

## Курс “Введение в математический анализ”

### Практическое задание к уроку 4

#### Инструкции к сдаче:

Присылайте фото листочков с вашими решениями в текстовом файле .doc или .txt или в формате .pdf

Прикладывайте ссылку на ваш репозиторий с кодом. Для написания кода используйте привычную среду программирования, желательно, Jupiter Notebook

## Тема 4 “Предел функции”

4. Найти предел:

$$a. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^3 - 2x^2}{4x^2} = \left(\frac{0}{0}\right) = \frac{x^2(3x-2)}{4x^2} = \frac{(3x-2)}{4} = -\frac{1}{2}$$

$$b. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x}-1}{\sqrt[3]{1+x}-1} = \left(\frac{0}{0}\right) = \frac{x \left( \frac{(x+1)^{\frac{1}{2}} - 1}{x} \right)}{x \left( \frac{(x+1)^{\frac{1}{3}} - 1}{x} \right)} = \frac{\frac{(x+1)^{\frac{1}{2}} - 1}{x}}{\frac{(x+1)^{\frac{1}{3}} - 1}{x}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{3}} = \frac{3}{2}$$

$$c. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+3}{x}\right)^{4x+1} = (1^\infty) = \left(\frac{x}{x} + \frac{3}{x}\right)^{4x+1} = \left(1 + \frac{3}{x}\right)^{4x+1} = e^{3 \cdot 4} = e^{12}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{a}{x}\right)^{bx} = e^{ab} \text{ — свойство второго замечательного предела}$$

## Тема 5 “Теоремы о пределах”

1. Найти предел:

$$a. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(2x)}{4x} = \left(\frac{0}{0}\right) = \frac{\sin x \cdot 2}{x \cdot 4} = \frac{x}{x} \cdot \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \text{ — первый замечательный предел}$$

$$b. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin(x)} = \left(\frac{0}{0}\right) = \frac{x}{x} = 1 \text{ — первый замечательный предел}$$

c.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\arcsin(x)} = \left(\frac{0}{0}\right) = \frac{x}{x} = 1$  — следствие первого замечательного предела

d.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x+3}{4x-3}\right)^{6x} = (1^\infty) = \left(\frac{4x+3}{4x-3}\right)^{6x} = \left(1 + \frac{6}{4x-3}\right)^{\frac{4 \cdot (6 \cdot x)}{4}} = \left(1 + \frac{6}{4x-3}\right)^{\frac{6}{4} \cdot (4 \cdot x - 3)} = e^{6 \cdot \frac{6}{4}} = e^9$

$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{a}{x}\right)^{bx} = e^{ab}$  — свойство второго замечательного предела

e.\*  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x + \ln x}{x} = \frac{\sin(x)}{x} + \frac{\ln(x)}{x} = 0 + 0 = 0$

f.\*  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x) + \ln(x)}{x} = 1 + \ln x = -\infty$

## Тема 6 “Понятие о производной”

1. Найти производную выражения:

a.  $\sin x \cdot \cos x = (\sin x \cdot \cos x)' = (\sin x)' \cdot \cos x + \sin x \cdot (\cos x)' =$   
 $= \cos x \cdot \cos x + \sin x \cdot (-\sin x) = \cos^2 x - \sin^2 x$

b.  $\ln(2x + 1)^3 = (\ln((2x + 1)^3))' = (\ln((2x + 1)^3))' \cdot ((2x + 1)^3)' =$   
 $= \frac{1}{(2x + 1)^3} \cdot 3 \cdot (2x + 1)^2 \cdot 2 = \frac{6}{2x + 1}$

c.  $\sqrt{\sin^2(\ln(x^3))}$

d.  $\frac{x^4}{\ln(x)} = \left(\frac{x^4}{\ln(x)}\right)' = \frac{(x^4)' \cdot \ln(x) - x^4 \cdot (\ln(x))'}{(\ln(x))^2} = \frac{4x^3 \cdot \ln(x) - x^4 \cdot \frac{1}{x}}{(\ln(x))^2} = \frac{4x^3 \cdot \ln(x) - x^3}{(\ln(x))^2} =$   
 $= \frac{4x^3 \cdot \ln(x) - x^3}{(\ln(x))^2}$