

# Тестирование стационарности сообществ

Васильев Михаил Владимирович

11 мая 2024 г.

## 1 Введение

Постановка задачи состоит в исследовании стационарности динамического графа во времени. Для этого используется датасет графов из открытых источников таких как (1). Одним из подходов исследования стационарности сообществ является сведение к тестированию случайных последовательностей, возникающих на графе. Для этого используются случайные блуждания для сбора информации о характеристиках влиятельности (PageRank), узлов сообщества, которые определяют соответствующие случайные последовательности. Далее производится вычисление хвостового индекса на элементах этих последовательностей и посредством визуального анализа делается вывод о стационарности графа во времени. Ключевым критерием анализа является значительное изменение хвостового индекса между соседними временными промежутками.

## 2 Данные

Данные взяты из открытого графового репозитория (1), а именно динамический граф fb-messages.csv. Описание: "Социальная сеть, похожая на Facebook, создана на основе онлайн-сообщества студентов Калифорнийского университета в Ирвине. В набор данных входят пользователи, которые отправили или получили хотя бы одно сообщение." Граф имеет три столбца: source, target, time. Количество вершин - 1900, количество рёбер - 61732.

## 3 Описательные характеристики

Рассмотрим граф как статистический на последний момент времени, рассчитаем для каждого его узла PageRank и проведём исследование рас-

спределения. Исследование состоит в оценивании индекса экстримального значения  $\gamma$  разными методами и изучении хвоста распределения. Методы оценивания включают в себя: оценку Хилла (Hill), оценку моментов (moment), смешанную оценку моментов (Mixed Moment) и оценку отношения (Ratio).

### 3.1 Гистограмма распределения

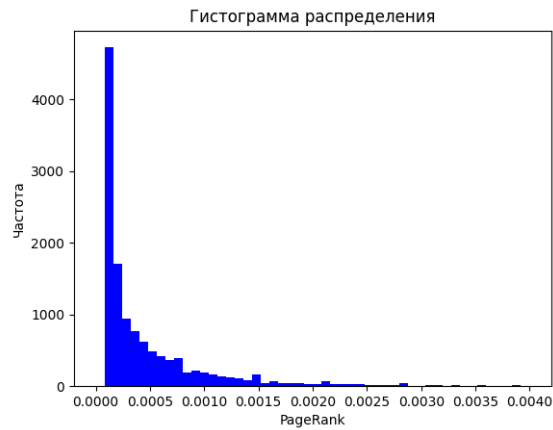


Рис. 1: Распределение PageRank

### 3.2 Расчёт количества моментов распределения

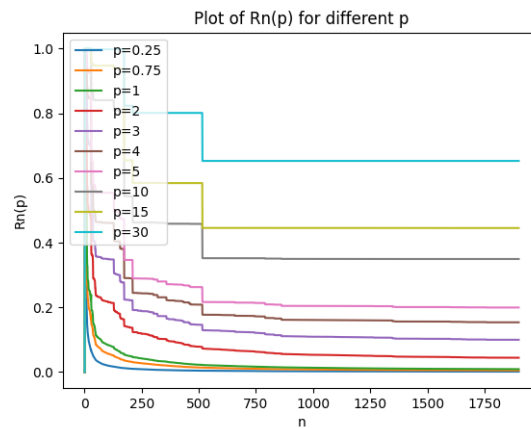


Рис. 2: Зависимость отношения максимума к сумме элементов для различных значений хвостового индекса

По итогам исследования можно сказать, Для  $p \in \{0.25, 0.75, 1\}$   $R_n(p)$

по всей видимости стремиться к нулю при возрастании  $n$ . Для  $p \in \{2, 3, 4, 5, 10, 15, 30\}$   $Rn(p)$  по всей видимости стремиться к положительной константе при возрастании  $n$ .

Вывод:  $E|X|^p < \infty$  для  $p \leq 1$  только,  $E|X|^p = \infty$  для  $p > 1$ . Значит распределение имеет единственный момент.

### 3.3 Оценка распределения

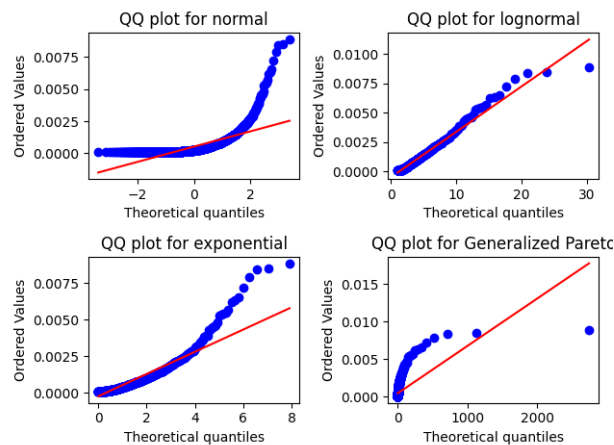


Рис. 3: QQ-plot для нормального распределения

Как видно нормальное, экспоненциальное и Парето обобщённое распределения не подходят для выборки. В то время как логнормальное распределение относительно подходит для выборки.

### 3.4 Оценки индекса экстримального значения

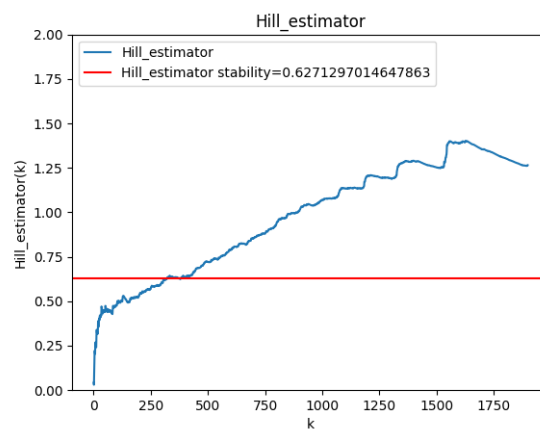


Рис. 4: Hills estimator plot

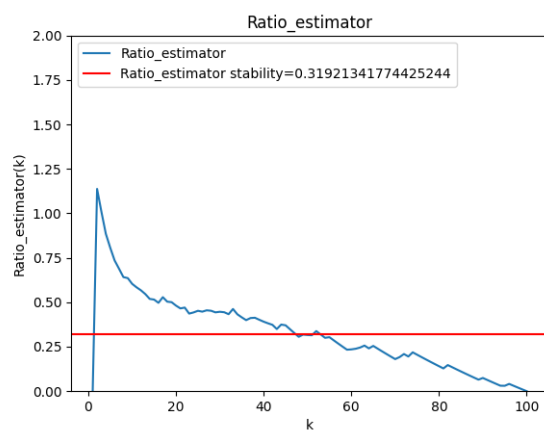


Рис. 5: Ratio estimator plot

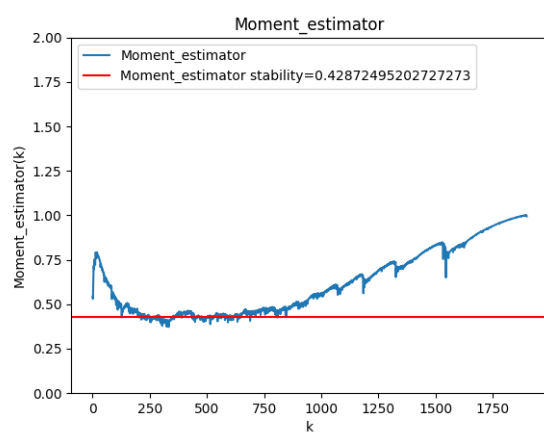


Рис. 6: Moment estimator plot

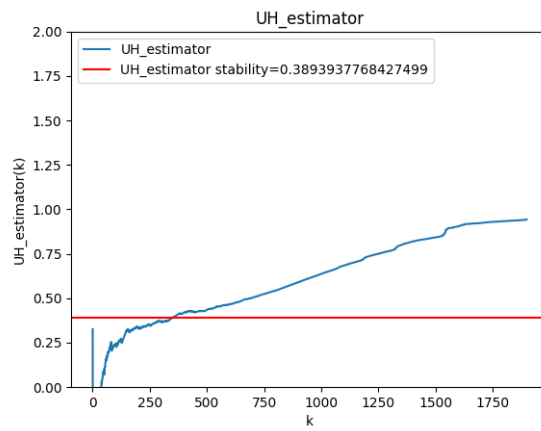


Рис. 7: UH estimator plot

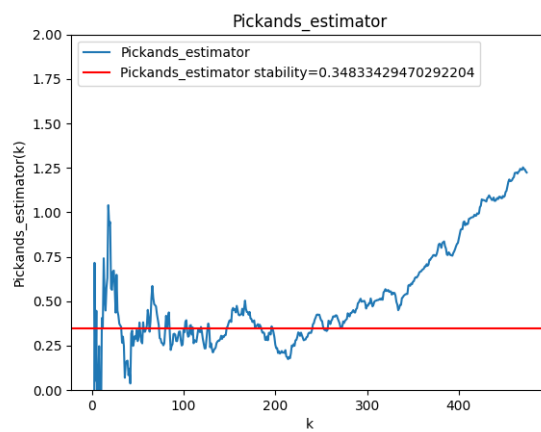


Рис. 8: Pickands estimator plot

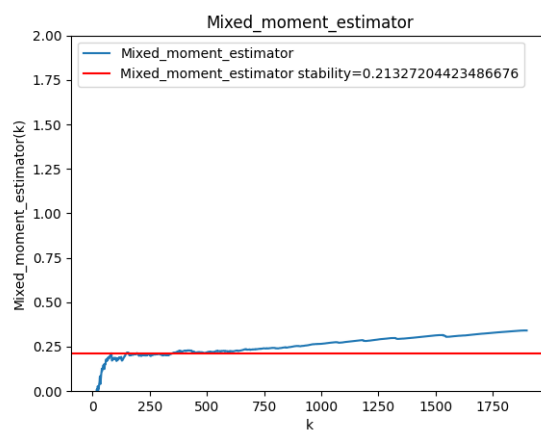


Рис. 9: Mixed estimator plot

Из графиков видно, что оценки Hill, Ratio и UH на предоставленных данных работают плохо. Тогда как оценки Moment, Pickands и Mixed Moment имеют интервалы стабильности. При взятии среднего по этим оценкам по интервалу стабильности получаются значения 0.42, 0.34 и 0.21 соответственно. Для дальнейших вычислений хвостового индекса будем использовать Mixed Moment estimator в связи с относительной стабильностью оценки на всей последовательности.

Вывод: по всей видимости хвостовой индекс можно положить примерно равным  $\gamma \approx 0.21$ .

## 4 Разбиение на сообщества

Библиотека NetworkX позволяет разделить граф на сообщества посредством Louvain Community Detection Algorithm. Выявлено 13 сообществ разного размера.

Номер сообщества	Количество вершин
0	125
1	2
2	236
3	367
4	122
5	41
6	331
7	248
8	29
9	287
10	107
11	2
12	2

Таблица 1: Таблица количества вершин в сообществах графа

## 5 Тестирование стационарности

Тестирование стационарности сообществ производится методом сведения к тестированию случайных последовательностей, возникающих на

графе. Для этого рассматриваются состояния динамического графа на выбранных временных отрезках. Для каждого узла рассчитывается его PageRank. Случайным образом выбираются вершины графа для формирования последовательности с фиксированной шириной окна. После чего производится оценка индекса экстримального значения методом смешанных моментов для элементов последовательности. По итогам расчётов получены хвостовые индексы случайных последовательностей во времени. На рис. 10 представлена зависимость хвостового индекса динамического графа во времени.

Вас понял, проблема плохого текстового описания. Позвольте опишу более подробно. На данный момент я беру динамический граф, делаю 13 "временных снимков" этого графа. Для каждого из снимков выбираю 15 последовательностей в каждом из которых 200 вершин (выбираются случайным образом). Для каждой из 15 последовательностей производится автоматическая оценка хвостового индекса методом Mixed Moment Estimator. После чего вычисляется среднее и дисперсия по 15 значениям хвостового индекса для каждого "временного снимка". Результаты преведены на рис. 10. Где каждая точка это среднее, у каждой точки ошибка - дисперсия. И по рис.10 видно, что хвостовой индекс резко уменьшается в начале, потом "колеблется" в некотором коридоре. Что я связываю с быстрым увеличением числа узлов в начальный период времени. Надеюсь понятно объяснил. Скоро нормально опишу. С уважением, Васильев Михаил.

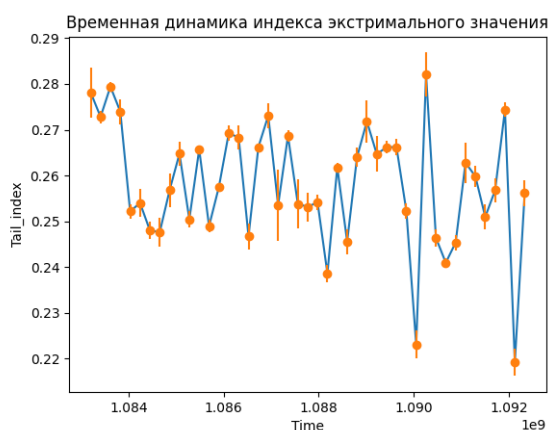


Рис. 10: Временная динамика хвостового индекса графа

На рис. 11 представлена зависимость числа вершин графа от времени. Шкала ОУ логарифмическая.

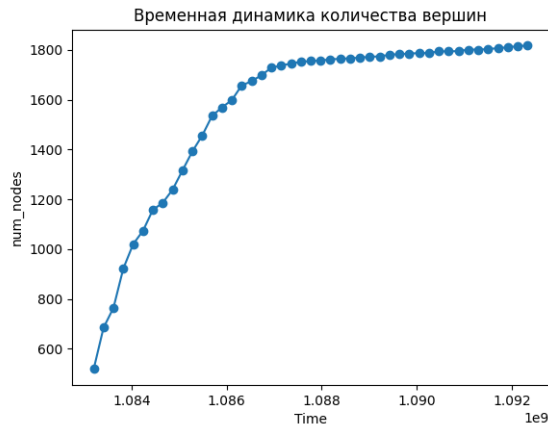


Рис. 11: Временная динамика числа вершин графа

Исходя из графиков видно, что в первые моменты времени граф нестационарен, так как происходит быстрое увеличение числа узлов и рёбер графа. Тогда как в дальнейшем хвостовой индекс находится в определённом диапазоне значений и меняется слабо.

## 6 Выводы

К настоящему моменту времени проведено исследование индекса экстремального значения динамического графа. Получен промежуток нестационарности графа, приведены возможные причины явления. В дальнейшем будут проведены исследования разных методов подбора последовательности, такие как алгоритм Метрополиса — Гастингса, будут изучены методы разбиения графа на сообщества.

## 7 Литература

- 1) <https://networkrepository.com> 2)