Guido Franchetti

$f, g \in F(X, \mathbb{R})$

$(f+g)(x) = f(x) + g(x)$

$x \in \mathbb{R} \quad (\lambda f)(x) =$

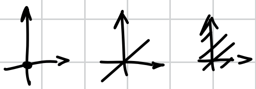
il vett. nullo O di $F(x, \mathbb{R})$ è la f cost. uguale a 0

$$O = (0f)(x) = 0f(x) = 0$$

$$0 \cdot v = O \quad \forall v \in V$$

---

in $\mathbb{R}^2$ i sott. spaz. $\left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \text{rette per l'origine}, \mathbb{R}^2 \right\}$



. sottospazi dello spazio $M(m, n, \mathbb{R})$

$$\left\{ \begin{pmatrix} \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \lambda \in \mathbb{R} \right\}$$

$$\left\{ \begin{pmatrix} \lambda \\ 0 \end{pmatrix} : \lambda \in \mathbb{R} \right\}$$

def $A \in M(m, n, \mathbb{R})$ è quadrata se $m = n$

scriviamo $M(n, \mathbb{R})$ per le matrici quadrate $n \times n$

definiamo anche $T^{SUP}(n) = \begin{cases} \text{matrici quadrate tali che} \\ a_{ij} = 0 \quad \text{se } i > j \end{cases}$

↑ matrice triangolare superiore

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$$

$T^{INF}(n) = \begin{cases} \text{matrici quadrate } n \times n \\ a_{ij} = 0 \quad \text{se } i < j \end{cases}$

↑ matrice triangolare inferiore

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

La traccia di una matrice quadrata sono tutti i valori che compongono la sua diagonale principale

esercizio si dica se $T^{sup}(n), T^{inf}(n), A(n), S(n), D(n)$
sono sottospazi vettoriali di $M(n)$

sia $\underset{c \in \mathbb{R}}{M_c} = \{A \in M(n) \quad tr(A) = c\}$

$$tr(A+B) = \sum_{i=1}^{n} (A+B)_{ij} =$$

$$= \sum_{i=1}^{n} A_{ij} + \sum_{i=1}^{n} B_{ij}$$

$$= tr(A) + tr(B)$$

$$tr(\lambda A) = \sum_{i=1}^{n} (\lambda A)_{ij} =$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \lambda A_{ij} = \lambda \sum_{i=1}^{n} A_{ij} = \lambda\, tr(A)$$

$$\Rightarrow tr(\lambda A) = \lambda\, tr(A)$$

$A, B \in M_c$ cioè $tr(A) = tr(B) = c$

$$tr(A+B) = tr A + tr B = 2c$$

$$c = 2c \Rightarrow c = 0 \quad \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$$

$$tr(\lambda A) = \lambda\, tr\, A = \lambda c$$

$$2c = c \quad \forall \lambda \in \mathbb{R}$$