Домашнее задание по мат. структурам №1.

Михайлов Никита Маратович, ПМИ-161.

Задание 1.

Решение. Заметим, что 1) $1001 = 1023 - 16 - 4 - 2$; 2) $2017 = 2047 - 16 - 8 - 4 - 2$; 3) $1023 = 1111111111_2$; 4) $2047 = 11111111111_2$. Обнулим соответствующие разряды и получим:

1. $1001 = 1111101001_2$
2. $2017 = 11111100001_2$

Задание 2.

Решение.

$+$	0	1	2	3	4	5
0	0	1	2	3	4	5
1	1	2	3	4	5	10
2	2	3	4	5	10	11
3	3	4	5	10	11	12
4	4	5	10	11	12	13
5	5	10	11	12	13	14

$\times$	0	1	2	3	4	5
0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5
2	0	2	4	10	12	14
3	0	3	10	13	20	23
4	0	4	12	20	24	32
5	0	5	14	23	32	41

Задание 3.

Решение. Ассоциативность проверяется матрицей сложения, а именно она должна быть симметрична.
Переберем все тройки чисел и проверим дистрибутивность:

$$
\begin{array}{c|c|c}
0*(0+0)=0=0*0+0*0 & 0*(0+1)=0=0*0+0*1 & 0*(0+2)=0=0*0+0*2 \\
0*(1+0)=0=0*1+0*0 & 0*(1+1)=0=0*1+0*1 & 0*(1+2)=0=0*1+0*2 \\
0*(2+0)=0=0*2+0*0 & 0*(2+1)=0=0*2+0*1 & 0*(2+2)=0=0*2+0*2 \\
1*(0+0)=0=1*0+1*0 & 1*(0+1)=1=1*0+1*1 & 1*(0+2)=2=1*0+1*2 \\
1*(1+0)=1=1*1+1*0 & 1*(1+1)=2=1*1+1*1 & 1*(1+2)=0=1*1+1*2 \\
1*(2+0)=2=1*2+1*0 & 1*(2+1)=0=1*2+1*1 & 1*(2+2)=1=1*2+1*2 \\
2*(0+0)=0=2*0+2*0 & 2*(0+1)=2=2*0+2*1 & 2*(0+2)=1=2*0+2*2 \\
2*(1+0)=2=2*1+2*0 & 2*(1+1)=1=2*1+2*1 & 2*(1+2)=0=2*1+2*2 \\
2*(2+0)=1=2*2+2*0 & 2*(2+1)=0=2*2+2*1 & 2*(2+2)=2=2*2+2*2
\end{array}
$$

Проверим вычитание:

$$
\begin{array}{ccc}
0-0=0 & 0-1=2 & 0-2=1 \\
1-0=1 & 1-1=0 & 1-2=2 \\
2-0=2 & 2-1=1 & 2-2=0
\end{array}
$$

Деление – умножение на обратный элемент поля:

$$1^{-1}=1 \quad 2^{-1}=2$$

Задание 4.

Решение. Составим $3^n \equiv x \ (mod\ 11)$. Далее буду опускать, что вычисления делаются по модулю 11. Разделим n на 10 с остатком и получим: $3^{10k+r} \equiv x \Leftrightarrow (3^k)^{10} \cdot 3^r \equiv x$. По малой теореме Ферма имеем $(3^k)^{10} \equiv 1$. Подставляя получим $3^r \equiv x$. Рассмотрим случаи:

1. $r = 0 \Rightarrow x = 1$
2. $r = 1 \Rightarrow x = 3$
3. $r = 2 \Rightarrow x = 9$
4. $r = 3 \Rightarrow x = 5$
5. $r = 4 \Rightarrow x = 4$
6. $r = 5 \Rightarrow x = 1$
7. $r = 6 \Rightarrow x = 3$
8. $r = 7 \Rightarrow x = 9$
9. $r = 8 \Rightarrow x = 5$
10. $r = 9 \Rightarrow x = 4$

Задание 5.

Решение. Пусть лектор пользовался системой счисления p, тогда переведем все числа в десятичную систему и составим уравнение:

$$24_p + 32_p = 100_p \Leftrightarrow 2 \cdot p^1 + 4 \cdot p^0 + 3 \cdot p^1 + 2 \cdot p^0 = 1 \cdot p^2 \Leftrightarrow 5p + 6 = p^2 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} p = -1 \\ p = 6 \end{array} \right.$$

Так как p как минимум 5, то $p = 6$.