

## Практические задания к уроку 4

### Инструкции к сдаче:

Присылайте фото листочков с вашими решениями или просто ответы в текстовом файле .doc или .txt (1-3 задание).

Прикладывайте ссылку на ваш репозиторий с кодом (4 задание). Для написания кода используйте привычную среду программирования, желательно, Jupiter Notebook

## Тема “Аналитическая геометрия” и “Графики на плоскости”

### 1. Задание (на листочке)

Решите уравнение

$$\sin(x)/x=0$$

#### Решение

Из  $\frac{\sin x}{x} = 0$  очевидно, что  $x \neq 0$  и  $\sin x = 0$ . Синус обращается в 0 при  $180^\circ$ , следовательно  $x = 180^\circ = \pi = 3,14159$

### 2. Задание (на листочке)

Даны три прямые  $y = k_1x + b_1$ ,  $y = k_2x + b_2$  и  $y = k_3x + b_3$ . Как узнать, пересекаются они в одной точке или нет?

#### Решение

Судя по записи условия  $y$  и  $x$  равны для всех трех прямых, следовательно все три прямые пересекаются в точке  $(x, y)$ .

Так как очевидно  $k_1 \neq k_2 \neq k_3$ , следовательно прямые не параллельны и при любых условиях как минимум две из трех прямых имеют общую точку пересечения.

Примем точку пересечения  $y = k_1x + b_1$  и  $y = k_2x + b_2$  за центр пучка и приведем уравнения прямых к общему виду:  $k_1x - y + b_1 = 0$  и  $k_2x - y + b_2 = 0$ , тогда для уравнения пучка справедлива запись:  $\alpha \cdot (k_1x - y + b_1) + \beta \cdot (k_2x - y + b_2) = 0$ .

Для ответа на вопрос задачи необходимо определить принадлежность прямой  $y = k_3x + b_3$  пучку  $\alpha \cdot (k_1x - y + b_1) + \beta \cdot (k_2x - y + b_2) = 0$ .

Если прямая  $k_3x - y + b_3 = 0$  принадлежит пучку, тогда подставив координаты центра пучка в уравнение прямой мы должны получить верное равенство.

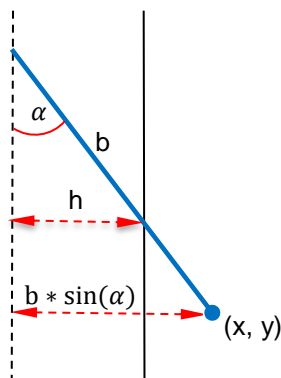
### 3. Задание (в программе или на листочке)

На листе тетради «в линейку» (расстояние между линиями равно  $a$ ) лежит игла (длиной  $b$ ). Координаты нижней точки иглы  $(x, y)$ , игла лежит под углом  $\alpha$ . Пересекает ли игла линию или нет?

## Решение

### Задача Бюффона.

Будем рассматривать иголку и ближайшую от нее линию справа. Расстояние от нее линии справа. Расстояние от левого конца иглы обозначим  $h$ , угол отклонения от линии —  $\alpha$ :



Длина противоположного катета от угла  $\alpha$  будет равна синусу угла  $\alpha$ , умноженного на длину гипотенузы ( $b$ ). Если  $h$  меньше либо равна катету напротив угла  $\alpha$ , то игла пересекает линию.

### 4. Задание\*\* (задание делать по желанию)

Решите аналитически и потом численно (в программе) уравнение, зависящее от параметра  $a$ :

$$\sin(ax) = 0$$

при условии:  $0.01 < a < 0.02$ ,  $100 < x < 500$ .

Т.е. надо найти решение  $x$  как функцию параметра  $a$  - построить график  $x = x(a)$ .

Если численным методом не получается найти все ветви решения  $x(a)$ , то отыщите хотя бы одну.

## Решение

$$\sin \alpha * x = 0 \Rightarrow \alpha x = \pi n \Rightarrow x = \frac{\pi n}{\alpha}$$

$$100 < x < 500: n \leq 0 \Rightarrow x < 100; n = 1 \Rightarrow x = \frac{\pi * 1}{\alpha} = \frac{\pi}{\alpha}$$

$$0,01 < \alpha < 0,02: \frac{\pi}{0,02} < x < \frac{\pi}{0,01} \Rightarrow 50\pi < \alpha < 100\pi$$

код

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
%matplotlib inline
a = np.arange(0.01, 0.02)
x = np.arange(100, 500)
```

```
def plotgraf(x=x, a=a):
    y = np.sin(x*a)
    plt.plot(x, y, color='r', label='sin(x*a)')
    plt.xlabel('x')
    plt.ylabel('y')
    plt.axhline(y=0, color='k')
    plt.grid()
    return plt.show
```

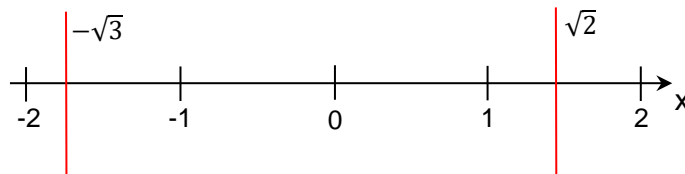
```
print(plotgraf())
```

```
for n in range(1,3):
    print(n)
    for a in np.arange(0.01,0.02, 0.002):
        x = np.pi/a * n
        if(x>100 and x<500):
            print('a=',a,'; x=',x)
```

**17.6.4.** Найти угол  $\alpha$  между прямыми  $x = \sqrt{2}$  и  $x = -\sqrt{3}$ .

**Решение**

Прямые параллельны, т. к. указана только координата  $x$



Выяснить тип кривых второго порядка, порожденных следующими уравнениями.

**17.6.5.**  $y^2 - 2x - 2y - 5 = 0$ .

**17.6.6.**  $3x^2 + 5y^2 + 12x - 30y + 42 = 0$ .

**17.6.7.**  $2x^2 - y^2 + 6y - 7 = 0$ .

**17.6.8.**  $2x^2 - 3y^2 - 28x - 42y - 55 = 0$ .

**Решение:**

**17.6.5**

Выделим полные квадраты:

$$y^2 - 2x - 2y - 5 = 0 \Rightarrow y^2 - 2y + 1 - 2(x + 3) = 0 \Rightarrow (y - 1)^2 - 2(x + 3) = 0$$

$$(y - 1)^2 = 2(x + 3) - \text{уравнение параболы}$$

#### 17.6.6

Выделим полные квадраты:

$$3x^2 + 5y^2 + 12x - 30y + 42 = 0 \Rightarrow 3x^2 + 12x + 12 + 5y^2 - 30y + 45 - 15 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3(x + 2)^2 + 5(y - 3)^2 = 15$$

$$\frac{(x + 2)^2}{5} + \frac{(y - 3)^2}{3} = 1 - \text{уравнение эллипса}$$

#### 17.6.7

Выделим полные квадраты:

$$2x^2 - y^2 + 6y - 7 = 0 \Rightarrow 2x^2 - (y^2 - 6y + 9) + 2 = 0 \Rightarrow 2x^2 - (y - 3)^2 = -2$$

$$\Rightarrow 3(x + 2)^2 + 5(y - 3)^2 = 15$$

$$\frac{(y - 3)^2}{2} - \frac{x^2}{1} = 1 - \text{уравнение гиперболы}$$

#### 17.6.8

Выделим полные квадраты:

$$2x^2 - 3y^2 - 28x - 42y - 55 = 0 \Rightarrow 2x^2 - 28x + 98 - 3y^2 - 42y - 147 - 6 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2(x - 7)^2 - 3(y + 7)^2 - 6 = 0$$

$$\frac{(x - 7)^2}{3} - \frac{(y + 7)^2}{2} = 1 - \text{уравнение гиперболы}$$