

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
«ЛЭТИ» ИМ. В.И. УЛЬЯНОВА (ЛЕНИНА)
Кафедра МО ЭВМ

ОТЧЕТ
по лабораторной работе №2
по дисциплине «Построение и анализ алгоритмов»
Тема: Жадный алгоритм и A^* .

Студентка гр. 9382

Круглова В.Д.

Преподаватель

Фирсов М.А.

Санкт-Петербург

2021

Цель работы

Ознакомиться с алгоритмом A^* и научиться применять его на практике.
Написать программу реализовывающую поиск пути в графе.

Постановка задачи

1) Разработайте программу, которая решает задачу построения пути в *ориентированном* графе при помощи **жадного алгоритма**. Жадность в данном случае понимается следующим образом: на каждом шаге выбирается последняя посещённая вершина. Переместиться необходимо в ту вершину, путь до которой является самым дешёвым из последней посещённой вершины. Каждая вершина в графе имеет буквенное обозначение ("a", "b", "c"...), каждое ребро имеет неотрицательный вес.

Пример входных данных

a e

```
a b 3.0
b c 1.0
c d 1.0
a d 5.0
d e 1.0
```

В первой строке через пробел указываются начальная и конечная вершины
Далее в каждой строке указываются ребра графа и их вес

В качестве выходных данных необходимо представить строку, в которой перечислены вершины, по которым необходимо пройти от начальной вершины до конечной. Для приведённых в примере входных данных ответом будет
abcde

2) Разработайте программу, которая решает задачу построения кратчайшего пути в *ориентированном* графе **методом A^*** . Каждая вершина в

графе имеет буквенное обозначение ("a", "b", "c"...), каждое ребро имеет неотрицательный вес. В качестве эвристической функции следует взять близость символов, обозначающих вершины графа, в таблице ASCII.

Пример входных данных

```
a e
a b 3.0
b c 1.0
c d 1.0
a d 5.0
d e 1.0
```

В первой строке через пробел указываются начальная и конечная вершины
Далее в каждой строке указываются ребра графа и их вес

В качестве выходных данных необходимо представить строку, в которой перечислены вершины, по которым необходимо пройти от начальной вершины до конечной. Для приведённых в примере входных данных ответом будет
ade

Индивидуальное задание

Вариант 5. Реализовать алгоритм Дейкстры поиска пути в графе (на основе кода A*).

Описание алгоритма

Жадный алгоритм:

На каждой итерации выбирается последняя посещенная вершина, рассматриваются все смежные ей вершины, из которых выбирается не посещенная ранее с наименьшим весом ребра, затем алгоритм повторяется для нее. Текущий путь хранится в стеке и, при невозможности пройти далее из рассматриваемой вершины, достается последняя вершина из стека.

Сложность по времени: $O(<\text{кол-во вершин}> * <\text{кол-во ребер}>)$, так как рассматриваются все смежные текущей вершине ребра

Сложность по памяти: в худшем случае $O(2 * (<\text{кол-во вершин}>) + <\text{кол-во ребер}>)$, так как хранится информация о графе и пройденный путь.

Алгоритм A*:

Данный алгоритм основан на поиске в ширину с использованием эвристик вершин. Каждая вершина добавляет в очередь все смежные ей, а очередь сортируется по значению суммы стоимости пути до этой вершины и модуля разности вершины и финиша. Таким образом, следующей рассматривается вершина из очереди с наименьшим значением данной суммы. Алгоритм прекращает работу при рассмотрении финишной вершины.

Сложность по времени:

При оптимальной эвристике: $O(<\text{кол-во вершин}> + <\text{кол-во ребер}>)$ В худшем случае растёт экспоненциально по сравнению с длиной оптимального пути

Сложность по памяти:

$O(N * (N + M))$, в худшем случае все пути будут добавляться во фронт

Дейкстра:

Данный алгоритм основан на поиске в глубину. Алгоритм начинает работу в начальной вершине. Для всех соседних вершин считается цена пути, для всех остальных вершин цена пути выставляется в INF (100000000.0). Далее, на каждой итерации сравнивается предыдущее значение и цена прохода из текущей вершины. Если предыдущая цена больше, присваивается новое значение. В конце алгоритма нам известна длина пути до каждой вершины. Также, для каждой вершины запоминаем, откуда мы пришли. В итоге можно восстановить путь.

Сложность по времени:

n раз осуществляем поиск вершины с минимальной величиной d среди $O(n)$ непомеченных вершин и m раз проводим релаксацию за $O(1)$. И тогда сложность будет $O(n^2 + m)$.

Сложность по памяти:

Мы проходимся по всем вершинам и их соседям тогда скорость будет $O(I * J)$. Где J – количество ребер, I – количество вершин. Еще прибавим n к этой сложности так как, когда мы восстанавливаем путь и даем конечный ответ нам надо пройти расстояние от конечной вершины и до, начальной. Тогда сложность по времени будет $O(I * J + n)$, где n – количество узлов между вершинами.

Описание структур

`struct Triple` – хранит информацию о ребре. Имеет три поля: `name`, `weight`, `flag` – имя вершины, вес ребра и флаг (проходили по ней или нет) соответственно.

`Class Graph` – хранит стартовую точку, точку окончания и информацию о связях с помощью `point`.

`map<char, set<Triple, SetCompare>>` `point` – контейнер, хранящий связи вершин в виде Имя — Список соседей.

`std::stack<int>` `res` – стек, хранящий результат. Заполняется и возвращается функцией `greedySearch`

`SetCompare` — нужна для хранения функтора для сортировки элементов `set`.

Описание основных функций

`void expand_stack(std::stack<int>& res)` – принимает стек и «переворачивает» его.

`std::stack<int>` `Graph::greedySearch()` – функция поиска пути в графе. Работает по принципу поиска в глубину. Идем по графу пока не достигнем конца (по условию), либо пока не окажемся в тупике. Если дальше пути нет (за этим следит флаг `can_go`), откатываемся на вершину назад. В итоге получаем либо стек с результатом, либо пустой стек, что означает, что требуемого пути нет.

`void Graph::print_graph()` – печатает список зависимостей `point`

`void Graph::init()` - Метод читает информацию о начальной точке и о точке окончания. После происходит считывание зависимостей графа и сохранение их в контейнер `map point`. Описание структур приведено ниже.

`std::stack<int> Graph::aStar()` – функция поиска пути в графе. A* пошагово просматривает пути, ведущие от начальной вершины в конечную, пока не найдёт минимальный. Как и все информированные алгоритмы поиска, он просматривает сначала те маршруты, которые «кажутся» ведущими к цели. От жадного алгоритма, который тоже является алгоритмом поиска по первому лучшему совпадению, его отличает то, что при выборе вершины он учитывает, помимо прочего, весь пройденный до неё путь.

`const char find_min_vertex(list<char> open, map<char,float> G)` – вспомогательная функция для метода Дейкстры. Принимает лист открытых вершин контейнер `map` длины путей до них и возвращает вершину, до которой короче путь и которая находится в листе `open`.

`std::stack<char> Graph::dijkstra()` – функция поиска пути в графе. Дейкстра пошагово просматривает все пути, ведущие от начальной вершины в конечную, пока не найдёт минимальный. Для каждой вершины считается расстояние до начала и формируется карта пути.

Пример работы программы

Входные данные	Выходные данные
a e	***Info***
a b 3.0	Initialization
b c 1.0	Open list: b d c e
c d 1.0	Close list: a
a d 5.0	Map:
d e 1.0	to b from a
	to d from a

	<p>Initialization complete</p> <p>Current vertex - b</p> <p>Open list: d c e</p> <p>Close list: a b</p> <p>The path for the vertex c is recalculated. Old value = $1e+10$. New value = 4.</p> <p>Map:</p> <p>to b from a</p> <p>to c from b</p> <p>to d from a</p> <p>Current vertex - c</p> <p>Open list: d e</p> <p>Close list: a b c</p> <p>Map:</p> <p>to b from a</p> <p>to c from b</p> <p>to d from a</p> <p>Current vertex - d</p> <p>Open list: e</p> <p>Close list: a b c d</p> <p>The path for the vertex e is recalculated. Old value = $1e+10$. New value = 6.</p> <p>Map:</p> <p>to b from a</p> <p>to c from b</p> <p>to d from a</p> <p>to e from d</p> <p>Current vertex - e</p> <p>Open list:</p> <p>Close list: a b c d e</p> <p>Map:</p> <p>to b from a</p> <p>to c from b</p> <p>to d from a</p>
--	---

	<p>to e from d</p> <p>The algorithm has finished its work.</p> <p>Reconstruction path..</p> <p>Dijkstra answer: ade</p>
--	---

Тестиирование

Таблица 1. Тестирование алгоритмов.

№	Входные данные	Выходные данные -d	Выходные данные -g	Выходные данные-ass
1	p t p e 1.0 p r 1.0 p t 12.0 e t 2.0	pet	pet	pt
2	i u i l 1.0 i o 2.0 i v 3.0 i e 4.0 i u 100.0 l u 1.0	ilu	ilu	ilu
3	a b a b 10.0 a c 1.0 c b 1.0	acb	acb	acb
4	a h a b 1.0 a c 2.0 b d 5.0 b g 10.0 b e 4.0 c e 2.0 c f 1.0 d g 2.0 e d 1.0 e g 7.0 f e 3.0 f h 8.0 g h 1.0	acedgh	abedgh	abedgh
5	a g a b 3.0 a c 1.0 b d 2.0 b e 3.0 d e 4.0 e a 3.0	ag	abdefg	ag

	e f 2.0 a g 8.0 f g 1.0 c m 1.0 m n 1.0			
6	a b a b 1.12	ab	ab	ab
7	a e a b 1.0 a c 2.0 b d 7.0 b e 8.0 a g 2.0 b g 6.0 c e 4.0 d e 4.0 g e 1.0	age	abge	age

Вывод

В ходе выполнения лабораторной работы были изучены и применены на практике жадный алгоритм и алгоритм A*. Также был реализован алгоритм Дейкстры.

ПРИЛОЖЕНИЕ С КОДОМ

Название файла: main.cpp

```
#include <iostream>
#include <stack>
#include <string>
#include <map>
#include <set>
#include <list>
#include <vector>
#include <cstring>

using std::map;
using std::set;
using std::pair;
using std::string;
using std::cout;
using std::cin;
using std::endl;
using std::list;

#define INF 100000000000.0

typedef struct Triple
{
    // структура, хранящая информацию о ребре и было ли оно пройдено
    char name;
    double weight;
    mutable bool flag;
    Triple() {}
    Triple(char _name, double _weight, bool _flag=false) : name(_name),
    weight(_weight), flag(_flag) {}
} Triple;

struct SetCompare
{
    bool operator()(Triple v1, Triple v2)
    {
        if (v1.weight == v2.weight)
            return v1.name < v2.name;
        return v1.weight < v2.weight;
    }
};

class Graph
{
public:
    // point хранит зависимость вершин в виде: вершина – массив смежных вершин
    // Массив смежных вершин отсортирован по возрастанию веса ребра (SetCompare)
    map<char, set<Triple, SetCompare>> point;
    char start, end;
public:
    void init();
    void print_graph();
    std::stack<char> greedySearch();
    std::stack<char> aStar();
    std::stack<char> dijkstra();
    //вспомогательные
```

```

int heuristic(char);
std::stack<char> reconstruction(map<char, char>);

};

void Graph::init()
/* Читаем start, end. После заполняем массив зависимостей */
{
string input;
//cout << "Enter start and end point: ";
getline(cin, input);
start = input[0];
end = input[2];

//cout << "Enter adjacency list:" << endl;
while (getline(cin, input))
{
if (input.empty()) break;
point[input[0]].emplace(input[2], std::stod(input.substr(4)));
}
}

void Graph::print_graph()
{
for (auto var : point)
{
cout << var.first << ": ";
for (auto var2 : var.second)
cout << var2.name << " " << var2.weight << " " << var2.flag << "; ";
cout << std::endl;
}
}

std::stack<char> Graph::greedySearch()
{
// В стеке храним результат. Сразу записываем первую вершину
// curr хранит массив смежных вершин к текущей вершине
std::stack<char> res;
res.push(start);

set<Triple, SetCompare> curr = point[res.top()];

while (!res.empty() && res.top() != end)
{
bool can_go = false;
char tmp;
if (!curr.empty())
{
cout << "Looking for the next unvisited vertex" << endl;
for (auto &var : point[res.top()]) //point[res.top()] == curr. Сделано для того,
чтобы флаг изменялся
// Ищем следующую непосещённую вершину
{
if (!var.flag)
{
cout << "Unvisited vertex found: " << var.name << endl;
can_go = true;
var.flag = true;
tmp = var.name;
break;
}
}
}

if (can_go)
{
cout << "Go to the vertex '" << tmp << "'" << endl;
res.push(tmp);
curr = point[tmp];
} else {
cout << "No way. Back" << endl;
res.pop();
}
}
}

```

```

if (!res.empty()) curr = point[res.top()];
}
}

//зануляем флаг, чтобы не портить массив
for (auto &var: point)
for (auto &var2: var.second)
var2.flag = false;

return res;
}

void expand_stack(std::stack<char>& res)
{
std::stack<char> tmp;
tmp.swap(res);
while (!tmp.empty())
{
res.push(tmp.top());
tmp.pop();
}
}

void print_stack(std::stack<char> res)
{
while (!res.empty())
{
cout << res.top();
res.pop();
}
cout << endl;
}

int Graph::heuristic(char curr)
{
return abs(end - curr);
}

char minF(list<char> open, map<char, float> F){//поиск минимального значения
f(x)
int res = open.back();
float min = F[res];

for (auto var : open)
{
if (F[var] <= min){
res = var;
min = F[var];
}
}
return res;
}

bool inList(list<char> _list, char x)
{
for (auto var : _list)
if (var == x) return true;
return false;
}

std::stack<char> Graph::reconstruction(map<char, char> from)
{
std::stack<char> res;
char curr = end;
while (curr != start)
{
res.push(curr);
curr = from[curr];
}
res.push(start);
return res;
}

```

```

std::stack<char> Graph::aStar()
{
std::stack<char> res; //стек результата
list<char> close; //список пройденных вершин
list<char> open = {start}; //список рассматриваемых вершин
map<char, char> from; //карта пути
map<char, float> G; //хранит стоимости путей от начальной вершины
map<char, float> F; //оценки f(x) для каждой вершины
G[start] = 0;
F[start] = G[start] + heuristic(start);

while (!open.empty())
{
char curr = minF(open, F);

/* Вывод для ясности */
cout << "****Info****" << endl;
cout << "Current: " << curr << endl;
cout << "Close list: ";
for (auto var : close)
cout << var << " ";
cout << endl << "Open list: ";
for (auto var : open)
cout << var << " ";
cout << endl << "Priority list(vertex name - value): " << endl;
for (auto var : F)
cout << var.first << " - " << var.second << endl;

if (curr == end)
{
res = reconstruction(from); //восстанавливаем
return res;
}

open.remove(curr);
close.push_back(curr);

for (auto neighbor : point[curr])
{
// if (inList(close, neighbor.name)) //если уже проходили, дальше
// continue;
float tmpG = G[curr] + neighbor.weight; //вычисление g(x) для обрабатываемого
соседа

if (!inList(open, neighbor.name) || tmpG < G[neighbor.name])
{
from[neighbor.name] = curr;
G[neighbor.name] = tmpG;
F[neighbor.name] = G[neighbor.name] + heuristic(neighbor.name);
}

if (!inList(open, neighbor.name))
open.push_back(neighbor.name);
}
}

return res;
}

const char find_min_vertex(list<char> open, map<char, float> G)
{
double min = INF;
char ret;
for (auto var : open)
{
if (G[var] < min)
{
min = G[var];
ret = var;
}
}
}

```

```

return ret;
}

std::stack<char> Graph::dijkstra()
{
std::stack<char> res; //стек результата
list<char> close = {start}; //список пройденных вершин
list<char> open; //список рассматриваемых вершин
map<char, char> from; //карта пути
map<char, float> G; //хранит стоимости путей от начальной вершины

//начальная инициализация. Здесь заполняем веса для соседних вершин,
G[start] = 0;
for (auto var : point) {
for (auto var2 : var.second)
{
if (inList(open, var2.name)) continue;
open.push_back(var2.name);
G[var2.name] = INF;
}
}
open.remove(start);

//для всех остальных устанавливаем их равными INF
for (auto var : point[start])
{
G[var.name] = var.weight;
from[var.name] = start;
}

cout << "****Info****" << endl;
cout << "Initialization" << endl;
cout << "Open list: ";
for (auto var : open)
cout << var << " ";
cout << endl;
cout << "Close list: ";
for (auto var : close)
cout << var << " ";
cout << endl;
cout << "Map: " << endl;
for (auto var : from)
cout << "to " << var.first << " from " << var.second << endl;
cout << "Initialization complete" << endl;

//пока список открытых вершин не пуст
while (!open.empty())
{
//ищем соседа с минимальной ценой
char curr = find_min_vertex(open, G);
cout << "Current vertex - " << curr << endl;

close.push_back(curr);
open.remove(curr);
cout << "Open list: ";
for (auto var : open)
cout << var << " ";
cout << endl;
cout << "Close list: ";
for (auto var : close)
cout << var << " ";
cout << endl;

//для соседей пересчитываем веса
for (auto var : point[curr])
{
if (G[curr]+var.weight < G[var.name])
{
cout << "The path for the vertex " << var.name << " is recalculated. "
<< "Old value = " << G[var.name] << ". New value = " << G[curr]+var.weight
<< "." << endl;

```

```

G[var.name] = G[curr]+var.weight;
from[var.name] = curr;
}
}
cout << "Map: " << endl;
for (auto var : from)
cout << "to " << var.first << " from " << var.second << endl;
}

cout << "The algorithm has finished its work. Reconstruction path.." << endl;

//восстанавливаем путь
return reconstruction(from);
}

int main(int argc, char** argv)
{
Graph one;
one.init();
std::stack<char> res;
if (argc == 2)
{
if (!strcmp(argv[1], "-greed\0") || !strcmp(argv[1], "-g\0"))
{
res = one.greedySearch();
expand_stack(res);
cout << "GreedySearch answer: ";
print_stack(res);
}
if (!strcmp(argv[1], "-astar\0") || !strcmp(argv[1], "-as\0"))
{
res = one.aStar();
cout << "aStarSearch answer: ";
print_stack(res);
}
if (!strcmp(argv[1], "-dijkstra\0") || !strcmp(argv[1], "-d\0"))
{
res = one.dijkstra();
cout << "Dijkstra answer: ";
print_stack(res);
}
}

return 0;
}

```