

Комбинаторная оптимизация

Задача коммивояжёра

6 июня 2019 г.

1 Формулировка

N городов расположены на плоскости в координатах $v_i = (x_i, y_i)$. Расстояние между городами задаётся в евклидовой метрике:

$$Dist(v_i, v_j) = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2}$$

Последовательность городов $P = (v_{p_1}, \dots, v_{p_k})$ называется *маршрутом*. Длина маршрута D определяется как сумма попарных расстояний между последовательными вершинами маршрута.

Маршрут, проходящий через каждую вершину ровно один раз называется *гамильтоновым циклом* (у каждого города при этом посещены ровно 2 инцидентных ему ребра).

Не смотря на то, что задача поиска гамильтонового цикла с минимальной длиной является сложной, ваша задача заключается в поиске гамильтонового цикла с длиной как можно ближе к минимальной.

2 Входные данные

Первая строка входных данных содержит число N (не превосходит 20000) - количество городов. В следующих N строках содержатся пары дробных чисел (x_i, y_i) задающие координаты городов.

3 Формат вывода

Первая строка выходных данных должна содержать число D - длина вашего гамильтонового цикла. Во второй строке должны быть перечислены номера вершин в 1-индексации в порядке их появления в гамильтоновом цикле.

4 Ограничения

- Ограничение по времени: 10с

- Ограничение по памяти: 512MB

В качестве языка программирования разрешается использовать любой язык, поддерживаемый системой Яндекс.Контест. Использование сторонних библиотек для оптимизации запрещено - код оптимизационного движка должен быть написан вами.

5 Оценивание

Оценка будет складываться из двух частей – оценка за отчет и оценка за качество решения.

Оценка за отчет составляет не более одного балла. Полный балл будет выставляться за достаточно подробный отчет, описывающий опробованные идеи и полученное вами в итоге решение.

Оценка за оптимальность вашего решения будет оцениваться из максимума в 5 баллов. Качество решения будет измеряться на основе суммы разностей вашего решения и оптимального решения. Полный балл можно получить за оптимальное решение, прямое применение 2-ОПТ будет набирать не больше 2 баллов.

6 Полезные советы

- Реализуйте и опробуйте рассказанные на семинарах эвристики локального поиска.
- Попробуйте различные метаэвристики, в первую очередь метод отжига.
- Так как задача решается на плоскости, часто имеет смысл применить методы кластеризации, а затем решать задачу иерархически, найдя решение в каждом кластере отдельно и объединив их в глобальное решение. Это позволит уменьшить размер задачи, которую вам надо решать. Тем не менее будьте осторожны, разбиение на кластера может (и будет) сильно влиять на длину маршрута.
- Задача TSP является подробно изученной, например есть ресурс <https://www2.seas.gwu.edu/~simhaweb/champalg/tsp/tsp.html>, описывающий массу полезных идей и подходов к решению задачи.
- Обратите внимание, что тесты имеют существенно разные размеры и вы можете написать решение, которое ведет себя по-разному в зависимости от размера теста. Каждый тест будет оцениваться отдельно.