

Q1.5.

$$u = [1 \ 2]^T \quad v = [2 \ 3]^T$$

$$M = uv^T$$

$$= \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \cdot [2 \ 3]$$

$$= \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 6 \end{bmatrix}$$

$$\det(\lambda \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 6 \end{bmatrix}) = 0$$

$$\det \left(\begin{bmatrix} \lambda - 2 & -3 \\ -4 & \lambda - 6 \end{bmatrix} \right) = 0.$$

$$(\lambda - 2)(\lambda - 6) - 12 = 0.$$

$$\lambda^2 - 8\lambda = 0.$$

$$\lambda(\lambda - 8) = 0.$$

$$\underline{\lambda = 0} \quad \text{or} \quad \underline{\lambda = 8}$$

$$(M - \lambda I)v = \vec{0}$$

$$\text{when } \lambda_1 = 0, \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix} = 0 \Rightarrow \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$\text{when } \lambda_2 = 8, \begin{bmatrix} -6 & 3 \\ 4 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \end{bmatrix} = 0 \Rightarrow \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

So eigenvalues for $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 6 \end{bmatrix}$ is 0 and 8.

eigenvectors for respective eigenvalues are $\begin{bmatrix} -3 \\ 2 \end{bmatrix}$ and $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$