

复旦大学计算机科学技术学院

2020~2021 学年第二学期期末考试试卷

☒ A 卷 ☐ B 卷 ☐ C 卷

课程名称: 计算理论基础 课程代码: COMP130023.01

开课院系: 计算机科学技术学院 考试形式: 闭卷

姓名: _____ 学号: _____ 专业: _____

提示: 请同学们秉持诚实守信宗旨, 谨守考试纪律, 摒弃考试作弊。学生如有违反学校考试纪律的行为, 学校将按《复旦大学学生纪律处分条例》规定予以严肃处理。

题号	1	2	3	4	5	6	7	总分
得分								

1、下述语言哪个是正规集, 哪个不是正规集? 如果是, 请写出其正规表达式, 并构造接受语言的相应有限自动机; 如果不是, 请证明你的结论。(20 分)

- (1) $\{a^n b^m \mid n, m \text{ 为正整数且 } n+m \text{ 可被 } 3 \text{ 整除}\}$;
- (2) $\{a^n w b^n \mid n \text{ 为正整数, } n \geq 1 \text{ 且 } w \in \Sigma^*\}$ (其中给定 Σ 为字母表且 $a \in \Sigma$ 与 $b \in \Sigma$)。

2、下述语言哪个是上下文无关语言, 哪个不是上下文无关语言? 如果是, 请写出产生语言的 Chomsky 范式形式上下文无关文法, 并以实现层次描述将文法转为等价的 PDA; 如果不是, 请证明你的结论。(20 分)

- (1) $\{xy \mid x, y \in \{0, 1\}^*, \text{ 且 } |x|=|y| \text{ 但 } x \neq y\}$
- (2) $\{a^n b^m \mid n, m \text{ 为正整数, 存在正整数 } l, \text{ 有 } n \neq lm\}$ 。

3、试述 $\langle M_1, M_2 \rangle$ | M_1 与 M_2 是图灵机且 $L(M_1) \cup L(M_2) = \{0, 1\}^*$ 是否可判定, 并证明你的结论。(10分)

4、给定字母表 $\Sigma = \{0, 1\}$, $L = \{w \mid w \text{ 所包含的 } 0 \text{ 的个数是 } 1 \text{ 的个数的两倍}\}$, 请以实现层次描述给出判定该语言的图灵机。(10分)

5、支配集(Dominating Set): 给定无向图 $G=(V, E)$, 称 $D \subseteq V$ 是图 G 的一个支配集, 当且仅当对任意 $v \in V$, 要么 $v \in D$, 要么 v 至少与 D 中的一个顶点相邻。请证明支配集问题是 NP 完全问题。(10分)

6、给定图 $G=(V, E)$ 与正整数 k ，若存在一个函数 $c: V \rightarrow \{1, \dots, k\}$ ，使得每条边 $\{u, v\} \in E$ 都有 $c(u) \neq c(v)$ ，则称 G 是 k 可着色的。 k 着色问题即判定一个图是否是 k 可着色的。(20 分)

(1) 请证明 3 着色问题可多项式时间归约至 4 着色问题。

(2) 假设 $P=NP$ ，说明存在一个多项式时间算法，针对图 G 可计算 G 的 3 着色，或者报告 G 是不可 3 着色。

7、说明下述问题属于 PSPACE 类。(10 分)

输入：非确定图灵机 M 和 1^n (n 为正整数)；

问题： M 在空输入下是否每一种可能计算都超过 n 步 (即超过 n 步停机)？