0, 0, 3, 0, 1,64, 0,61],
9        [ 7, 0, 0,12, 0, 0, 0,58],
10       [ 0, 0, 9, 0, 0, 0, 0, 0],
11       [47, 0, 0, 0,14, 0, 0,31],
12       [45,18,17, 0, 0, 0, 0,33],
13       [ 0, 0, 0, 0,52, 0, 0, 0],
14       [ 0,21,42, 0, 0, 0, 0,36],
15       [ 0, 0, 0,25,27, 0, 0, 0]]
16
17  H3 = [[42, 0,39, 0,36, 2, 0, 0,32, 0],
18        [ 0,43,38, 0, 0, 0, 1,27, 0,30],
19        [ 0,45,46, 5, 6, 8, 0, 0, 0, 0],
20        [50, 0, 0, 0, 0,10, 0,24,25, 0],
21        [ 0,53, 0,87, 0,11, 0, 0, 0,21],
22        [ 0, 0, 0,88, 0,83, 0,15, 0, 0],
23        [56,58, 0, 0,84, 0, 0,16, 0, 0],
24        [ 0,94, 0, 0, 0, 0,81, 0, 0,76],
25        [95, 0, 0,60,63, 0,67, 0, 0,74],
26        [ 0,96,100,61,0,64, 0,69,71,73]]
27
28  # besonders schwierig
29  H4 = [[ 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0,48, 0],
30        [0,100, 0, 0, 0,18, 0,47, 0, 0],
31        [26, 0, 0, 0, 0, 0, 0,11, 0,13],
32        [27, 0,29, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0],
33        [ 0,59, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0],
34        [60, 0, 0, 0, 0, 0,93, 0, 0, 0],
35        [ 0, 0,64, 0, 0, 0, 0, 0,41, 0],
36        [ 4, 0,77,65, 0, 0, 0,86, 0, 0],
37        [ 0, 0,74, 0, 0,67,81, 0, 0,37],
38        [ 1, 0, 0,73,72, 0, 0, 0, 0, 0]]

```