

Elmar Schömer
Ann-Christin Wörl

Zwischenklausur

Datum: 19.12.2023

Beginn: 14:20 Uhr

Ende: 15:20 Uhr

Angaben über den/die TeilnehmerIn:

Name:

Vorname:

Fachbereich:

Semesterzahl:

Matrikelnummer:

Studiengang:

Bewertung:

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	Σ
Punkte (max.)	18	12	25	16	14	8	7	100
Erreichte Punkte								

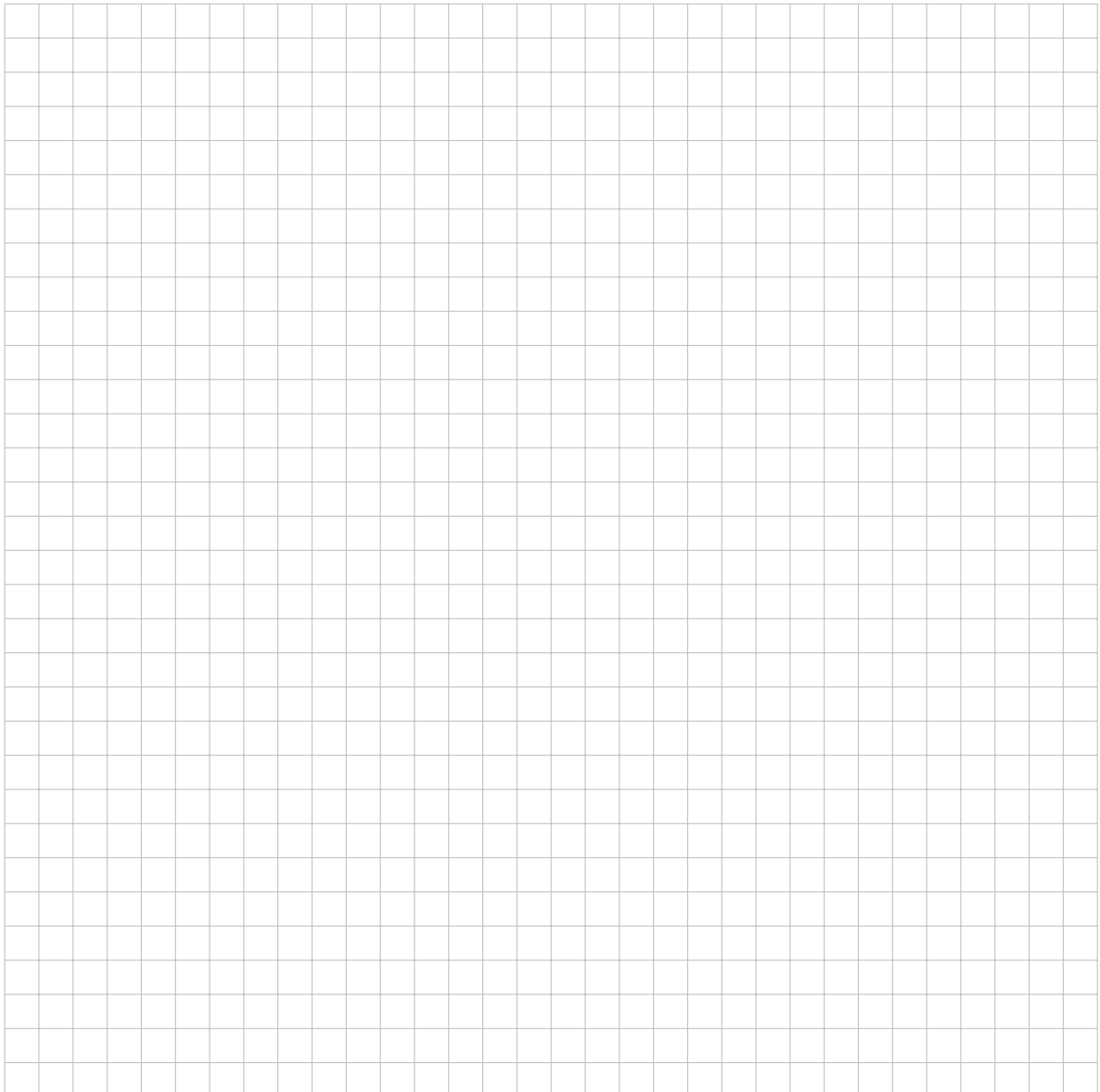
Bemerkungen:

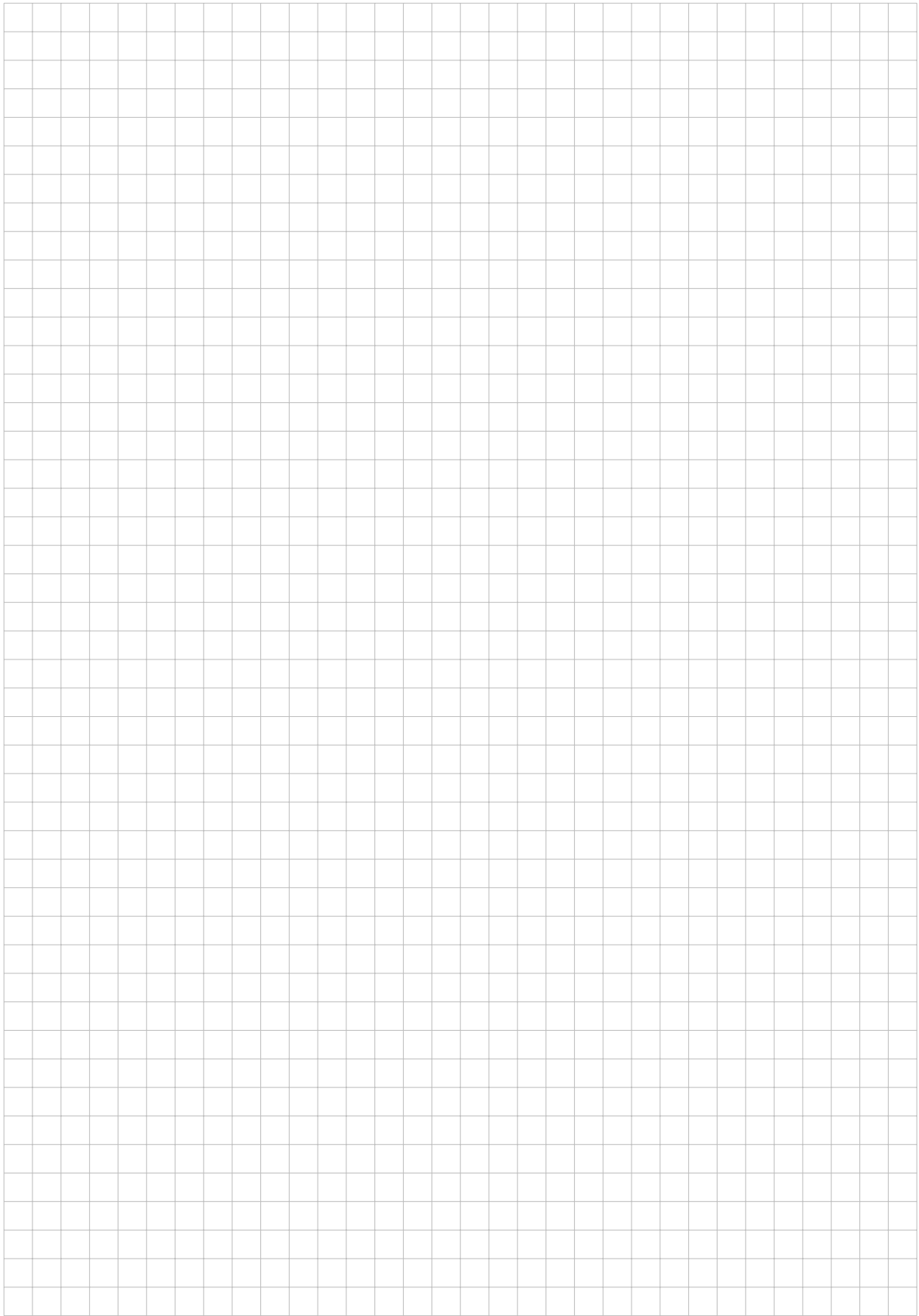
- Kontrollieren Sie die Zwischenklausur auf Vollständigkeit und einwandfreies Druckbild.
- Vergessen Sie nicht, die Angaben zur Person auf dem Deckblatt zu machen, und schreiben Sie auf **jedes** Blatt Ihren Namen. Verwenden Sie keinen Bleistift.
- Als Hilfsmittel ist lediglich ein beidseitig beschriebenes DIN A4 Blatt zulässig.
- Notieren Sie Ihre Antworten und Ergebnisse nach Möglichkeit auf dem Aufgabenblatt.
- **Viel Erfolg!**

Aufgabe 1:

(6 + 6 + 6 Punkte)

1. Schreiben Sie eine iterative Funktion $\mathbf{f}(n)$, die eine positive reelle Zahl n solange halbiert, bis ihr Wert kleiner oder gleich 1 wird. Die Funktion soll die Anzahl von Teilungsschritten zurückgeben.
2. Schreiben Sie eine rekursive Funktion $\mathbf{r}(n)$, so dass $r(n) = f(n)$ für $n \in \mathbb{R}^+$, d.h. die Funktion \mathbf{r} hat die gleiche Rückgabe wie \mathbf{f} .
3. Schreiben Sie eine Funktion $\mathbf{c}(n)$ mit konstanter Laufzeit, so dass $c(n) = f(n)$ für $n \in \mathbb{R}^+$, d.h. \mathbf{c} hat ebenfalls die gleiche Rückgabe wie \mathbf{f} .

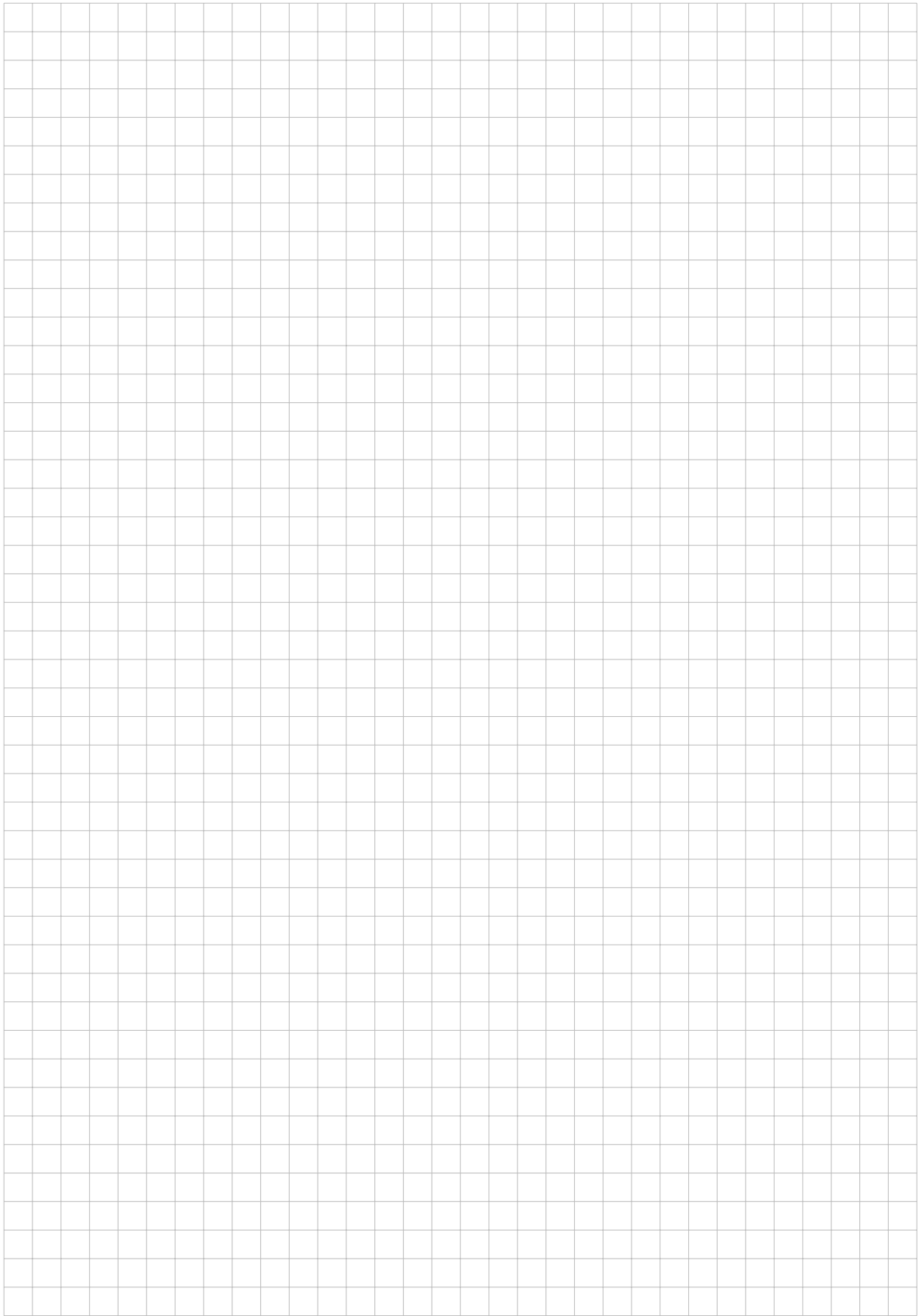




(6 + 6 Punkte)

1. Schreiben Sie eine Funktion `hatPeriode(a,k)`, die entscheiden kann, ob die Feldeinträge eine Periode der Länge k aufweisen.
2. Schreiben Sie eine Funktion `kleinstePeriode(a)` die den kleinsten Wert k berechnet, sodass das Feld periodisch ist, d.h. $\forall 0 \leq i < n - k : a_i = a_{i+k}$.

```
a = [2,3,1,2,2,3,1,2,2,3,1,2,2,3]
```



Aufgabe 3: (5 + 5 + 5 + 6 + 4 Punkte)

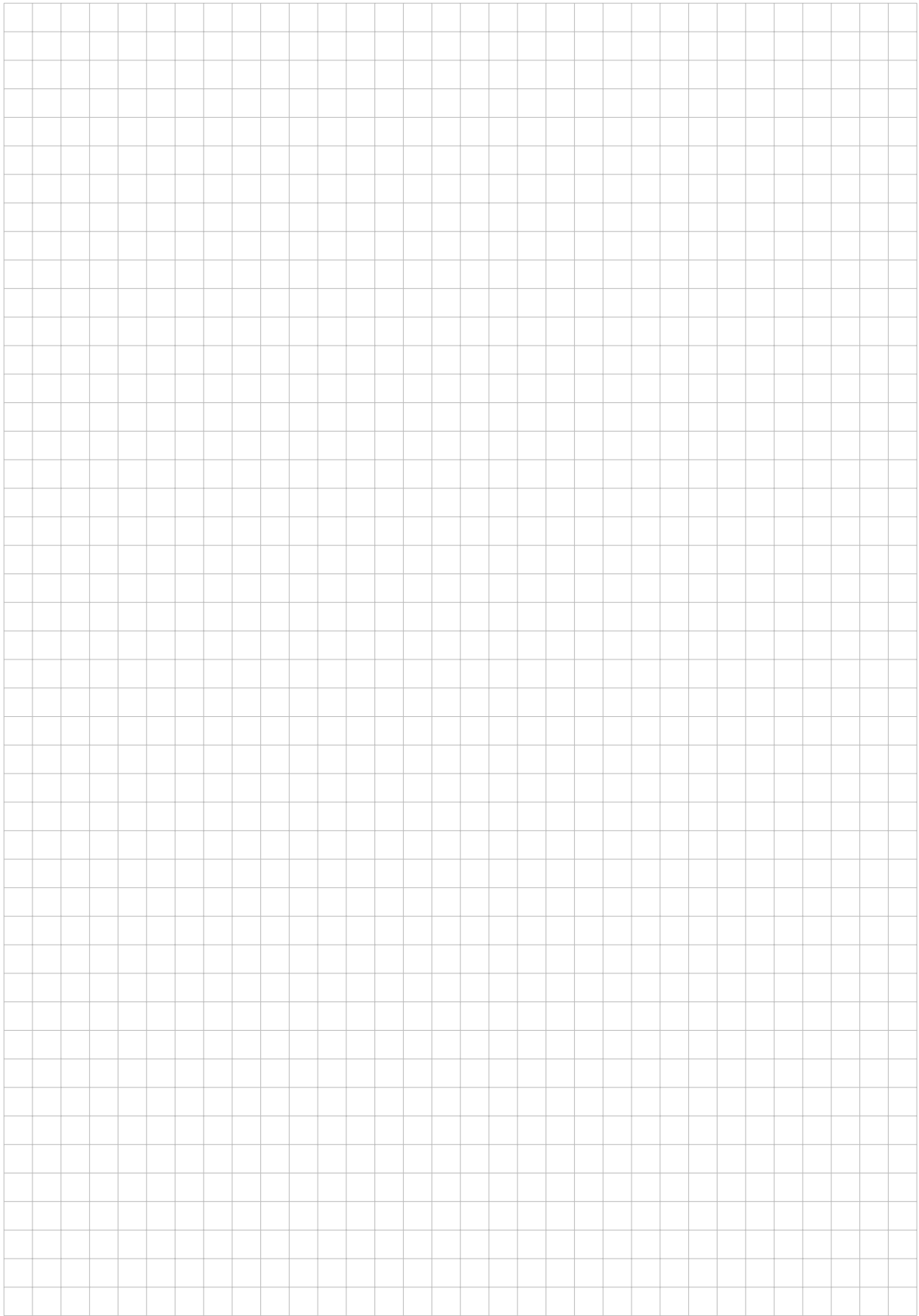
Aufgabe 3: (5 + 5 + 5 + 6 + 4 Punkte)

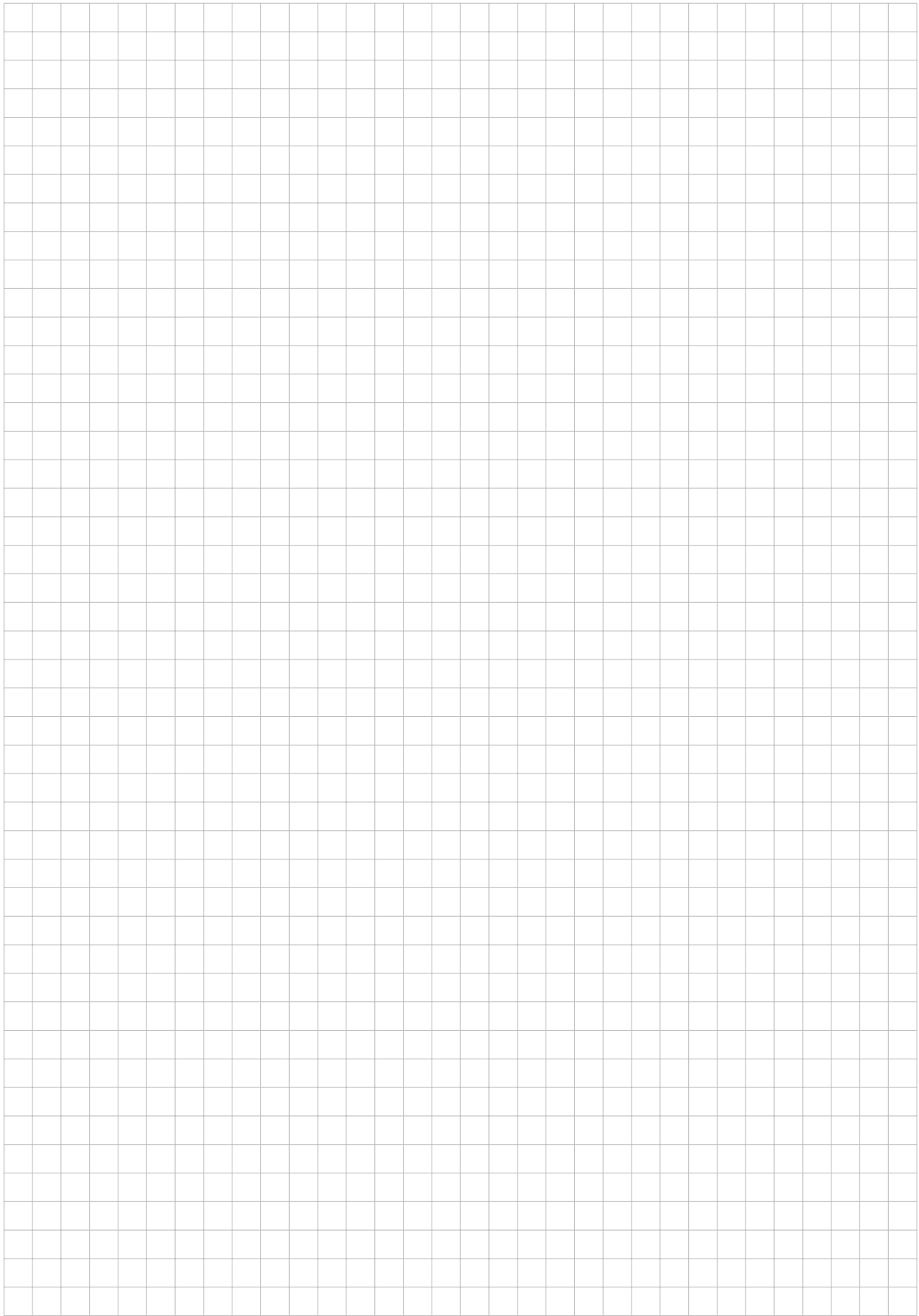
Gegeben sei eine zweidimensionale Matrix $\mathbf{M} \in \mathbb{N}^{n \times n}$, deren Einträge natürliche Zahlen sind.

1. Schreiben Sie eine Funktion `zeilensumme(M,i)`, die die Summe der Zahlen der i -ten Zeile berechnet.
2. Schreiben Sie eine Funktion `spaltensumme(M,j)`, die die Summe der Zahlen der j -ten Spalte berechnet.
3. Schreiben Sie eine Funktion `istMagisch(M)`, die überprüft, ob \mathbf{M} ein magisches Quadrat ist. Dazu müssen alle Spaltensummen, alle Zeilensummen und die Summen der beiden Diagonalen übereinstimmen.
4. Schreiben Sie ein Programm, das ein magisches Quadrat der Größe $n \times n$ mit Hilfe von Backtracking finden kann. Als Feldeinträge sollen die Zahlen von 1 bis n^2 jeweils einmal verwendet werden.
5. Zeigen Sie, dass die Zeilen- und Spaltensummen in Teilaufgabe 4 dann den Wert $\frac{n(n^2+1)}{2}$ annehmen.

Beispiel:

$$M = \begin{bmatrix} 2 & 7 & 6 \\ 9 & 5 & 1 \\ 4 & 3 & 8 \end{bmatrix}$$





Aufgabe 4:

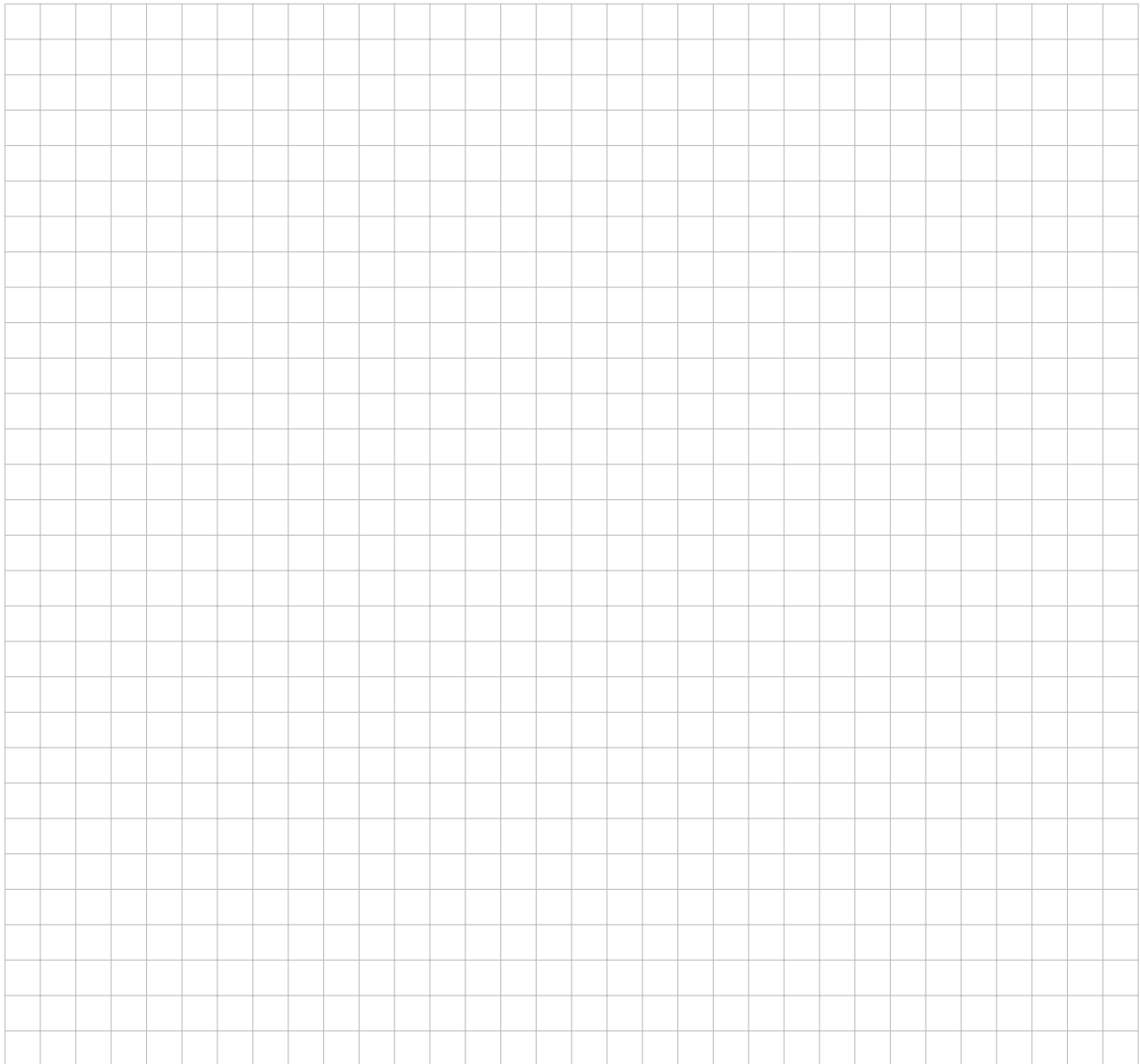
(6 + 6 + 4 Punkte)

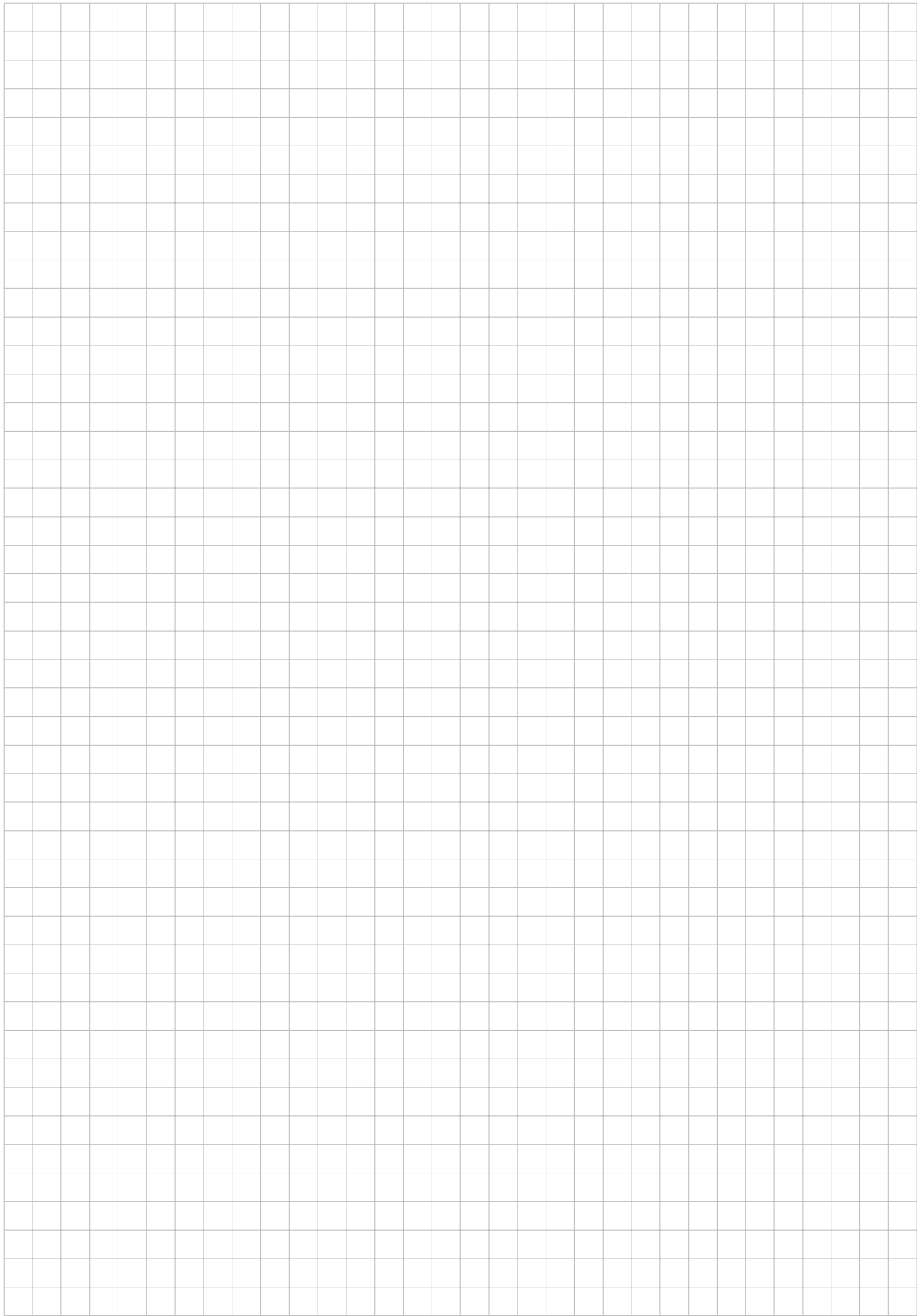
1. Schreiben Sie eine Funktion `erzeuge3DFeld(n)`, die ein dreidimensionales Feld \mathbf{F} der Dimension $n \times n \times n$ erzeugt und alle Feldelemente $\mathbf{F}_{i,j,k}$ für $0 \leq i, j, k < n$ mit dem Wert $i + j + k$ initialisiert. Der Rückgabewert der Funktion soll das erzeugte Feld \mathbf{F} sein.
2. Schreiben Sie ein Programm, das mittels der Funktion `erzeuge3DFeld` ein dreidimensionales Feld der obigen Form für $n = 4$ erzeugt und anschließend die Summe s aller Feldelemente berechnet und mit Hilfe des `print`-Kommandos ausgibt.

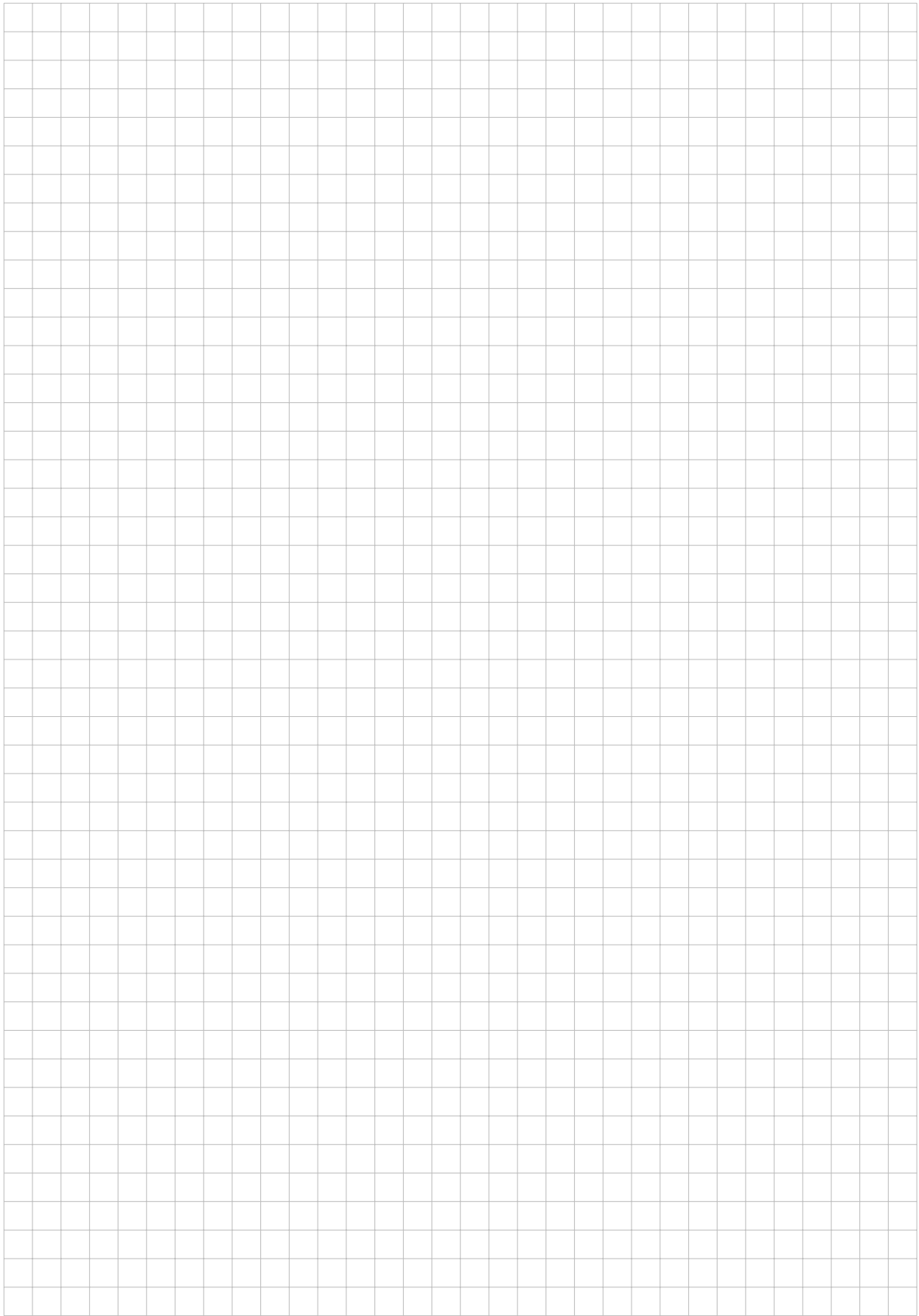
$$s = \sum_{i=0}^{n-1} \sum_{j=0}^{n-1} \sum_{k=0}^{n-1} F_{i,j,k}$$

3. Beweisen Sie, dass Folgendes gilt:

$$s = \frac{3}{2}n^3(n-1)$$





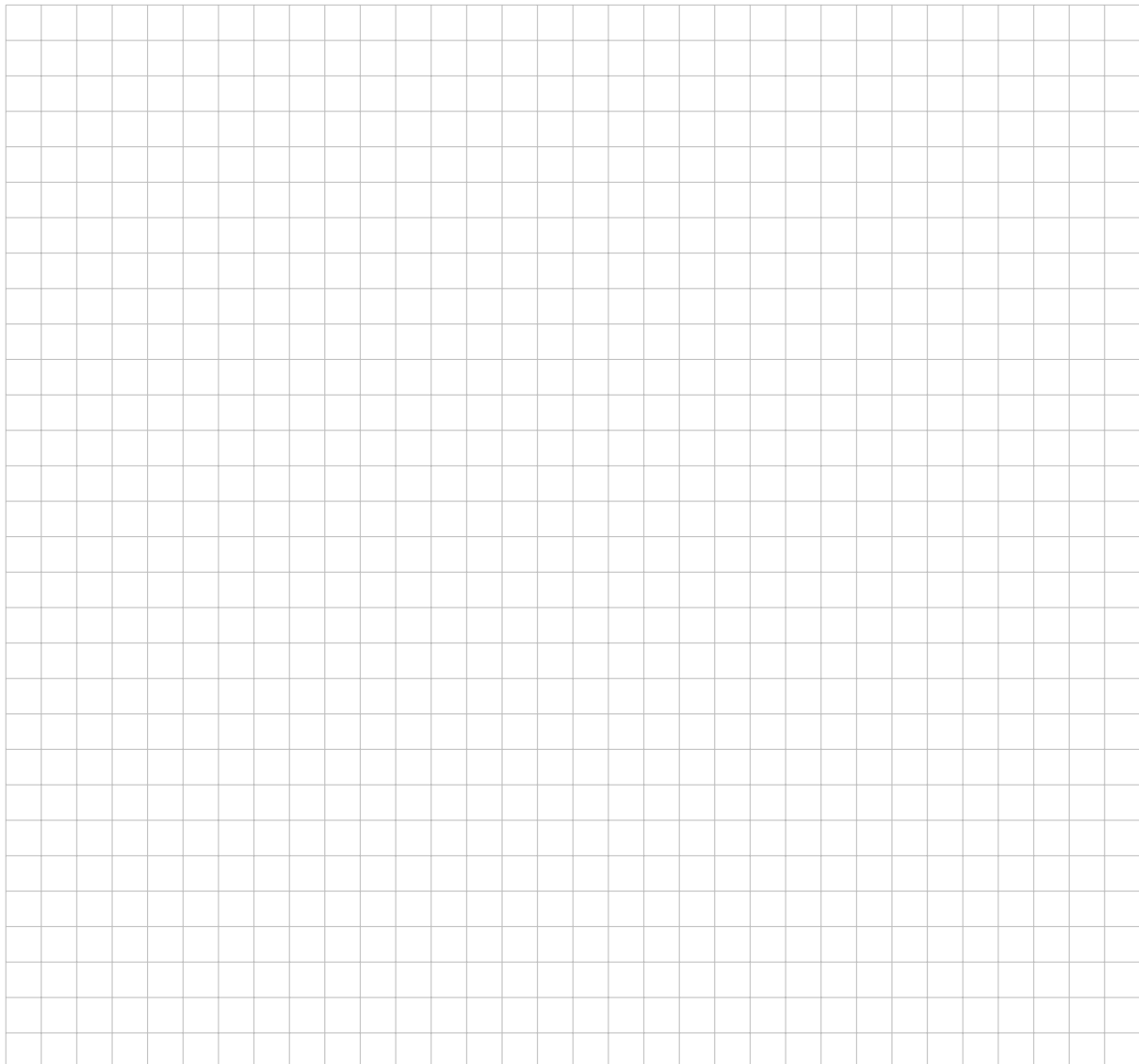


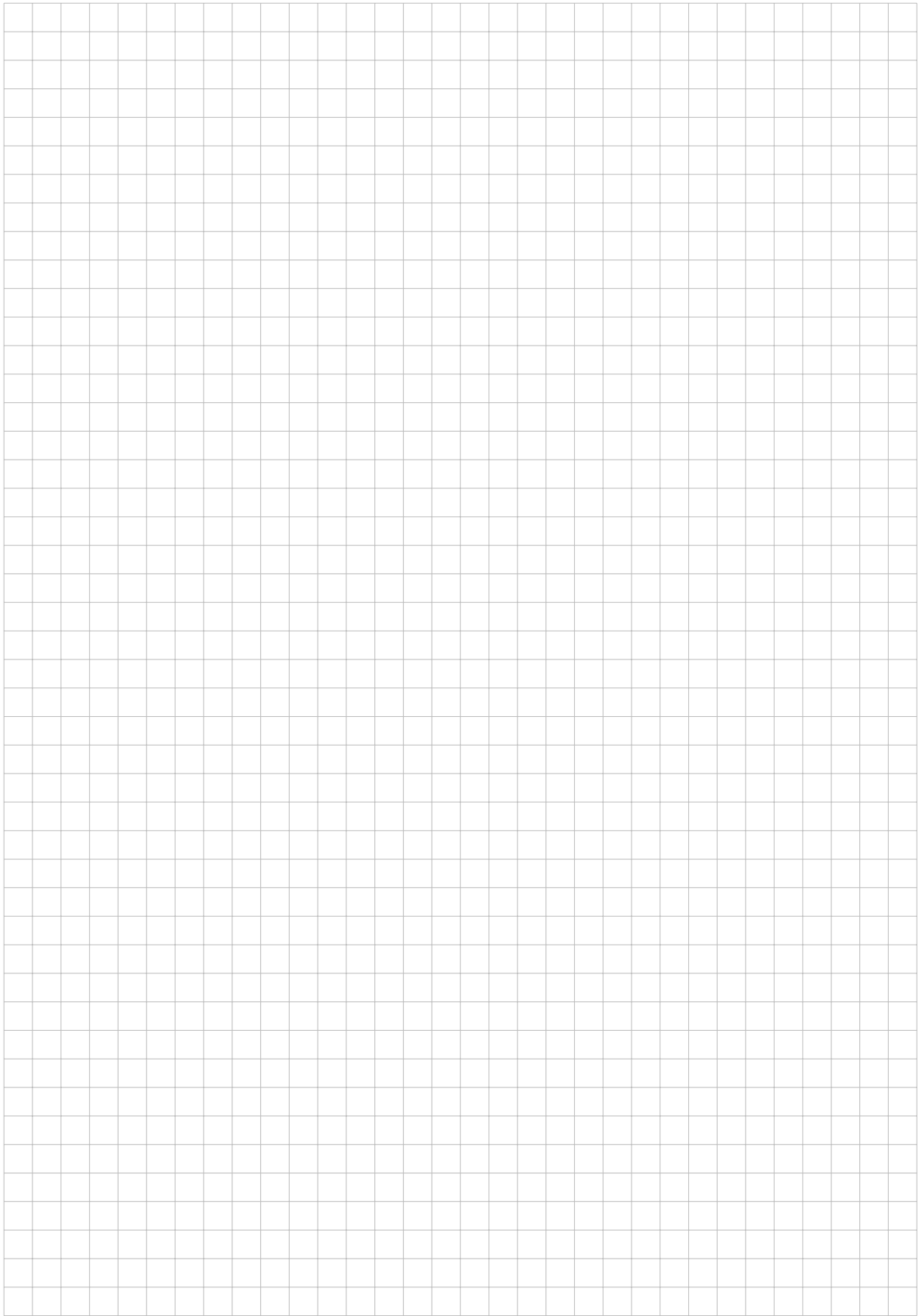
Aufgabe 5:

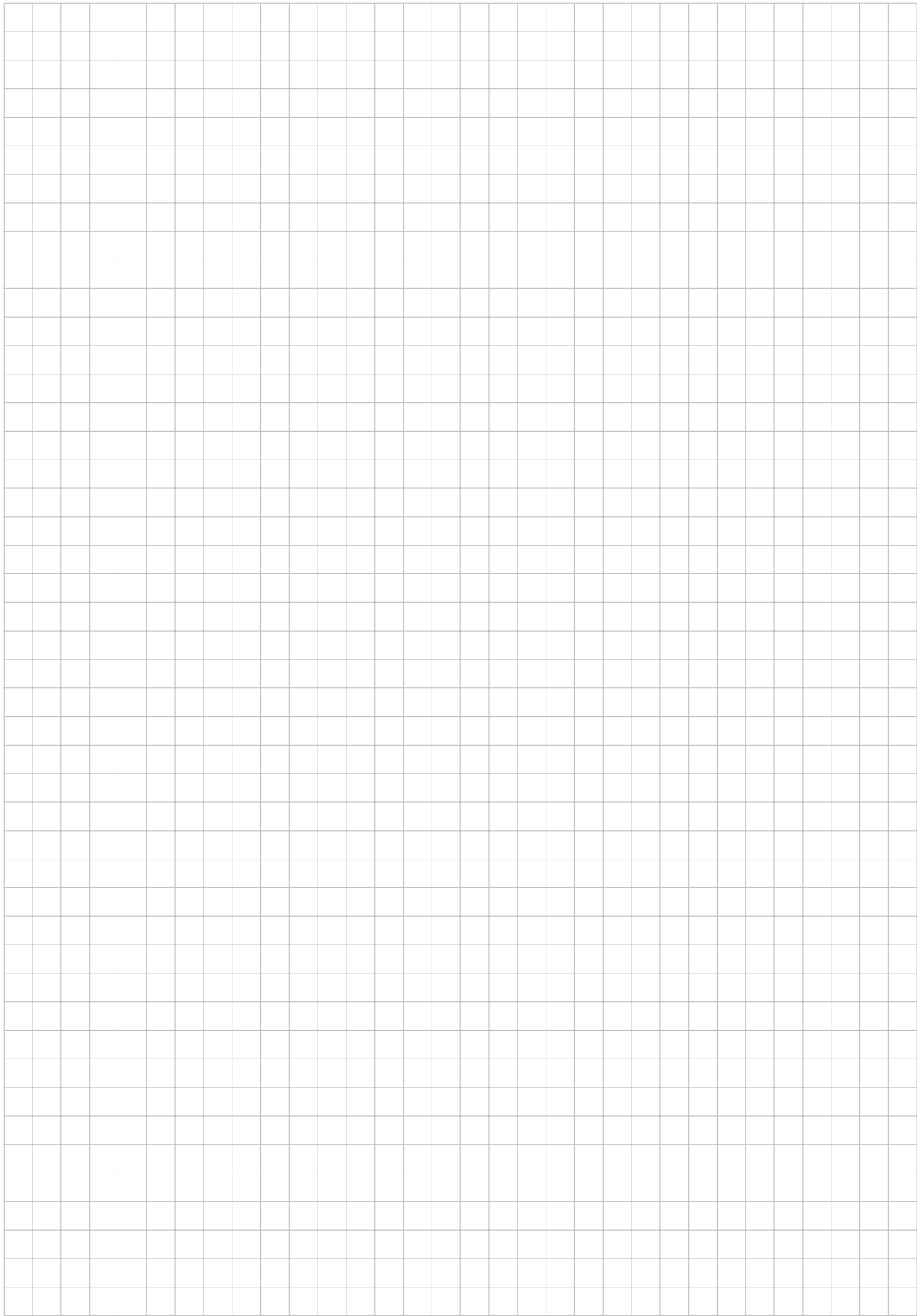
(8 + 6 Punkte)

Gegeben sei die Adjazenzmatrix $\mathbf{A} \in \mathbb{B}^{n \times n}$ eines ungerichteten Graphen $G = (V, E)$. Die Knotenmenge V sei die Menge $\{0, 1, \dots, n-1\}$. Wir repräsentieren \mathbf{A} in Form eines zweidimensionalen Feldes \mathbf{A} von booleschen Werten. Eine Kante (u, v) zwischen den Knoten u und v existiere genau dann, wenn der Feldeintrag $\mathbf{A}[\mathbf{u}][\mathbf{v}]$ den Wert **True** hat.

1. Schreiben Sie eine Funktion `konvertiere(A,G)`, die aus einer Adjazenzmatrix \mathbf{A} eine Adjazenzliste \mathbf{G} für den Graphen erstellt. Dabei repräsentieren wir die Adjazenzliste \mathbf{G} als ein Feld \mathbf{G} von Feldern mit der Eigenschaft, dass das Feld $\mathbf{G}[\mathbf{u}]$ alle Knoten \mathbf{v} enthält, für die $\mathbf{A}[\mathbf{u}][\mathbf{v}] == \text{True}$ gilt, d.h. $(u, v) \in E$.
2. Ein ungerichteter Graph $G = (V, E)$ heißt zweifärbbar, wenn man jedem Knoten $v \in V$ eine von zwei Farben geben kann, so dass alle Kanten $(u, v) \in E$ stets Knoten mit unterschiedlichen Farben miteinander verbinden. Schreiben Sie eine Funktion `istZweiFaerbbar(G)`, die einen ungerichteten, zusammenhängenden Graphen $G = (V, E)$ daraufhin untersucht, ob er zweifärbbar ist. Verwenden Sie zur Lösung eine modifizierte Breitensuche.





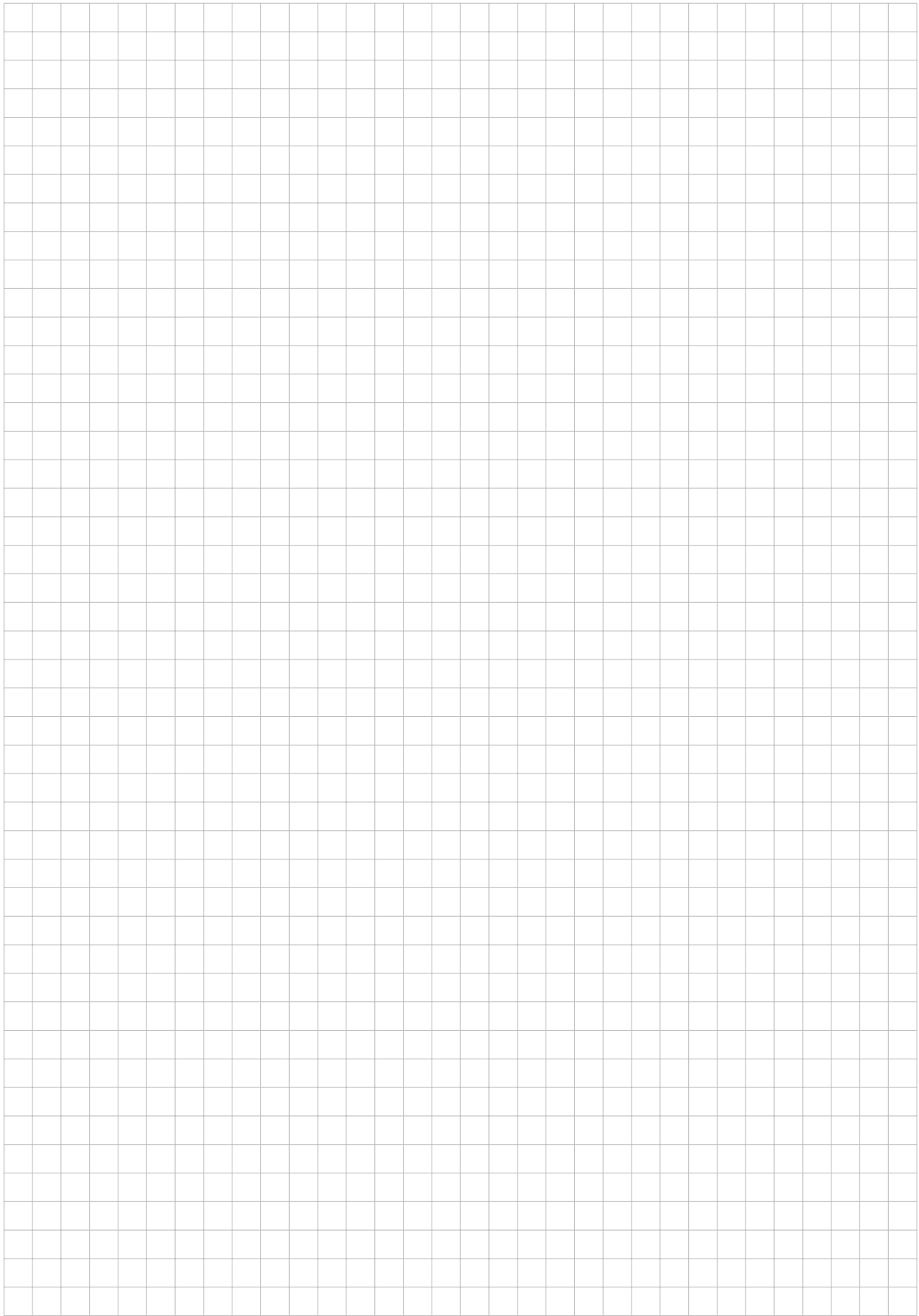


Aufgabe 6:

(8 Punkte)

Gegeben sei eine Folge von kleinen Buchstaben des deutschen Alphabets. Zum Beispiel folgender Satz: "franz jagt im komplett verwahrlosten taxi quer durch bayern".

Schreiben Sie eine Funktion `pangramm(satz)`, die überprüft, ob die gegebene Buchstabenfolge `satz` ein Pangramm ist. Das heißt, dass jeder Buchstabe des Alphabets (mit Ausnahme der Umlaute) in der Buchstabenfolge vorkommen muss.



Aufgabe 7:

(7 Punkte)

Wir betrachten eine Treppe mit n Stufen. Beim Ersteigen der Treppe kann man eine Treppenstufe oder auch zwei Treppenstufen in einem Schritt nehmen. Schreiben Sie eine Funktion `zahlDerSchrittfolgen(n)`, die die Zahl der unterschiedlichen Schrittfolgen berechnet, um eine Treppe mit n Stufen zu ersteigen.

Hinweis: Fibonacci-Folge

