

# **Лекция 6: работа со списками**

Функциональное программирование на Haskell

---

Алексей Романов

14 марта 2020 г.

МИЭТ

# Списки в Haskell

- Поговорим о списках подробнее.
- Это структура данных, которая постоянно встречается в программах.
- Но по поведению и характеристикам *очень сильно* отличается от списков в Java и C# (или `std::vector` в C++).

# Списки в Haskell

- Поговорим о списках подробнее.
- Это структура данных, которая постоянно встречается в программах.
- Но по поведению и характеристикам *очень сильно* отличается от списков в Java и C# (или `std::vector` в C++).
- Списки в Haskell и множестве других языков, начиная с Lisp — односвязные.

# Списки в Haskell

- Поговорим о списках подробнее.
- Это структура данных, которая постоянно встречается в программах.
- Но по поведению и характеристикам *очень сильно* отличается от списков в Java и C# (или `std::vector` в C++).
- Списки в Haskell и множестве других языков, начиная с Lisp — односвязные.
- То есть вместе с каждым элементом хранится ссылка на остальную часть списка.
- Вспомним определение:

```
data [a] = [] | a : [a]
```

## Некоторые функции первого порядка над списками

- $(++) :: [a] \rightarrow [a] \rightarrow [a]$

## Некоторые функции первого порядка над списками

- $(++) :: [a] \rightarrow [a] \rightarrow [a]$  — объединение.
- $(!!) :: [a] \rightarrow \text{Int} \rightarrow a$

## Некоторые функции первого порядка над списками

- `(++) :: [a] -> [a] -> [a]` — объединение.
- `(!!) :: [a] -> Int -> a` — элемент по индексу.
- `null :: a -> Bool`

## Некоторые функции первого порядка над списками

- `(++) :: [a] -> [a] -> [a]` — объединение.
- `(!!) :: [a] -> Int -> a` — элемент по индексу.
- `null :: a -> Bool` — проверка на пустоту (лучше, чем `length xs == 0`! Но сопоставление ещё лучше).
- `elem :: Eq a => a -> [a] -> Bool`



## Некоторые функции первого порядка над списками

- `(++) :: [a] -> [a] -> [a]` — объединение.
- `(!!) :: [a] -> Int -> a` — элемент по индексу.
- `null :: a -> Bool` — проверка на пустоту (лучше, чем `length xs == 0`! Но сопоставление ещё лучше).
- `elem :: Eq a => a -> [a] -> Bool` — проверка на вхождение элемента.
- `and, or :: [Bool] -> Bool`

## Некоторые функции первого порядка над списками

- `(++) :: [a] -> [a] -> [a]` — объединение.
- `(!!) :: [a] -> Int -> a` — элемент по индексу.
- `null :: a -> Bool` — проверка на пустоту (лучше, чем `length xs == 0`! Но сопоставление ещё лучше).
- `elem :: Eq a => a -> [a] -> Bool` — проверка на вхождение элемента.
- `and, or :: [Bool] -> Bool` — все ли элементы `True` (или есть ли такой).

## Некоторые функции первого порядка над списками

- `(++) :: [a] -> [a] -> [a]` — объединение.
- `(!!) :: [a] -> Int -> a` — элемент по индексу.
- `null :: a -> Bool` — проверка на пустоту (лучше, чем `length xs == 0`! Но сопоставление ещё лучше).
- `elem :: Eq a => a -> [a] -> Bool` — проверка на вхождение элемента.
- `and, or :: [Bool] -> Bool` — все ли элементы `True` (или есть ли такой).
- У части из них тип на самом деле более общий, но пока нам не нужен.

## Некоторые функции первого порядка над списками

- `(++) :: [a] -> [a] -> [a]` — объединение.
- `(!!) :: [a] -> Int -> a` — элемент по индексу.
- `null :: a -> Bool` — проверка на пустоту (лучше, чем `length xs == 0`! Но сопоставление ещё лучше).
- `elem :: Eq a => a -> [a] -> Bool` — проверка на вхождение элемента.
- `and, or :: [Bool] -> Bool` — все ли элементы `True` (или есть ли такой).
- У части из них тип на самом деле более общий, но пока нам не нужен.
- Все основные в [Data.List](#).

## Некоторые функции первого порядка над списками

- `(++) :: [a] -> [a] -> [a]` — объединение.
- `(!!) :: [a] -> Int -> a` — элемент по индексу.
- `null :: a -> Bool` — проверка на пустоту (лучше, чем `length xs == 0`! Но сопоставление ещё лучше).
- `elem :: Eq a => a -> [a] -> Bool` — проверка на вхождение элемента.
- `and, or :: [Bool] -> Bool` — все ли элементы `True` (или есть ли такой).
- У части из них тип на самом деле более общий, но пока нам не нужен.
- Все основные в `Data.List`. И ещё пакет `safe`.

## Некоторые функции второго порядка над списками

- `map :: (a -> b) -> [a] -> [b]`

## Некоторые функции второго порядка над списками

- `map :: (a -> b) -> [a] -> [b]` — применяет функцию ко всем элементам.
- `filter :: (a -> Bool) -> [a] -> [a]`

## Некоторые функции второго порядка над списками

- `map :: (a -> b) -> [a] -> [b]` — применяет функцию ко всем элементам.
- `filter :: (a -> Bool) -> [a] -> [a]` — выбирает элементы, удовлетворяющие условию.
- `concatMap :: (a -> [b]) -> [a] -> [b]`



## Некоторые функции второго порядка над списками

- `map :: (a -> b) -> [a] -> [b]` — применяет функцию ко всем элементам.
- `filter :: (a -> Bool) -> [a] -> [a]` — выбирает элементы, удовлетворяющие условию.
- `concatMap :: (a -> [b]) -> [a] -> [b]` — применяет функцию ко всем элементам и объединяет результаты.
- `all, any :: (a -> Bool) -> [a] -> Bool`

## Некоторые функции второго порядка над списками

- `map :: (a -> b) -> [a] -> [b]` — применяет функцию ко всем элементам.
- `filter :: (a -> Bool) -> [a] -> [a]` — выбирает элементы, удовлетворяющие условию.
- `concatMap :: (a -> [b]) -> [a] -> [b]` — применяет функцию ко всем элементам и объединяет результаты.
- `all, any :: (a -> Bool) -> [a] -> Bool` — все ли элементы удовлетворяют условию (или есть ли такой).

## Некоторые функции второго порядка над списками

- `map :: (a -> b) -> [a] -> [b]` — применяет функцию ко всем элементам.
- `filter :: (a -> Bool) -> [a] -> [a]` — выбирает элементы, удовлетворяющие условию.
- `concatMap :: (a -> [b]) -> [a] -> [b]` — применяет функцию ко всем элементам и объединяет результаты.
- `all, any :: (a -> Bool) -> [a] -> Bool` — все ли элементы удовлетворяют условию (или есть ли такой).
- Упражнение: реализуем какие-нибудь из них (рекурсивно и друг через друга).

## Сложность функций над списками

- Базовые операции — конструирование списков и их разбор через `:`.

## Сложность функций над списками

- Базовые операции — конструирование списков и их разбор через `:`.
- Поэтому `length` (а значит, и `length xs == 0`) проходит весь список целиком, а `null` нет.

## Сложность функций над списками

- Базовые операции — конструирование списков и их разбор через `:`.
- Поэтому `length` (а значит, и `length xs == 0`) проходит весь список целиком, а `null` нет.
- `xs !! n` — цена пропорциональна

## Сложность функций над списками

- Базовые операции — конструирование списков и их разбор через `:`.
- Поэтому `length` (а значит, и `length xs == 0`) проходит весь список целиком, а `null` нет.
- `xs !! n` — цена пропорциональна `n`.

## Сложность функций над списками

- Базовые операции — конструирование списков и их разбор через `:`.
- Поэтому `length` (а значит, и `length xs == 0`) проходит весь список целиком, а `null` нет.
- `xs !! n` — цена пропорциональна  $n$ .
- Чем определяется цена `xs ++ ys`?



## Сложность функций над списками

- Базовые операции — конструирование списков и их разбор через `:`.
- Поэтому `length` (а значит, и `length xs == 0`) проходит весь список целиком, а `null` нет.
- `xs !! n` — цена пропорциональна `n`.
- Чем определяется цена `xs ++ ys`? Длиной `xs`.

## Сложность функций над списками

- Базовые операции — конструирование списков и их разбор через `:`.
- Поэтому `length` (а значит, и `length xs == 0`) проходит весь список целиком, а `null` нет.
- `xs !! n` — цена пропорциональна  $n$ .
- Чем определяется цена `xs ++ ys`? Длиной `xs`.
- Добавление в конец списка `xs ++ [y]` получается дорогим.
- В цикле может сделать линейный алгоритм квадратичным.

## Сложность функций над списками

- Базовые операции — конструирование списков и их разбор через `:`.
- Поэтому `length` (а значит, и `length xs == 0`) проходит весь список целиком, а `null` нет.
- `xs !! n` — цена пропорциональна  $n$ .
- Чем определяется цена `xs ++ ys`? Длиной `xs`.
- Добавление в конец списка `xs ++ [y]` получается дорогим.
- В цикле может сделать линейный алгоритм квадратичным.
- Вместо добавления в конец часто лучше добавлять в начало, а потом развернуть.

## Сложность функций над списками

- Базовые операции — конструирование списков и их разбор через `:`.
- Поэтому `length` (а значит, и `length xs == 0`) проходит весь список целиком, а `null` нет.
- `xs !! n` — цена пропорциональна  $n$ .
- Чем определяется цена `xs ++ ys`? Длиной `xs`.
- Добавление в конец списка `xs ++ [y]` получается дорогим.
- В цикле может сделать линейный алгоритм квадратичным.
- Вместо добавления в конец часто лучше добавлять в начало, а потом развернуть.
- Всё это осложняется ленивостью, о ней позже.

## Выделения списков (list comprehensions)

- Есть удобный способ записи списков, похожий на выражения для множеств.

```
[x*x | x <- [1..5], even x] ==
```

## Выделения списков (list comprehensions)

- Есть удобный способ записи списков, похожий на выражения для множеств.  
 $[x*x \mid x \leftarrow [1..5], \text{even } x] == [4, 16].$
- Как  $\{x^2 \mid x \in \{1, \dots, 5\}, \text{even}(x)\}.$
- $x \leftarrow [1..5]$  — генератор,  $\text{even } x$  — фильтр.

## Выделения списков (list comprehensions)

- Есть удобный способ записи списков, похожий на выражения для множеств.

`[x*x | x <- [1..5], even x] == [4, 16].`

- Как  $\{x^2 \mid x \in \{1, \dots, 5\}, \text{even}(x)\}$ .
- `x <- [1..5]` — генератор, `even x` — фильтр.
- Тех и других может быть много.
- Генераторы могут использовать переменные, введённые в предыдущих. Пример:

`[(x, y) | x <- [1..5], y <- [1..x], odd (x - y)] ==`

## Выделения списков (list comprehensions)

- Есть удобный способ записи списков, похожий на выражения для множеств.

`[x*x | x <- [1..5], even x] == [4, 16].`

- Как  $\{x^2 \mid x \in \{1, \dots, 5\}, \text{even}(x)\}$ .
- `x <- [1..5]` — генератор, `even x` — фильтр.
- Тех и других может быть много.

- Генераторы могут использовать переменные, введённые в предыдущих. Пример:

`[(x, y) | x <- [1..5], y <- [1..x], odd (x - y)] ==  
[(3, 2), (5, 2), (5, 4)]`

- Эти выражения преобразуются в комбинации `concatMap`, `map` и `filter`:

`[x*x | x <- [1..5], even x] ==`



## Выделения списков (list comprehensions)

- Есть удобный способ записи списков, похожий на выражения для множеств.

`[x*x | x <- [1..5], even x] == [4, 16].`

- Как  $\{x^2 \mid x \in \{1, \dots, 5\}, \text{even}(x)\}$ .
- `x <- [1..5]` — генератор, `even x` — фильтр.
- Тех и других может быть много.

- Генераторы могут использовать переменные, введённые в предыдущих. Пример:

`[(x, y) | x <- [1..5], y <- [1..x], odd (x - y)] ==  
[(3, 2), (5, 2), (5, 4)]`

- Эти выражения преобразуются в комбинации `concatMap`, `map` и `filter`:

`[x*x | x <- [1..5], even x] ==  
map (\x -> x*x) (filter even [1..5])`

- `foldr(') :: (a -> b -> b) -> b -> [a] -> b`  
`foldr f z [x1, x2, ..., xn] ==`  
 `x1 `f` (x2 `f` ... (xn `f` z) ...)`  
`foldl(') :: (b -> a -> b) -> b -> [a] -> b`  
`foldl f z [x1, x2, ..., xn] ==`  
 `(...((z `f` x1) `f` x2) `f` ...) `f` xn`
- Функции `sum`, `length` и т.д. можно реализовать через них (TODO)

## Свёртки других типов данных

- Сравним объявление списка с типом `foldr`:

```
data [a] = a : [a]      | []  
foldr :: (a -> b -> b) -> b -> [a] -> b
```

- Видим, что у нас по одному аргументу для каждого конструктора: каждый принимает аргументы типов полей этого конструктора (а если там `[a]`, то `b`) и возвращает `b`.
- Последний аргумент — разбираемый список.
- Для `Maybe`:

```
data Maybe a = Nothing | Just a  
foldMaybe :: ? -> ? -> ? -> b
```

## Свёртки других типов данных

- Сравним объявление списка с типом `foldr`:

```
data [a] = a : [a]      | []  
foldr :: (a -> b -> b) -> b -> [a] -> b
```

- Видим, что у нас по одному аргументу для каждого конструктора: каждый принимает аргументы типов полей этого конструктора (а если там `[a]`, то `b`) и возвращает `b`.
- Последний аргумент — разбираемый список.
- Для `Maybe`:

```
data Maybe a = Nothing | Just a  
foldMaybe :: ? -> ? -> ? -> b  
foldMaybe :: b -> (a -> b) -> Maybe b -> b
```

## Свёртки других типов данных

- Сравним объявление списка с типом `foldr`:

```
data [a] = a : [a]          | []  
foldr :: (a -> b -> b) -> b -> [a] -> b
```

- Видим, что у нас по одному аргументу для каждого конструктора: каждый принимает аргументы типов полей этого конструктора (а если там `[a]`, то `b`) и возвращает `b`.
- Последний аргумент — разбираемый список.
- Для `Maybe`:

```
data Maybe a = Nothing | Just a  
foldMaybe :: ?          -> ?          -> ?          -> b  
foldMaybe ::  b         -> (a -> b) -> Maybe b -> b
```

- Это `Data.Maybe.maybe` с обратным порядком аргументов. (TODO `Bool` и деревья)