

Домашнее задание по мат. структурам №1.

Михайлов Никита Маратович, ПМИ-167.

Задание 1.

Решение. Заметим, что 1) $1001 = 1023 - 16 - 4 - 2$; 2) $2017 = 2047 - 16 - 8 - 4 - 2$; 3) $1023 = 111111111_2$; 4) $2047 = 1111111111_2$. Обнулیم соответствующие разряды и получим:

1. $1001 = 1111101001_2$

2. $2017 = 11111100001_2$

Задание 2.

Решение.

+	0	1	2	3	4	5
0	0	1	2	3	4	5
1	1	2	3	4	5	10
2	2	3	4	5	10	11
3	3	4	5	10	11	12
4	4	5	10	11	12	13
5	5	10	11	12	13	14

×	0	1	2	3	4	5
0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5
2	0	2	4	10	12	14
3	0	3	10	13	20	23
4	0	4	12	20	24	32
5	0	5	14	23	32	41

Задание 3.

Решение. Ассоциативность проверяется матрицей сложения, а именно она должна быть симметрична.

Переберем все тройки чисел и проверим дистрибутивность:

$$\begin{array}{l|l|l} 0 * (0 + 0) = 0 = 0 * 0 + 0 * 0 & 0 * (0 + 1) = 0 = 0 * 0 + 0 * 1 & 0 * (0 + 2) = 0 = 0 * 0 + 0 * 2 \\ 0 * (1 + 0) = 0 = 0 * 1 + 0 * 0 & 0 * (1 + 1) = 0 = 0 * 1 + 0 * 1 & 0 * (1 + 2) = 0 = 0 * 1 + 0 * 2 \\ 0 * (2 + 0) = 0 = 0 * 2 + 0 * 0 & 0 * (2 + 1) = 0 = 0 * 2 + 0 * 1 & 0 * (2 + 2) = 0 = 0 * 2 + 0 * 2 \\ 1 * (0 + 0) = 0 = 1 * 0 + 1 * 0 & 1 * (0 + 1) = 1 = 1 * 0 + 1 * 1 & 1 * (0 + 2) = 2 = 1 * 0 + 1 * 2 \\ 1 * (1 + 0) = 1 = 1 * 1 + 1 * 0 & 1 * (1 + 1) = 2 = 1 * 1 + 1 * 1 & 1 * (1 + 2) = 0 = 1 * 1 + 1 * 2 \\ 1 * (2 + 0) = 2 = 1 * 2 + 1 * 0 & 1 * (2 + 1) = 0 = 1 * 2 + 1 * 1 & 1 * (2 + 2) = 1 = 1 * 2 + 1 * 2 \\ 2 * (0 + 0) = 0 = 2 * 0 + 2 * 0 & 2 * (0 + 1) = 2 = 2 * 0 + 2 * 1 & 2 * (0 + 2) = 1 = 2 * 0 + 2 * 2 \\ 2 * (1 + 0) = 2 = 2 * 1 + 2 * 0 & 2 * (1 + 1) = 1 = 2 * 1 + 2 * 1 & 2 * (1 + 2) = 0 = 2 * 1 + 2 * 2 \\ 2 * (2 + 0) = 1 = 2 * 2 + 2 * 0 & 2 * (2 + 1) = 0 = 2 * 2 + 2 * 1 & 2 * (2 + 2) = 2 = 2 * 2 + 2 * 2 \end{array}$$

Проверим вычитание:

$$\begin{array}{lll} 0 - 0 = 0 & 0 - 1 = 2 & 0 - 2 = 1 \\ 1 - 0 = 1 & 1 - 1 = 0 & 1 - 2 = 2 \\ 2 - 0 = 2 & 2 - 1 = 1 & 2 - 2 = 0 \end{array}$$

Деление – умножение на обратный элемент поля:

$$1^{-1} = 1 \quad 2^{-1} = 2$$

Задание 4.

Решение. Составим $3^n \equiv x \pmod{11}$. Далее буду опускать, что вычисления делаются по модулю 11. Разделим n на 10 с остатком и получим: $3^{10k+r} \equiv x \Leftrightarrow (3^k)^{10} \cdot 3^r \equiv x$. По малой теореме Ферма имеем $(3^k)^{10} \equiv 1$. Подставляя получим $3^r \equiv x$. Рассмотрим случаи:

1. $r = 0 \Rightarrow x = 1$
2. $r = 1 \Rightarrow x = 3$
3. $r = 2 \Rightarrow x = 9$
4. $r = 3 \Rightarrow x = 5$
5. $r = 4 \Rightarrow x = 4$
6. $r = 5 \Rightarrow x = 1$
7. $r = 6 \Rightarrow x = 3$
8. $r = 7 \Rightarrow x = 9$
9. $r = 8 \Rightarrow x = 5$
10. $r = 9 \Rightarrow x = 4$

Задание 5.

Решение. Пусть лектор пользовался системой счисления p , тогда переведем все числа в десятичную систему и составим уравнение:

$$24_p + 32_p = 100_p \Leftrightarrow 2 \cdot p^1 + 4 \cdot p^0 + 3 \cdot p^1 + 2 \cdot p^0 = 1 \cdot p^2 \Leftrightarrow 5p + 6 = p^2 \Rightarrow \begin{cases} p = -1 \\ p = 6 \end{cases}$$

Так как p как минимум 5, то $p = 6$.