69 GeekBrains

Курс "Введение в математический анализ"

Практическое задание к уроку 4

Инструкции к сдаче:

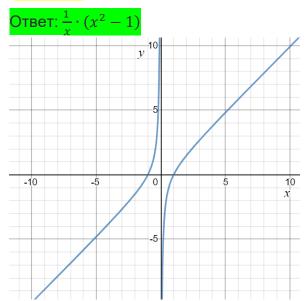
Присылайте фото листочков с вашими решениями в текстовом файле .doc или .txt или в формате .pdf

Прикладывайте ссылку на ваш репозиторий с кодом. Для написания кода используйте привычную среду программирования, желательно, Jupiter Notebook

Тема 4 "Предел функции"

1. Предложить пример функции, не имеющей предела в нуле и в бесконечностях.

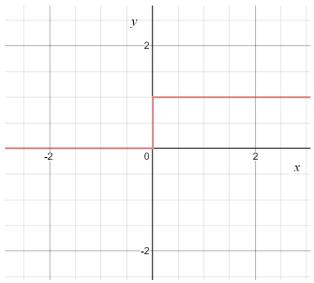




2. Привести пример функции, не имеющей предела в точке, но определенной в ней.

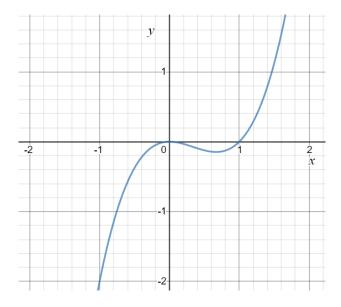
Решение

Ответ:
$$\begin{cases} y=0 \text{ при } x \leq 0 \\ y=1 \text{ при } x \geq 0 \end{cases}$$



- 3. Исследовать функцию $f(x) = x^3 x^2$ по плану:
 - а. Область задания и область значений.

Построим график функции:



$00: f(x) \in \mathbb{R}$

O3:
$$f(x) = x^3 - x^2 \in \mathbb{R}$$

b. Нули функции и их кратность.

$$f(x) = x^3 - x^2$$

$$x^3 - x^2 = 0$$

$$x(x^2 - x) = 0$$

$$x_1 = 0$$
, $x^2 - x = 0$

$$x_1=0, \qquad x(x-1)=0$$

$$x_1 = 0, \qquad x_2 = 0, \qquad x_3 = 1$$

$x_3 = 1 -$ корень кратен 2

с. Отрезки знакопостоянства.

 $f(x) \le 0, x \le 1$

f(x) > 0, x > 1

d. Интервалы монотонности.

$$f'(x) = 3x^2 - 2x$$

$$3x^2 - 2x = 0$$

$$x(3x-2)=0$$

$$x_1 = 0, \qquad x_2 = \frac{2}{3}$$

f(x) возрастает при $x \in (-\infty, 0)$

$$f(x)$$
 убывает при $x \in \left(0, \frac{2}{3}\right)$

f(x) возрастает при $x \in \left(\frac{2}{3}, +\infty\right)$

е. Четность функции.

$$f(x) \neq f(-x)$$

$$f(-x) \neq -f(x)$$

 $f(x) = x^3 - x^2$ — функция общего вида

f. Ограниченность.

 $f(x) = x^3 - x^2$ $f(x) \in \mathbb{R}$ — функция не ограничена

g. Периодичность.

$$f(x+T) \neq f(x)$$

$$f(x) = x^3 - x^2$$
 — функция не периодична

4. Найти предел:

a.
$$\lim_{x \to 0} \frac{3x^3 - 2x^2}{4x^2} = \frac{0}{0} = \frac{x^2(3x - 2)}{4x^2} = \frac{(3x - 2)}{4} = \frac{1}{2}$$

b. *
$$\lim_{x \to 0} \frac{\sqrt{1+x}-1}{\sqrt[3]{1+x}-1} = \binom{0}{0} = \frac{x \left(\frac{(x+1)^{\frac{1}{2}}}{x} - \frac{1}{x}\right)}{x \left(\frac{(x+1)^{\frac{1}{3}}}{x} - \frac{1}{x}\right)} = \frac{\frac{(x+1)^{\frac{1}{2}}}{x} - \frac{1}{x}}{\frac{1}{x}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{3}} = \frac{3}{2}$$

c.
$$\star \lim_{x \to \infty} \left(\frac{x+3}{x}\right)^{4x+1}$$

Тема 5 "Теоремы о пределах"

1. Найти предел:

a.
$$\lim_{x \to 0} \frac{\sin(2x)}{4x} = \left(\frac{0}{0}\right) = \frac{\sin x \cdot 2}{x \cdot 4} = \frac{x}{x} \cdot \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$
 — первый замечательный предел

b.
$$\lim_{x \to 0} \frac{x}{\sin(x)} = \left(\frac{0}{0}\right) = \frac{x}{x} = 1$$
 — первый замечательный предел

c.
$$\lim_{x\to 0} \frac{x}{\arcsin(x)} = \left(\frac{0}{0}\right) = \frac{x}{x} = 1$$
 — следствие первого замечательного предела

$$\lim_{\mathsf{d}} \frac{1}{x \to \infty} \left(\frac{4x+3}{4x-3} \right)^{6x}$$

$$\lim_{\mathrm{e.}} \star_{x o \infty} rac{\sin x + \ln x}{x}$$

$$* \lim_{x \to 0} \frac{\sin(x) + \ln(x)}{x}$$