GeekBrains

Курс “Введение в математический анализ”

Практическое задание к уроку 4

Инструкции к сдаче:

Присылайте фото листочков с вашими решениями в текстовом файле .doc или .txt или в формате .pdf

Прикладывайте ссылку на ваш репозиторий с кодом. Для написания кода используйте привычную среду программирования, желательно, Jupiter Notebook

Тема 4 “Предел функции”

4. Найти предел:

a. $\lim\limits_{x \to 0} \frac{3x^3 - 2x^2}{4x^2} = \left(\frac{0}{0}\right) = \frac{x^2(3x-2)}{4x^2} = \frac{(3x-2)}{4} = -\frac{1}{2}$

b.* $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\sqrt{1+x}-1}{\sqrt[3]{1+x}-1} = \left(\frac{0}{0}\right) = \frac{x\left(\frac{(x+1)^{\frac{1}{2}}}{x} - \frac{1}{x}\right)}{x\left(\frac{(x+1)^{\frac{1}{3}}}{x} - \frac{1}{x}\right)} = \frac{\frac{(x+1)^{\frac{1}{2}}}{x} - \frac{1}{x}}{\frac{(x+1)^{\frac{1}{3}}}{x} - \frac{1}{x}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{3}} = \frac{3}{2}$

c.* $\lim\limits_{x \to \infty} \left(\frac{x+3}{x}\right)^{4x+1} = (1^{\infty}) = \left(\frac{x}{x} + \frac{3}{x}\right)^{4 \cdot x+1} = \left(1 + \frac{3}{x}\right)^{4 \cdot x+1} = e^{3 \cdot 4} = e^{12}$

$\lim\limits_{x \to \infty} \left(1 + \frac{a}{x}\right)^{bx} = e^{ab}$ – свойство второго замечательного предела

Тема 5 “Теоремы о пределах”

1. Найти предел:

a. $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\sin(2x)}{4x} = \left(\frac{0}{0}\right) = \frac{\sin x \cdot 2}{x \cdot 4} = \frac{x}{x} \cdot \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ – первый замечательный предел

b. $\lim\limits_{x \to 0} \frac{x}{\sin(x)} = \left(\frac{0}{0}\right) = \frac{x}{x} = 1$ – первый замечательный предел

c. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{x}{\arcsin(x)} = \left(\frac{0}{0}\right) = \frac{x}{x} = 1$ — следствие первого замечательного предела

d. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{4x+3}{4x-3}\right)^{6x} = (1^{\infty}) = \left(\frac{4\cdot x+3}{4\cdot x-3}\right)^{6\cdot x} = \left(1+\frac{6}{4\cdot x-3}\right)^{\frac{4\cdot(6\cdot x)}{4}} = \left(1+\frac{6}{4\cdot x-3}\right)^{\frac{6}{4}\cdot(4\cdot x-3)} = e^{6\cdot\frac{6}{4}} = e^{9}$

$\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\frac{a}{x}\right)^{bx} = e^{ab}$ — свойство второго замечательного предела

e.* $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{\sin x+\ln x}{x} = \frac{\sin(x)}{x} + \frac{\ln(x)}{x} = 0 + 0 = 0$

f.* $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin(x)+\ln(x)}{x} = \frac{0}{0} + \ln x = -\infty$

Тема 6 “Понятие о производной”

1. Найти производную выражения:

a. $\sin x\cdot\cos x = (\sin x\cdot\cos x)' = (\sin x)'\cdot\cos x + \sin x\cdot(\cos x)' =$

$= \cos x\cdot\cos x + \sin x\cdot(-\sin x) = \cos x^2 - \sin x^2$

b. $\ln(2x+1)^3 = (\ln((2x+1)^3))' = (\ln((2x+1)^3))'\cdot((2x+1)^3)' =$

$$= \frac{1}{(2x+1)^{\cancel{3}}}\cdot 3\cdot\cancel{(2x+1)^2}\cdot 2 = \frac{6}{2x+1}$$

c. $\sqrt{\sin^2(\ln(x^3))}$

d. $\frac{x^4}{\ln(x)} = \left(\frac{x^4}{\ln(x)}\right)' = \frac{(x^4)'\cdot\ln(x) - x^4\cdot(\ln(x))'}{(\ln(x))^2} = \frac{4x^3\cdot\ln(x) - x^4\cdot\frac{1}{x}}{(\ln(x))^2} = \frac{4x^3\cdot\ln(x) - \frac{x^4}{x}}{(\ln(x))^2} =$

$$= \frac{4x^3\cdot\ln(x) - x^3}{(\ln(x))^2}$$