

Лекция 4: классы типов

Функциональное программирование на Haskell

Алексей Романов

5 марта 2023 г.

МИЭТ

Классы типов

- Полиморфные функции, которые мы видели в прошлый раз, имеют одно определение для любых параметров типов.
- Часто нужно определить функции по-разному для разных типов.
- Для этого используются классы типов.

```
class Eq a where
    (==), (/=) :: a -> a -> Bool
    x == y = not (x /= y)
    x /= y = not (x == y)
```

- Eq — название класса.
- a — тип, относящийся к этому классу.
- (==) и (/=) — функции-члены класса, с определениями по умолчанию.
- Их нужно определить для типа a

Классы типов

- Полиморфные функции, которые мы видели в прошлый раз, имеют одно определение для любых параметров типов.
- Часто нужно определить функции по-разному для разных типов.
- Для этого используются классы типов.

```
class Eq a where
  (==), (/=) :: a -> a -> Bool
  x == y = not (x /= y)
  x /= y = not (x == y)
```

- Eq — название класса.
- a — тип, относящийся к этому классу.
- (==) и (/=) — функции-члены класса, с определениями по умолчанию.
- Их нужно определить для типа a (достаточно одну).

Экземпляры классов

- Чтобы объявить, что тип `Bool` относится к классу `Eq`:

```
instance Eq Bool where
```

```
  -- (==) :: Bool -> Bool -> Bool
```

```
  True == True = True
```

```
  False == False = True
```

Экземпляры классов

- Чтобы объявить, что тип `Bool` относится к классу `Eq`:

```
instance Eq Bool where
  -- (==) :: Bool -> Bool -> Bool
  True == True = True
  False == False = True
  _ == _ = False
```

- При этом а в сигнатуре членов заменяется на тип, для которого определяется экземпляр.
- Ещё пример:

Экземпляры классов

- Чтобы объявить, что тип `Bool` относится к классу `Eq`:

```
instance Eq Bool where
  -- (==) :: Bool -> Bool -> Bool
  True == True = True
  False == False = True
  _ == _ = False
```

- При этом а в сигнатуре членов заменяется на тип, для которого определяется экземпляр.
- Ещё пример:

```
instance Eq IPAddress where
  -- (==) :: IPAddress -> IPAddress -> Bool
  Ip4Address x == Ip4Address y = x == y
  Ip6Address x == Ip6Address y = x == y
  _ == _ = False
```

- Рекурсивно ли это определение?

Экземпляры классов

- Чтобы объявить, что тип `Bool` относится к классу `Eq`:

```
instance Eq Bool where
  -- (==) :: Bool -> Bool -> Bool
  True == True = True
  False == False = True
  _ == _ = False
```

- При этом а в сигнатуре членов заменяется на тип, для которого определяется экземпляр.
- Ещё пример:

```
instance Eq IPAddress where
  -- (==) :: IPAddress -> IPAddress -> Bool
  Ip4Address x == Ip4Address y = x == y
  Ip6Address x == Ip6Address y = x == y
  _ == _ = False
```

- Это не рекурсия: `==` в правой части относится к другому типу (`String`).

Ограниченный полиморфизм

- Если спросить GHCi про тип `==`, получим

```
ghci> :t (==)
(==) :: Eq a => a -> a -> Bool
```
- Читается «`a -> a -> Bool` для любого `a` из `Eq`».
- Часть перед `=>` называется контекстом.
- Его элементы — ограничения. Когда их больше одного, они пишутся в скобках через запятую.

Ограниченный полиморфизм

- Если спросить GHCi про тип `==`, получим

```
ghci> :t (==)  
(==) :: Eq a => a -> a -> Bool
```
- Читается «`a -> a -> Bool` для любого `a` из `Eq`».
- Часть перед `=>` называется контекстом.
- Его элементы — ограничения. Когда их больше одного, они пишутся в скобках через запятую.
- Типы полиморфных функций, *использующих* `==` и `/=`, пишутся аналогично. Определим:

```
foo [] = True  
foo [x] = True  
foo (x : tail@(y : _)) = x == y && foo tail
```

Какой у неё тип (и смысл)?

Ограниченный полиморфизм

- Если спросить GHCi про тип `==`, получим

```
ghci> :t (==)
(==) :: Eq a => a -> a -> Bool
```
- Читается «`a -> a -> Bool` для любого `a` из `Eq`».
- Часть перед `=>` называется контекстом.
- Его элементы — ограничения. Когда их больше одного, они пишутся в скобках через запятую.
- Типы полиморфных функций, *использующих* `==` и `/=`, пишутся аналогично. Определим:

```
foo [] = True
foo [x] = True
foo (x : tail@(y : _)) = x == y && foo tail
```

Какой у неё тип (и смысл)?

- `foo :: Eq a => [a] -> Bool`

Ограниченный полиморфизм

- Если спросить GHCi про тип `==`, получим

```
ghci> :t (==)
(==) :: Eq a => a -> a -> Bool
```
- Читается «`a -> a -> Bool` для любого `a` из `Eq`».
- Часть перед `=>` называется контекстом.
- Его элементы — ограничения. Когда их больше одного, они пишутся в скобках через запятую.
- Типы полиморфных функций, *использующих* `==` и `/=`, пишутся аналогично. Определим:

```
foo [] = True
foo [x] = True
foo (x : tail@(y : _)) = x == y && foo tail
```

Какой у неё тип (и смысл)?

- `foo :: Eq a => [a] -> Bool`
- Функция проверяет, равны ли все элементы списка.

Экземпляры для полиморфных типов

- Попробуем определить Eq для `Maybe a`:

Экземпляры для полиморфных типов

- Попробуем определить Eq для Maybe a:

```
instance Eq (Maybe a) where
  -- (==) :: Maybe a -> Maybe a -> Bool
  Just x == Just y = x == y
  Nothing == Nothing = True
  _ == _ = False
```

- Верное ли это определение?

Экземпляры для полиморфных типов

- Попробуем определить Eq для Maybe a:

```
instance Eq (Maybe a) where
  -- (==) :: Maybe a -> Maybe a -> Bool
  Just x == Just y = x == y
  Nothing == Nothing = True
  _ == _ = False
```

- Здесь a не обязательно Eq, и поэтому `x == y` не скомпилируется.
- А можно ли так?

```
instance Eq (Maybe a) where
  (==) :: Eq a => Maybe a -> Maybe a -> Bool
  Just x == Just y = x == y
  Nothing == Nothing = True
  _ == _ = False
```

Экземпляры для полиморфных типов

- Попробуем определить Eq для Maybe a:

```
instance Eq (Maybe a) where
  -- (==) :: Maybe a -> Maybe a -> Bool
  Just x == Just y = x == y
  Nothing == Nothing = True
  _ == _ = False
```

- Здесь a не обязательно Eq, и поэтому `x == y` не скомпилируется.
- А можно ли так?

```
instance Eq (Maybe a) where
  (==) :: Eq a => Maybe a -> Maybe a -> Bool
  Just x == Just y = x == y
  Nothing == Nothing = True
  _ == _ = False
```

- Нет: эта сигнатура для `(==)` более ограничена, чем заданная классом.

Экземпляры для полиморфных типов с ограничениями

- Правильно так:

```
instance Eq a => Eq (Maybe a) where
    Just x == Just y = x == y
    Nothing == Nothing = True
    _ == _ = False
```

- Читаем «Maybe a относится к Eq только тогда, когда a относится к Eq».
- Контексты экземпляров подчиняются тем же правилам, что контексты функций.
- Ограничения могут упоминать другие классы, а не только тот, экземпляр которого определяется.
- Не может быть много экземпляров одного класса для одного типа с разными условиями.

Аналоги в других языках

- Как перегрузка функций (или операторов), но глубже встроенная в систему типов.
- Перегруженные функции — просто разные функции, связанные только общим именем.
- Здесь обязательно близкие типы и общий смысл.
- И функции могут быть использованы другими полиморфными функциями.

Аналоги в других языках

- Как перегрузка функций (или операторов), но глубже встроенная в систему типов.
- Перегруженные функции — просто разные функции, связанные только общим именем.
- Здесь обязательно близкие типы и общий смысл.
- И функции могут быть использованы другими полиморфными функциями.
- Не путайте классы типов и классы в ООП, общее только название!
- В C++ есть близкое понятие концепций.

Аналоги в других языках

- Как перегрузка функций (или операторов), но глубже встроенная в систему типов.
- Перегруженные функции — просто разные функции, связанные только общим именем.
- Здесь обязательно близкие типы и общий смысл.
- И функции могут быть использованы другими полиморфными функциями.
- Не путайте классы типов и классы в ООП, общее только название!
- В C++ есть близкое понятие концепций.
- До C++20 было только для документации, а теперь их можно объявлять и использовать в коде.

Аналоги в других языках

- Как перегрузка функций (или операторов), но глубже встроенная в систему типов.
- Перегруженные функции — просто разные функции, связанные только общим именем.
- Здесь обязательно близкие типы и общий смысл.
- И функции могут быть использованы другими полиморфными функциями.
- Не путайте классы типов и классы в ООП, общее только название!
- В C++ есть близкое понятие концепций.
- До C++20 было только для документации, а теперь их можно объявлять и использовать в коде.
- Часто сравнивают с интерфейсами в Java/C#, но это подходит хуже:

Аналоги в других языках

- Как перегрузка функций (или операторов), но глубже встроенная в систему типов.
- Перегруженные функции — просто разные функции, связанные только общим именем.
- Здесь обязательно близкие типы и общий смысл.
- И функции могут быть использованы другими полиморфными функциями.
- Не путайте классы типов и классы в ООП, общее только название!
- В C++ есть близкое понятие концепций.
- До C++20 было только для документации, а теперь их можно объявлять и использовать в коде.
- Часто сравнивают с интерфейсами в Java/C#, но это подходит хуже: в классах типов есть «статические» и бинарные методы, совсем другой смысл функции, возвращающей такой тип.

Другие важные классы

- Линейно упорядоченные типы:

```
class Eq a => Ord a where
  compare :: a -> a -> Ordering
  (<), (<=), (>), (>=) :: a -> a -> Bool
  max, min :: a -> a -> a
```

- `Eq a` — надкласс `Ord`, то есть любой экземпляр `Ord` должен быть и экземпляром `Eq`.

Другие важные классы

- Линейно упорядоченные типы:

```
class Eq a => Ord a where
  compare :: a -> a -> Ordering
  (<), (<=), (>), (>=) :: a -> a -> Bool
  max, min :: a -> a -> a
```

- `Eq a` — надкласс `Ord`, то есть любой экземпляр `Ord` должен быть и экземпляром `Eq`.
- Логически стрелка скорее в другом направлении: `a` относится к `Ord` \implies `a` относится к `Eq`.

Другие важные классы

- Линейно упорядоченные типы:

```
class Eq a => Ord a where
  compare :: a -> a -> Ordering
  (<), (<=), (>), (>=) :: a -> a -> Bool
  max, min :: a -> a -> a
```

- `Eq a` — надкласс `Ord`, то есть любой экземпляр `Ord` должен быть и экземпляром `Eq`.
- Логически стрелка скорее в другом направлении:
`a` относится к `Ord` \implies `a` относится к `Eq`.
- Типы, ограниченные сверху и снизу:

```
class Bounded a where
  minBound, maxBound :: a
```

- Это не подкласс `Ord` потому, что порядок, для которого эти значения — границы, может быть частичным.

Преобразования в строки и обратно

- Типы, значения которых можно превратить в строки:

```
class Show a where  
  show :: a -> String  
  ...
```

Преобразования в строки и обратно

- Типы, значения которых можно превратить в строки:

```
class Show a where  
  show :: a -> String  
  ...
```

- Или прочитать из строк:

```
class Read a where ...
```

```
read :: Read a => String -> a
```

Преобразования в строки и обратно

- Типы, значения которых можно превратить в строки:

```
class Show a where  
  show :: a -> String  
  ...
```

- Или прочитать из строк:

```
class Read a where ...
```

```
read :: Read a => String -> a
```

- Для нас то, что за многоточиями, неважно, но подробности описаны **в документации**.

Преобразования в строки и обратно

- Типы, значения которых можно превратить в строки:

```
class Show a where  
  show :: a -> String  
  ...
```

- Или прочесть из строк:

```
class Read a where ...
```

```
read :: Read a => String -> a
```

- Для нас то, что за многоточиями, неважно, но подробности описаны [в документации](#).
- read должна быть обратной к show.
- Заметьте полиморфизм read по возвращаемому типу:

```
ghci> read "2" :: Integer  
2
```

```
ghci> read "2" :: Double  
2.0
```

Опасность read

- Что случится, если передать read неподходящий аргумент?

```
ghci> read "1" :: [Bool]
```

Опасность read

- Что случится, если передать read неподходящий аргумент?

```
ghci> read "1" :: [Bool]
```

```
*** Exception: Prelude.read: no parse
```

- Если вы не знаете *точно*, что текст содержит значение, используйте безопасную

```
readMaybe :: Read a => String -> Maybe a
```

из модуля Text.Read.

Опасность read

- Что случится, если передать read неподходящий аргумент?

```
ghci> read "1" :: [Bool]
*** Exception: Prelude.read: no parse
```

- Если вы не знаете *точно*, что текст содержит значение, используйте безопасную

```
readMaybe :: Read a => String -> Maybe a
```

из модуля Text.Read.

- Это не единственная функция в Prelude с такой проблемой.
- Пакет **safe** содержит безопасные варианты для всех таких функций (посмотрите его документацию).

Класс перечислимых типов

- Enum содержит типы, значения которых образуют последовательность.

```
class Enum a where
  succ, pred :: a -> a
  toEnum     :: Int -> a
  fromEnum   :: a -> Int
  enumFrom   :: a -> [a] -- и ещё 3 вариации
```


Класс перечислимых типов

- Enum содержит типы, значения которых образуют последовательность.

```
class Enum a where
  succ, pred :: a -> a
  toEnum     :: Int -> a
  fromEnum   :: a -> Int
  enumFrom   :: a -> [a] -- и ещё 3 вариации
```

- Для него есть специальный синтаксис:
 - [n..] означает enumFrom n;
 - [n..m] — enumFromTo n m;
 - [n,m..] — enumFromThen n m;
 - [n,m..l] — enumFromThenTo n m l.

Класс перечислимых типов

- Enum содержит типы, значения которых образуют последовательность.

```
class Enum a where
    succ, pred :: a -> a
    toEnum     :: Int -> a
    fromEnum   :: a -> Int
    enumFrom  :: a -> [a] -- и ещё 3 вариации
```

- Для него есть специальный синтаксис:
 - [n..] означает enumFrom n;
 - [n..m] — enumFromTo n m;
 - [n,m..] — enumFromThen n m;
 - [n,m..l] — enumFromThenTo n m l.
- Для Float и Double есть экземпляры Enum, так что можно писать [1.0..]:

```
ghci> [1.2..2.0]
```

Класс перечислимых типов

- Enum содержит типы, значения которых образуют последовательность.

```
class Enum a where
    succ, pred :: a -> a
    toEnum     :: Int -> a
    fromEnum   :: a -> Int
    enumFrom   :: a -> [a] -- и ещё 3 вариации
```

- Для него есть специальный синтаксис:
 - [n..] означает enumFrom n;
 - [n..m] — enumFromTo n m;
 - [n,m..] — enumFromThen n m;
 - [n,m..l] — enumFromThenTo n m l.
- Для Float и Double есть экземпляры Enum, так что можно писать [1.0..], но они довольно странные:

```
ghci> [1.2..2.0]
[1.2,2.2]
```

Иерархия числовых классов

- Вернёмся к «числовым типам» из первой лекции.
- Это тоже классы типов, образующие довольно сложную иерархию.

Иерархия числовых классов

- Вернёмся к «числовым типам» из первой лекции.
- Это тоже классы типов, образующие довольно сложную иерархию.

```
class Num a where  
    (+), (-), (*), negate, abs, signum,  
    fromInteger
```

```
class (Num a, Ord a) => Real a where  
    toRational
```

```
class (Real a, Enum a) => Integral a where  
    quot, rem, div, mod, quotRem, divMod  
    toInteger
```

```
class Num a => Fractional a where  
    (/), recip, fromRational
```

Иерархия числовых классов: дробные типы

```
class Fractional a => Floating a where  
    exp, log, sqrt, (**), logBase,  
    pi, sin, cos, ...
```

```
class (Real a, Fractional a) => RealFrac a where  
    properFraction :: Integral b => a -> (b, a)  
    truncate, round, ceiling, floor ::  
        Integral b => a -> b
```

```
class (RealFrac a, Floating a) => RealFloat a where  
    isNaN, isInfinite :: a -> Bool  
    ...
```

```
fromIntegral :: (Integral a, Num b) => a -> b  
realToFrac :: (Real a, Fractional b) => a -> b
```

- [Полная документация.](#)

Числовые литералы

- Литерал `0` означает `fromInteger (0 :: Integer)` и соответственно получает тип

Числовые литералы

- Литерал `0` означает `fromInteger (0 :: Integer)` и соответственно получает тип `Num a => a`.
- Аналогично для дробных: `1.1` представляется как рациональное и превращается в `fromRational ((11 % 10) :: Rational)` типа `Fractional a => a`.
- Здесь:

```
module Data.Ratio where
data Ratio a -- экспортировано без конструктора
type Rational = Ratio Integer
(%) :: Integral a => a -> a -> Ratio a
```


Числовые литералы

- Литерал `0` означает `fromInteger (0 :: Integer)` и соответственно получает тип `Num a => a`.
- Аналогично для дробных: `1.1` представляется как рациональное и превращается в `fromRational ((11 % 10) :: Rational)` типа `Fractional a => a`.
- Здесь:

```
module Data.Ratio where
data Ratio a -- экспортировано без конструктора
type Rational = Ratio Integer
(%) :: Integral a => a -> a -> Ratio a
```

- Использование рациональных чисел для дробных литералов позволяет избежать ошибок округления.

Числовые литералы

- Литерал `0` означает `fromInteger (0 :: Integer)` и соответственно получает тип `Num a => a`.
- Аналогично для дробных: `1.1` представляется как рациональное и превращается в `fromRational ((11 % 10) :: Rational)` типа `Fractional a => a`.
- Здесь:

```
module Data.Ratio where
data Ratio a -- экспортировано без конструктора
type Rational = Ratio Integer
(%) :: Integral a => a -> a -> Ratio a
```

- Использование рациональных чисел для дробных литералов позволяет избежать ошибок округления.
- Конечно, при преобразовании в `Float` или `Double` они вернутся.

Алгебраические классы

- Для разных структур из общей алгебры или линейной алгебры можно определить соответствующие им классы. В стандартной библиотеке есть
- моноиды в Prelude:

```
class Monoid a where
  mempty :: a
  mappend :: a -> a -> a
  mconcat :: [a] -> a
```

`x <> y = mappend x y` -- синоним для `mappend`

- и полугруппы в **Data.Semigroup**.

Алгебраические классы

- Для разных структур из общей алгебры или линейной алгебры можно определить соответствующие им классы. В стандартной библиотеке есть
- моноиды в Prelude:

```
class Monoid a where
  mempty :: a
  mappend :: a -> a -> a
  mconcat :: [a] -> a
```

`x <> y = mappend x y` -- синоним для `mappend`

- и полугруппы в `Data.Semigroup`.
- Ещё несколько из теории категорий, но это предмет будущих лекций.

Определение функций внутри или вне класса

- При определении функций над классом часто приходится выбирать из двух вариантов:
 - член класса с определением по умолчанию;
 - функция, определённая вне класса.
- Например, (`/=`) можно было бы определить вне класса:

```
(/=) :: Eq a => a -> a -> Bool  
x /= y = not (x == y)
```

Определение функций внутри или вне класса

- При определении функций над классом часто приходится выбирать из двух вариантов:
 - член класса с определением по умолчанию;
 - функция, определённая вне класса.
- Например, (\neq) можно было бы определить вне класса:

```
(/=) :: Eq a => a -> a -> Bool  
x /= y = not (x == y)
```

- Такую функцию нельзя реализовать по-разному для разных экземпляров.

Определение функций внутри или вне класса

- При определении функций над классом часто приходится выбирать из двух вариантов:
 - член класса с определением по умолчанию;
 - функция, определённая вне класса.
- Например, (`/=`) можно было бы определить вне класса:

```
(/=) :: Eq a => a -> a -> Bool  
x /= y = not (x == y)
```

- Такую функцию нельзя реализовать по-разному для разных экземпляров.
- Если для каких-то типов есть реализация лучше той, что по умолчанию, лучше сделать функцию членом класса.

Определение функций внутри или вне класса

- При определении функций над классом часто приходится выбирать из двух вариантов:
 - член класса с определением по умолчанию;
 - функция, определённая вне класса.
- Например, (`/=`) можно было бы определить вне класса:

```
(/=) :: Eq a => a -> a -> Bool  
x /= y = not (x == y)
```

- Такую функцию нельзя реализовать по-разному для разных экземпляров.
- Если для каких-то типов есть реализация лучше той, что по умолчанию, лучше сделать функцию членом класса.
 - Очевидная проблема: вы можете не знать (или не подумать) о таких типах.

Определение функций внутри или вне класса

- При определении функций над классом часто приходится выбирать из двух вариантов:
 - член класса с определением по умолчанию;
 - функция, определённая вне класса.
- Например, (`/=`) можно было бы определить вне класса:

```
(/=) :: Eq a => a -> a -> Bool  
x /= y = not (x == y)
```

- Такую функцию нельзя реализовать по-разному для разных экземпляров.
- Если для каких-то типов есть реализация лучше той, что по умолчанию, лучше сделать функцию членом класса.
 - Очевидная проблема: вы можете не знать (или не подумать) о таких типах.
- Или если реализация по умолчанию не всегда верна

Определение функций внутри или вне класса

- При определении функций над классом часто приходится выбирать из двух вариантов:
 - член класса с определением по умолчанию;
 - функция, определённая вне класса.
- Например, (`/=`) можно было бы определить вне класса:

```
(/=) :: Eq a => a -> a -> Bool  
x /= y = not (x == y)
```

- Такую функцию нельзя реализовать по-разному для разных экземпляров.
- Если для каких-то типов есть реализация лучше той, что по умолчанию, лучше сделать функцию членом класса.
 - Очевидная проблема: вы можете не знать (или не подумать) о таких типах.
- Или если реализация по умолчанию не всегда верна (но тогда почему это реализация по умолчанию?).

Законы классов типов

- Рассмотрим такой экземпляр типа:

```
data Weird = Weird Int
```

```
instance Eq Weird where
```

```
    Weird x == Weird y = x /= y
```

- Даже не зная смысла `Weird` мы видим, что что-то здесь не так. Что?

Законы классов типов

- Рассмотрим такой экземпляр типа:

```
data Weird = Weird Int
```

```
instance Eq Weird where
```

```
    Weird x == Weird y = x /= y
```

- Даже не зная смысла `Weird` мы видим, что что-то здесь не так.
- Это определение нерефлексивно, то есть `Weird 1 /= Weird 1`.
- У всех классов типов (почти) есть законы.
- То есть наличия функций типов, указанных в определении, недостаточно;
- для корректных экземпляров должны выполняться определённые законы.

Законы классов типов

- Например, для Eq законы такие:

Законы классов типов

- Например, для Eq законы такие:

$$\forall x :: a. x == x$$

$$\forall x, y :: a. x == y \implies y == x$$

$$\forall x, y, z :: a. x == y \wedge y == z \implies x == z$$

Законы классов типов

- Например, для Eq законы такие:

$$\forall x :: a. x == x$$

$$\forall x, y :: a. x == y \implies y == x$$

$$\forall x, y, z :: a. x == y \wedge y == z \implies x == z$$

$$\forall x, y :: a; Eq b; f :: a \rightarrow b. x == y \implies$$

Законы классов типов

- Например, для Eq законы такие:

$$\forall x :: a. x == x$$

$$\forall x, y :: a. x == y \implies y == x$$

$$\forall x, y, z :: a. x == y \wedge y == z \implies x == z$$

$$\forall x, y :: a; Eq b; f :: a \rightarrow b. x == y \implies f\ x == f\ y$$

Законы классов типов

- Например, для Eq законы такие:

$$\forall x :: a. x == x$$

$$\forall x, y :: a. x == y \implies y == x$$

$$\forall x, y, z :: a. x == y \wedge y == z \implies x == z$$

$$\forall x, y :: a; Eq b; f :: a \rightarrow b. x == y \implies f x == f y$$

- Законы могут говорить и о связи между классами. Например, если тип одновременно Ord и Bounded, то естественно требовать

$$\forall x :: a. x \leq \text{maxBound}$$

$$\forall x :: a. x \geq \text{minBound}$$

Законы классов типов

- Например, для Eq законы такие:

$$\forall x :: a. x == x$$
$$\forall x, y :: a. x == y \implies y == x$$
$$\forall x, y, z :: a. x == y \wedge y == z \implies x == z$$
$$\forall x, y :: a; Eq\ b; f :: a \rightarrow b. x == y \implies f\ x == f\ y$$

- Законы могут говорить и о связи между классами. Например, если тип одновременно Ord и Bounded, то естественно требовать

$$\forall x :: a. x \leq \text{maxBound}$$
$$\forall x :: a. x \geq \text{minBound}$$

- Компилятор не может проверить законы.
- Поэтому ответственность за их соблюдение лежит на программисте.

Автоматический вывод экземпляров

- Почти все определения (\Rightarrow) устроены одинаково:

Автоматический вывод экземпляров

- Почти все определения ($==$) устроены одинаково:
 - Типы всех полей всех конструкторов должны быть Eq ;
 - Значения с одинаковым конструктором равны, если равны все их поля (или полей нет);
 - Значения с разными конструкторами не равны;
- Почти, но не все:

Автоматический вывод экземпляров

- Почти все определения ($==$) устроены одинаково:
 - Типы всех полей всех конструкторов должны быть Eq ;
 - Значения с одинаковым конструктором равны, если равны все их поля (или полей нет);
 - Значения с разными конструкторами не равны;
- Почти, но не все: для рациональных чисел не так.

Автоматический вывод экземпляров

- Почти все определения (`==`) устроены одинаково:
 - Типы всех полей всех конструкторов должны быть `Eq`;
 - Значения с одинаковым конструктором равны, если равны все их поля (или полей нет);
 - Значения с разными конструкторами не равны;
- Почти, но не все: для рациональных чисел не так.
- Чтобы не писать такие определения каждый раз, после `data` или `newtype` ставят `deriving` (`Eq`).
- `deriving` также работает для `Ord`, `Show`, `Read`, `Enum` и `Bounded`.
- Порядок на значениях для `Ord`, `Enum` и `Bounded` задаётся порядком конструкторов в определении.

Автоматический вывод экземпляров

- Почти все определения (`==`) устроены одинаково:
 - Типы всех полей всех конструкторов должны быть `Eq`;
 - Значения с одинаковым конструктором равны, если равны все их поля (или полей нет);
 - Значения с разными конструкторами не равны;
- Почти, но не все: для рациональных чисел не так.
- Чтобы не писать такие определения каждый раз, после `data` или `newtype` ставят `deriving (Eq)`.
- `deriving` также работает для `Ord`, `Show`, `Read`, `Enum` и `Bounded`.
- Порядок на значениях для `Ord`, `Enum` и `Bounded` задаётся порядком конструкторов в определении.
- Разные расширения GHC позволяют `deriving` для других классов.

Классы типов и newtype

- Для каждой пары класса и типа можно определить только один экземпляр.
- А что делать, если осмысленных экземпляров больше одного?
- Например, числа — моноиды по операциям $+$ и $*$.

Классы типов и newtype

- Для каждой пары класса и типа можно определить только один экземпляр.
- А что делать, если осмысленных экземпляров больше одного?
- Например, числа — моноиды по операциям $+$ и $*$.
- В таком случае мы можем завернуть существующий тип в newtype и определить для нового:

```
newtype Sum a = Sum { getSum :: a }  
    deriving (Eq, Ord, Read, Show, Bounded, Num)
```

```
instance Num a => Monoid (Sum a) where  
    mempty = Sum 0  
    mappend (Sum x) (Sum y) = Sum (x + y)
```

Классы типов и newtype

- Для каждой пары класса и типа можно определить только один экземпляр.
- А что делать, если осмысленных экземпляров больше одного?
- Например, числа — моноиды по операциям $+$ и $*$.
- В таком случае мы можем завернуть существующий тип в newtype и определить для нового:

```
newtype Sum a = Sum { getSum :: a }  
    deriving (Eq, Ord, Read, Show, Bounded, Num)
```

```
instance Num a => Monoid (Sum a) where  
    mempty = Sum 0  
    mappend (Sum x) (Sum y) = Sum (x + y)
```

```
newtype Product a = Product { getProduct :: a }  
    deriving (Eq, Ord, Read, Show, Bounded, Num)
```

```
instance Num a => Monoid (Product a) where ...
```

Классы типов и newtype

- Если заметили, Num не было в списке классов, для которых есть автоматический вывод экземпляров.
- Для newtype можно вывести любой класс с помощью расширения GeneralizedNewtypeDeriving.

Классы типов и newtype

- Если заметили, Num не было в списке классов, для которых есть автоматический вывод экземпляров.
- Для newtype можно вывести любой класс с помощью расширения GeneralizedNewtypeDeriving.
- Выведенное определение каждой функции вызывает ту же функцию завёрнутого типа с вставкой и разбором конструкторов где нужно:

```
instance Num a => Num (Sum a) where
    Sum x + Sum y = Sum (x + y)
    Sum x * Sum y = Sum (x * y)
    negate (Sum x) = Sum (negate x)
    ...
```

Классы типов и модули

- Класс (. .) в списке импорта/экспорта означает класс со всеми методами, как для типа.
- Поскольку экземпляры не имеют имён, они экспортируются из модуля всегда.
- И импортируются всегда, когда модуль упоминается в списке импорта.

Классы типов и модули

- Класс (. .) в списке импорта/экспорта означает класс со всеми методами, как для типа.
- Поскольку экземпляры не имеют имён, они экспортируются из модуля всегда.
- И импортируются всегда, когда модуль упоминается в списке импорта.
- Из-за этого существование экземпляров для пары класс-тип не в одном модуле — проблема.
- Поэтому экземпляры обычно определяются либо в том модуле, где определён тип, либо в том, где определён класс.
- Остальные называются сиротами и по возможности их создания следует избегать.
- Это делается с помощью того же трюка с newtype.

Ограничения классов типов в стандартном Haskell и расширения GHC

- В стандартном Haskell есть несколько ограничений на объявления классов типов и экземпляров.
- А в GHC расширений, которые их снимают.
- Все перечислять не будем, они есть в [User's Guide, раздел 10.8](#).
- Сейчас достаточно знать, что если что-то не компилируется из-за отсутствия
 - XFlexibleInstances, -XFlexibleContexts или
 - XInstanceSigs, их спокойно можно включить.
- -XUndecidableInstances, -XOverlappingInstances, -XIncoherentInstances опаснее, но в этом курсе в любом случае не понадобятся.