Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования «Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского»

Институт Информационных технологий, математики и механики

Отчёт по лабораторной работе

Интерполяция кубическими сплайнами

Выполнил:

студент гр. 381806-01

Зореев М.В.

Проверил:

Доцент каф. ДУМЧА, ИИТММ

Эгамов А.И.

Нижний Новгород

2020 г.Содержание

[Введение 3](#_Toc59014996)

[Постановка задачи 4](#_Toc59014997)

[Руководство пользователя 5](#_Toc59014998)

[Описание алгоритмов 8](#_Toc59014999)

[Метод Гаусса 8](#_Toc59015000)

[Метод Крамера 8](#_Toc59015001)

[Метод прогонки 8](#_Toc59015002)

[Метод Зейделя 9](#_Toc59015003)

[Метод верхней релаксации 9](#_Toc59015004)

[LU-разложение 10](#_Toc59015005)

[Заключение 11](#_Toc59015006)

[Литература 12](#_Toc59015007)

# **Введение**

Система линейных алгебраических уравнений – система, в которой каждое уравнение является линейным (первой степени). Решение систем линейных алгебраических уравнений – одна из классических задач линейной алгебры.

# **Постановка задачи**

Необходимо реализовать программу, находящую решение системы уравнений шестью различными методами: Гаусса, Крамера, Зейделя, простыми итерациями, верхней релаксации и последним по выбору (LU-разложение).

# **Руководство пользователя**

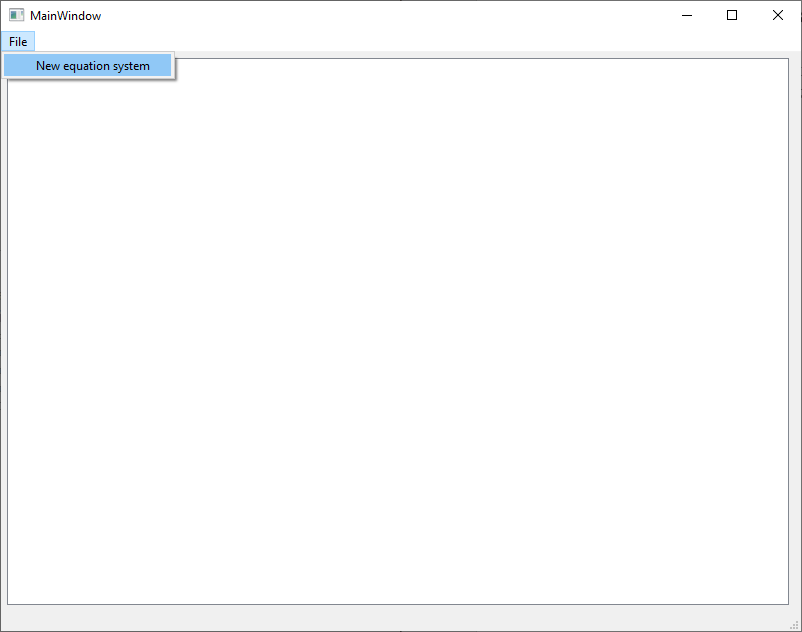
После запуска программы отобразится окно графического интерфейса, для того чтобы приступить к вводу системы необходимо в меню «File» выбрать пункт «New equation system».

Рисунок 1 Главное окно

В открывшемся диалоговом окне следует ввести число уравнений, после чего появится таблица, в которой следует задать значение коэффициентов системы линейных уравнений. После заполнения таблицы коэффициентов, следуют из раскрывающегося списка выбрать метод решения системы линейных уравнений, и нажать кнопку «Solve»

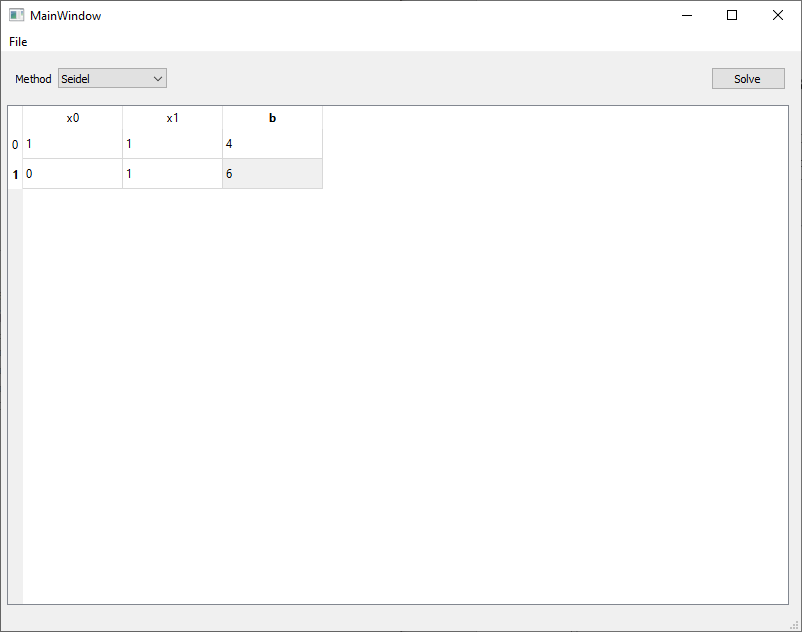


Рисунок 2 Ввод системы

Приближённые методы требуют дополнительно задать дополнительные параметры, во всплывающем диалоговом окне.

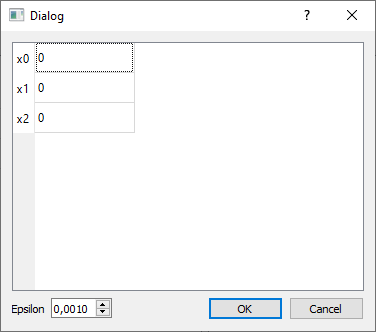


Рисунок 3 Диалог ввода параметров

Если введено корректная система, то в появившемся справа поле будет выведен результат, и время затраченное на его вычисление.

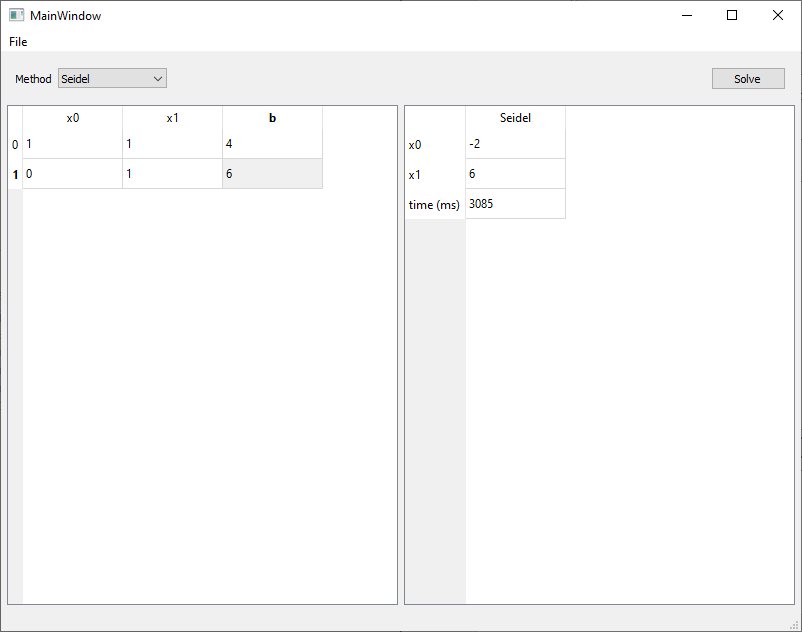


Рисунок 4 Результат работы

# **Описание алгоритмов**

Пусть исходная система задана следующим образом:

Она может быть представлена в матричном виде:

где

## Метод Гаусса

Метод основывается на приведении матрицы к треугольному виду посредством элементарных преобразований строк.

Из такой системы решение может быть найдено по следующей схеме:

## Метод Крамера

Пусть – это матрица в которой столбец заменён на . Тогда если определитель матрицы отличен от нуля, то решение системы линейных уравнений может быть найдено следующим способом:

## Метод прогонки

Этот метод применяется для решения систем линейных уравнений с матрицей специального вида – трёх или пяти диагональной.

Если при этом выполняются условия

То говорят, что матрица имеет диагональное преобладание. Подставляя в первое уравнение, получим где

Найденное подставим в следующее уравнение и получим уравнение, cввязывающее и и т.д. Затем по формуле

В обратном порядке определяем все

## Метод Зейделя

Пусть в системе из уравнений все диагональные элементы матрицы . Тогда поделив её строки на приведём её к виду:

Итерации в методе Зейделя проводятся:

## Метод верхней релаксации

Обозначим через – диагональную матрицу такую, что её главная диагональ совпадает с главной диагональю матрицы . Через обозначим нижнюю треугольную матрицу, а через R – верхнюю, такие, что их ненулевые элементы также совпадают с элементами , при этом главная диагональ также является нулевой. В таком случае справедливо:

Метод верхней релаксации записывается в виде:

Здесь – приближение, полученное на итерации, а – параметр метода. Необходимым условием сходимости метода является выполнение условия приближения к точному решению является выполнение условия . Причем если , то говорят о методе нижней релаксации, а при о методе верхней релаксации, если же то метод релаксации будет совпадать с методом Зейделя.

## LU-разложение

LU-разложение – представление матрицы в виде произведения двух матриц , где -нижняя треугольная матрица, а – верхняя треугольная матрица. Этот метод является одной из разновидностей метода Гаусса.

Если известно -разложение , то исходная система может быть записана:

Эта система решатся в два шага, на первом, методом прямой подстановки, решается система , а на втором, методом обратной подстановки,

# Заключение

В ходе выполнения лабораторной работы были изучены методы решения систему линейных уравнений. Разработана программа, позволяющая вычислять решение системы линейных уравнений, различными методами, а также замерять их эффективность.

# Литература

1. Г.С. Шевцов, О.Г. Крюкова, Б.И. Мызникова Численные методы линейной алгебры: Лань, 2011 – 496с.
2. Кубический сплайн // Материал из Википедии — свободной энциклопедии – Режим доступа: [https://ru.wikipedia.org/wiki/Кубический\_сплайн](https://vk.com/away.php?to=https%3A%2F%2Fru.wikipedia.org%2Fwiki%2F%CA%F3%E1%E8%F7%E5%F1%EA%E8%E9_%F1%EF%EB%E0%E9%ED&cc_key=)
3. 5. Qt 5 Reference Pages // Документация к фреймворку Qt. – Режим доступа: [https://doc.qt.io/qt-5/reference-overview.html](https://vk.com/away.php?to=https%3A%2F%2Fdoc.qt.io%2Fqt-5%2Freference-overview.html&cc_key=)