МИНОБРНАУКИ РОССИИ САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ «ЛЭТИ» ИМ. В.И. УЛЬЯНОВА (ЛЕНИНА) Кафедра МО ЭВМ

ОТЧЕТ

по лабораторной работе №2 по дисциплине «Построение и анализ алгоритмов»

ТЕМА: Жадный алгоритм и А*

Студент гр. 9382	 Рыжих Р.В.
Преподаватель	 Фирсов М.А

Санкт-Петербург

2021

Цель работы.

Разработать жадный алгоритм и алгоритм А* для поиска пути в графе.

Задание.

Жадный алгоритм.

Разработайте программу, которая решает задачу построения пути в ориентированном графе при помощи жадного алгоритма. Жадность в данном случае понимается следующим образом: на каждом шаге выбирается последняя посещённая вершина. Переместиться необходимо в ту вершину, путь до которой является самым дешёвым из последней посещённой вершины. Каждая вершина в графе имеет буквенное обозначение ("a", "b", "c"...), каждое ребро имеет неотрицательный вес.

Пример входных данных

a e

a b 3.0

b c 1.0

c d 1.0

a d 5.0

d e 1.0

В первой строке через пробел указываются начальная и конечная вершины

Далее в каждой строке указываются ребра графа и их вес

В качестве выходных данных необходимо представить строку, в которой перечислены вершины, по которым необходимо пройти от начальной вершины до конечной. Для приведённых в примере входных данных ответом будет

abcde

Алгоритм А*.

Разработайте программу, которая решает задачу построения кратчайшего пути в ориентированном графе методом А*. Каждая вершина в графе имеет буквенное обозначение ("a", "b", "c"...), каждое ребро имеет неотрицательный вес. В качестве эвристической функции следует взять близость символов, обозначающих вершины графа, в таблице ASCII.

Пример входных данных

a e

a b 3.0

b c 1.0

c d 1.0

a d 5.0

d e 1.0

В первой строке через пробел указываются начальная и конечная вершины

Далее в каждой строке указываются ребра графа и их вес

В качестве выходных данных необходимо представить строку, в которой перечислены вершины, по которым необходимо пройти от начальной вершины до конечной. Для приведённых в примере входных данных ответом будет

ade

Вариант 8

Перед выполнением А* выполнять предобработку графа: для каждой вершины отсортировать список смежных вершин по приоритету.

Описание алгоритма.

Жадный алгоритм:

1. Начиная со стартовой вершины просматриваются смежные вершины от текущей. Среди этих смежных вершин выбирается та, у которой

- вес ребра наименьший. Данная новая вершина прибавляется к текущему пути, а просматриваемая вершина считается пройденной.
- 2. Далее происходит то же самое для вершины, которая была выбрана на предыдущем шаге.
- 3. Если все смежные вершины от текущей пройдены, то нужно вернуться в пути на одну вершину назад.
- 4. Алгоритм считается завершенным, как только будет рассматриваться конечная вершина.

Алгоритм А*:

- 1. На каждом шаге выбирается вершина с наименьшим приоритетом. Приоритет определяется с помощью функции для оценки приоритета, которая состоит из эвристической функции и текущего расстояния от начальной вершины. Эвристическая функция вводится пользователем (по моему варианту).
- 2. Далее для данной вершины рассматриваются смежные ей вершины.
- 3. Для каждой смежной вершины проверяется ее кратчайший путь до начальной вершины.
- 4. Если текущий путь короче, чем кратчайший путь, то текущий путь становится кратчайшим.
- Далее данная смежная вершина помещается в очередь с приоритетом,
 где значение приоритета определяется при помощи функции оценки приоритета.
- 6. Алгоритм считается завершенным, как только будет рассматриваться конечная вершина.

Сложность.

Жадный алгоритм:

Сложность по времени работы O(n * E), где n — количество вершин, E — количество ребер, так как на каждом шаге алгоритма рассматриваются смежные ребра.

Для хранения графа используется список смежности, поэтому в этом случае сложность O(E), где E — количество ребер в графе. При этом используется стек с вершинами, следовательно сложность будет O(n+E), где n — количество вершин в графе.

Алгоритм А*:

Лучший случай, когда имеется более подходящая эвристическая функция (в данном случае, у нас стандартная эвристика), которая позволяет делать каждый шаг в нужном направлении. Сложность по времени будет O(n + E), где n – количество вершин, E – количество ребер графа.

Худший случай, когда определение нужного направления происходит достаточно долго, тогда нужно проходить всевозможные пути. Следовательно, время работы будет расти экспоненциально по сравнению с длиной оптимального пути.

В лучшем случае для каждой вершины будет храниться путь от начала до самой вершины. Оценка сложности по памяти будет O(n * (n + E)), где V — количество вершин, E — количество ребер графа.

В худшем случае все пути будут храниться в очереди, и сложность по памяти будет экспоненциальной.

Описание функций и структур данных.

Структуры данных:

class FindingPath – класс для поиска кратчайшего пути.

map<char, vector<pair<char, double>>> graph — структура данных для хранения графа.

map<char, bool> visited — структура данных для отслеживания посещенных вершин.

 $int\ Heuristic(char\ a,\ char\ b)$ —эвристическая функция (алгоритм A*).

map < char, pair < vector < char >, double >> ShortPathes — структура данных, отвечающая за текущие кратчайшие пути от начальной вершины (алгоритм A^*).

 $priority_queue < pair < char, double >$, vector < pair < char, double >>, Sorting > PriorityQueue— очередь в алгоритме A^* . Состоит из названия вершины и оценочной функции(кратчайшее расстояние до вершины + эвристическая функция). Для очереди есть специальный компаратор Sorting, который определяет приоритет.

Также, в классе FindingPath присутствуют следующие поля:

char start – начальная вершина.

char end – конечная вершина.

int number – количество вершин

Функции:

FindingPath::Read() — функция для считывания данных. Также для алгоритма А* считывается эвристические функции (по заданию).

vector<char> FindingPath:: AStar() — функция, которая реализует алгоритм A*. Функция возвращает вектор, состоящий из вершин, которые входят в кратчайший путь.

vector<char> FindingPath::GreedyAlgorithm() — функция, которая реализует жадный алгоритм. Функция возвращает вектор, состоящий из вершин, которые входят в кратчайший путь.

Демонстрация работы. Жадный алгоритм

Ввод	Вывод
a g a b 3.0 a c 1.0 b d 2.0	Для вершины а есть следующие смежные вершины: b(3) c(1) g(8)

b e 3.0	Отсортированные вершины:
d e 4.0 e a 1.0	c(1) b(3) g(8)
e f 2.0 a g 8.0	Для вершины b есть следующие смежные вершины:
f g 1.0 0	d(2) e(3)
	Отсортированные вершины:
	d(2) e(3)
	Для вершины d есть следующие смежные вершины:
	e(4)
	Отсортированные вершины:
	e(4)
	Для вершины е есть следующие смежные вершины:
	a(1) f(2)
	Отсортированные вершины:
	a(1) f(2)
	Для вершины f есть следующие смежные вершины:
	g(1)
	Отсортированные вершины:
	g(1)
	Жадный алгоритм:
	Текущая вершина - а
	Рассматривается смежная вершина - с
	Идём в вершину с, т.к. наименьший вес (1) и/или идёт первой
	Рассматривается смежная вершина - b
I and the second	Ī.

Рассматривается смежная вершина - g Текущая вершина - с Текущая вершина - а Рассматривается смежная вершина - с Рассматривается смежная вершина - b Идём в вершину b, т.к. наименьший вес (3) и/или идёт первой Рассматривается смежная вершина - g Текущая вершина - b Рассматривается смежная вершина - d Идём в вершину d, т.к. наименьший вес (2) и/или идёт первой Рассматривается смежная вершина - е Текущая вершина - d Рассматривается смежная вершина - е Идём в вершину е, т.к. наименьший вес (4) и/или идёт первой Текущая вершина - е Рассматривается смежная вершина - а Рассматривается смежная вершина - f Идём в вершину f, т.к. наименьший вес (2) и/или идёт первой

Текущая вершина - f
Рассматривается смежная вершина - g
Идём в вершину g, т.к. наименьший вес (1) и/или идёт первой
Конец алгоритма!
Ответ:abdefg

Алгоритм А*

Ввод	Вывод
a e	Для вершины а есть следующие
a b 8.0	смежные вершины:
a c 1.0	b(8) c(1)
c d 1.0	Отсортированные вершины:
d e 1.0	c(1) b(8)
b e 1.0	Для вершины b есть следующие
0	смежные вершины:
	e(1)
	Отсортированные вершины:
	e(1)
	Для вершины с есть следующие
	смежные вершины:
	d(1)
	Отсортированные вершины:
	d(1)
	Для вершины d есть следующие
	смежные вершины:
	e(1)
	Отсортированные вершины:
	e(1)
	Алгоритм А*:
	Текущая вершина - а
	Рассматривается смежная для а
	вершина с
	В путь родительской вершины
	добавляется текущая вершина с(1)

Эвристика для вершин а и с = 2 Рассматривается смежная для а вершина в В путь родительской вершины добавляется текущая вершина b(8) Эвристика для вершин a и b = 1 Текущая вершина - с Рассматривается смежная для с вершина d В путь родительской вершины добавляется текущая вершина d(2) Эвристика для вершин с и d = 1 Текущая вершина - d Рассматривается смежная для d вершина е В путь родительской вершины добавляется текущая вершина е(3) Эвристика для вершин d и e = 1 Найдена конечная вершина! Ответ:acde

Тестирование.

Жадный алгоритм:

Входные данные	Выходные данные
a e	abcde
a b 3.0	
b c 1.0	
c d 1.0	
a d 5.0	
d e 1.0	
0	

a g	abdefg
a b 3.0	
a c 1.0	
b d 2.0	
b e 3.0	
d e 4.0	
e a 3.0	
e f 2.0	
a g 8.0	
f g 1.0	
0	
a g	abdefg
a b 3.0	
a c 1.0	
b d 2.0	
b e 3.0	
d e 4.0	
e a 3.0	
e f 2.0	
a g 8.0	
f g 1.0	
c m 1.0	
m n 1.0	
0	
a d	abcad
a b 1.0	
b c 1.0	
c a 1.0	
a d 8.0	

0	

Алгоритм А*:

Входные данные	Выходные данные
a e	ade
a b 3.0	
b c 1.0	
c d 1.0	
a d 5.0	
d e 1.0	
0	
a d	aed
a b 1.0	
b c 9.0	
c d 3.0	
a d 9.0	
a e 1.0	
e d 3.0	
0	
a f	acdf
a c 1.0	
a b 1.0	
c d 2.0	
b e 2.0	
d f 3.0	
e f 3.0	
0	
a d	abd

İ	
a b 3.0	
b c 2.0	
b d 2.0	
c d 4.0	
a c 5.0	
0	

Выводы.

В ходе выполнения лабораторной работы был разработан эадный алгоритм, а также разработан алгоритм A^*

приложение а

ИСХОДНЫЙ КОД ПРОГРАММЫ

Алгоритм А*

```
#include <iostream>
#include <vector>
#include <map>
#include <queue>
#include <algorithm>
using namespace std;
class FindingPath {
public:
    FindingPath() = default;
    vector<char> GreedyAlgorithm();
    vector<char> AStar();
    void Sort();
    void SortAStar();
    void Read();
    int Heuristic(char a, char b);
private:
    map<char, vector<pair<char, double>>> graph;
    map<char, bool> visited;
    char start;
    char end;
    int number;
};
struct Sorting { //функция сортировки для приоритетной очереди
    bool operator() (pair<char, double> a, pair<char, double> b) {
        //если стоимость двух вершин равна, то возвращается меньшая из них в алфавитном
порядке, если стоимость разная, то большая из них
        if (a.second == b.second)
            return (a.first < b.first);</pre>
        else
            return (a.second > b.second);
    }
};
int FindingPath::Heuristic(char a, char b) {
    return abs(a - b);
vector<char> FindingPath::AStar() { //A*
    cout << "\nАлгоритм A*:\n";
    map<char, pair<vector<char>, double>> ShortPathes; //текущие кратчайшие пути
    vector<char> vertex;
    priority_queue < pair<char, double>, vector<pair<char, double>>, Sorting> Priori-
tyQueue; //очередь в алгоритме
    PriorityQueue.push({ start, 0 });
    vertex.push back(start);
    ShortPathes[start].first = vertex;
    while (!PriorityQueue.empty()) { //пока очередь не пуста
        if (PriorityQueue.top().first == end) { //если найдена конечная вершина
            cout << "Найдена конечная вершина!\n";
            return ShortPathes[end].first; //то заканчивается поиск
        }
```

```
auto TmpVertex = PriorityQueue.top(); //достается приоритетная вершина из оче-
реди
        cout << "Текущая вершина - " << TmpVertex.first << endl;
        PriorityQueue.pop();
        for (auto& i : graph[TmpVertex.first]) { //рассматриваются все вершины, которые
соединены с текущей вершиной
            cout << " Рассматривается смежная для " << TmpVertex.first << " вершина "<<
i.first << endl;</pre>
            double CurLength = ShortPathes[TmpVertex.first].second + i.second;
            if (ShortPathes[i.first].second == 0 || ShortPathes[i.first].second > Cur-
Length) { //если пути нет или найденный путь короче
                cout << "
                                В путь родительской вершины добавляется текущая вершина "
<< i.first <<"(" << CurLength << ")"<< endl;
                vector<char> path = ShortPathes[TmpVertex.first].first; //добавляется в
путь родительской вершины текущая вершина с кратчайшим путем
                path.push back(i.first);
                ShortPathes[i.first] = { path, CurLength }; //обновление пути и расстоя-
ния
                int heur = Heuristic(TmpVertex.first, i.first);
                cout << " Эвристика для вершин " << TmpVertex.first << " и " << i.first
   " = " << heur << endl << endl;
                PriorityQueue.push({ i.first, heur + ShortPathes[i.first].second });
//записывается в очередь текущая вершина
        }
    return ShortPathes[end].first;
}
void FindingPath::SortAStar() {
    for (auto it = graph.begin(); it != graph.end(); ++it) {
        cout << "Для вершины " << it->first << " есть следующие смежные вершины:\n";
        for (int i = 0; i < it->second.size(); i++) {
            cout << it->second[i].first << '(' << it->second[i].second << ')' << ' ';</pre>
        }
        cout << endl;</pre>
        std::sort(it->second.begin(), it->second.end(), [](pair<char, double>& a,
pair<char, double>& b) -> bool
            {
                if (a.second == b.second)
                    return (a.first < b.first);</pre>
                else
                    return (a.second < b.second);</pre>
            });
        cout << "Отсортированные вершины:\n";
        for (int j = 0; j < it->second.size(); j++) {
            cout << it->second[j].first << '(' << it->second[j].second << ')' << ' ';</pre>
        cout << endl;</pre>
    }
}
void FindingPath::Sort() {
    for (auto it = graph.begin(); it != graph.end(); ++it) {
        cout << "Для вершины " << it->first << " есть следующие смежные вершины:\n";
        for (int i = 0; i < it->second.size(); i++) {
            cout << it->second[i].first << '(' << it->second[i].second << ')' << ' ';</pre>
        cout << endl;</pre>
```

```
std::sort(it->second.begin(), it->second.end(), [](pair<char, double>& a,
pair<char, double>& b) -> bool {return a.second < b.second; });</pre>
        cout << "Отсортированные вершины:\n";
        for (int j = 0; j < it->second.size(); j++) {
            cout << it->second[j].first << '(' << it->second[j].second << ')' << ' ';</pre>
        cout << endl;</pre>
    }
}
void FindingPath::Read() {
    char start, end;
    cin >> start >> end;
    this->start = start;
    this->end = end;
    int count = 0;
    while (cin >> start) {
        if (start == '0') //символ остановки ввода данных
            break;
        double weight;
        cin >> end >> weight;
        graph[start].push_back({ end,weight });
        visited[start] = false;
        visited[end] = false;
        count++;
    this->number = count;
}
vector<char> FindingPath::GreedyAlgorithm() {
    cout << "\nЖадный алгоритм:\n";
    double min;
    vector<char> result;
    result.reserve(this->number);
    result.push_back(this->start);
    char CurVertex = this->start;
    while (CurVertex != this->end) {
        cout << "Текущая вершина - " << CurVertex << endl;
        char NextVertex;
        min = 100;
        bool found = false;
        for (auto& i : this->graph[CurVertex]) {
            cout << "Рассматривается смежная вершина - " << i.first << endl;
            if (!visited[i.first] && i.second < min) {</pre>
                cout << "Идём в вершину " << i.first << ", т.к. наименьший вес (" <<
i.second << ") и/или идёт первой\n";
                min = i.second;
                NextVertex = i.first;
                found = true;
            }
        cout << endl;</pre>
        visited[CurVertex] = true;
        if (!found) {
            if (!result.empty()) {
```

```
result.pop_back();
                CurVertex = result.back();
            continue;
        CurVertex = NextVertex;
        result.push_back(CurVertex);
    }
    cout << "Конец алгоритма!\n";
    return result;
}
int main() {
    setlocale(LC_ALL, "Russian");
    FindingPath answer;
    answer.Read();
    answer.SortAStar();
    vector<char> out = answer.AStar();
    cout << "Ответ:";
    for (auto& i : out) {
        cout << i;
    return 0;
Жадный алгоритм
#include <iostream>
#include <vector>
#include <map>
#include <queue>
#include <algorithm>
using namespace std;
class FindingPath {
public:
    FindingPath() = default;
    vector<char> GreedyAlgorithm();
    vector<char> AStar();
    void Sort();
    void SortAStar();
    void Read();
    int Heuristic(char a, char b);
private:
    map<char, vector<pair<char, double>>> graph;
    map<char, bool> visited;
    char start;
    char end;
    int number;
};
struct Sorting { //функция сортировки для приоритетной очереди
    bool operator() (pair<char, double> a, pair<char, double> b) {
        //если стоимость двух вершин равна, то возвращается меньшая из них в алфавитном
порядке, если стоимость разная, то большая из них
        if (a.second == b.second)
            return (a.first < b.first);</pre>
        else
            return (a.second > b.second);
    }
};
```

```
int FindingPath::Heuristic(char a, char b) {
    return abs(a - b);
vector<char> FindingPath::AStar() { //A*
    cout << "\nАлгоритм A*:\n";
    map<char, pair<vector<char>, double>> ShortPathes; //текущие кратчайшие пути
    vector<char> vertex;
    priority_queue < pair<char, double>, vector<pair<char, double>>, Sorting> Priori-
tyQueue; //очередь в алгоритме
    PriorityQueue.push({ start, 0 });
    vertex.push_back(start);
    ShortPathes[start].first = vertex;
    while (!PriorityQueue.empty()) { //пока очередь не пуста
        if (PriorityQueue.top().first == end) { //если найдена конечная вершина
            cout << "Найдена конечная вершина!\n";
            return ShortPathes[end].first; //то заканчивается поиск
        }
        auto TmpVertex = PriorityQueue.top(); //достается приоритетная вершина из оче-
реди
        cout << "Текущая вершина - " << TmpVertex.first << endl;
        PriorityQueue.pop();
        for (auto& i : graph[TmpVertex.first]) { //рассматриваются все вершины, которые
соединены с текущей вершиной
            cout << " Рассматривается смежная для " << TmpVertex.first << " вершина "<<
i.first << endl;</pre>
            double CurLength = ShortPathes[TmpVertex.first].second + i.second;
            if (ShortPathes[i.first].second == 0 || ShortPathes[i.first].second > Cur-
Length) { //если пути нет или найденный путь короче
                cout << "
                                В путь родительской вершины добавляется текущая вершина "
<< i.first <<"(" << CurLength << ")"<< endl;
                vector<char> path = ShortPathes[TmpVertex.first].first; //добавляется в
путь родительской вершины текущая вершина с кратчайшим путем
                path.push_back(i.first);
                ShortPathes[i.first] = { path, CurLength }; //обновление пути и расстоя-
ния
                int heur = Heuristic(TmpVertex.first, i.first);
                cout << " Эвристика для вершин " << TmpVertex.first << " и " << i.first
<< " = " << heur << endl << endl;
                PriorityQueue.push({ i.first, heur + ShortPathes[i.first].second });
//записывается в очередь текущая вершина
        }
    return ShortPathes[end].first;
}
void FindingPath::SortAStar() {
    for (auto it = graph.begin(); it != graph.end(); ++it) {
        cout << "Для вершины " << it->first << " есть следующие смежные вершины:\n";
        for (int i = 0; i < it->second.size(); i++) {
            cout << it->second[i].first << '(' << it->second[i].second << ')' << ' ';</pre>
        cout << endl;</pre>
        std::sort(it->second.begin(), it->second.end(), [](pair<char, double>& a,
pair<char, double>& b) -> bool
            {
```

```
if (a.second == b.second)
                      return (a.first < b.first);</pre>
                 else
                     return (a.second < b.second);</pre>
             });
        cout << "Отсортированные вершины:\n";
        for (int j = 0; j < it->second.size(); j++) {
    cout << it->second[j].first << '(' << it->second[j].second << ')' << ' ';</pre>
        cout << endl;</pre>
    }
}
void FindingPath::Sort() {
    for (auto it = graph.begin(); it != graph.end(); ++it) {
        cout << "Для вершины " << it->first << " есть следующие смежные вершины:\n";
        for (int i = 0; i < it->second.size(); i++) {
             cout << it->second[i].first << '(' << it->second[i].second << ')' << ' ';</pre>
        }
        cout << endl;</pre>
        std::sort(it->second.begin(), it->second.end(), [](pair<char, double>& a,
pair<char, double>& b) -> bool {return a.second < b.second; });</pre>
        cout << "Отсортированные вершины:\n";
        for (int j = 0; j < it->second.size(); <math>j++) {
             cout << it->second[j].first << '(' << it->second[j].second << ')' << ' ';</pre>
        cout << endl;</pre>
    }
}
void FindingPath::Read() {
    char start, end;
    cin >> start >> end;
    this->start = start;
    this->end = end;
    int count = 0;
    while (cin >> start) {
        if (start == '0') //символ остановки ввода данных
             break;
        double weight;
        cin >> end >> weight;
        graph[start].push_back({ end,weight });
        visited[start] = false;
        visited[end] = false;
        count++;
    this->number = count;
}
vector<char> FindingPath::GreedyAlgorithm() {
    cout << "\nЖадный алгоритм:\n";
    double min;
    vector<char> result;
    result.reserve(this->number);
    result.push back(this->start);
    char CurVertex = this->start;
    while (CurVertex != this->end) {
```

```
cout << "Текущая вершина - " << CurVertex << endl;
        char NextVertex;
        min = 100;
        bool found = false;
        for (auto& i : this->graph[CurVertex]) {
            cout << "Рассматривается смежная вершина - " << i.first << endl;
            if (!visited[i.first] && i.second < min) {</pre>
                cout << "Идём в вершину " << i.first << ", т.к. наименьший вес (" <<
i.second << ") и/или идёт первой\n";
                min = i.second;
                NextVertex = i.first;
                found = true;
            }
        }
        cout << endl;</pre>
        visited[CurVertex] = true;
        if (!found) {
            if (!result.empty()) {
                result.pop_back();
                CurVertex = result.back();
            }
            continue;
        CurVertex = NextVertex;
        result.push_back(CurVertex);
    cout << "Конец алгоритма!\n";
    return result;
}
int main() {
    setlocale(LC_ALL, "Russian");
    FindingPath answer;
    answer.Read();
    answer.Sort();
    vector<char> out = answer.GreedyAlgorithm();
    cout << "Ответ:";
    for (auto& i : out) {
        cout << i;</pre>
    return 0;
}
```