

Условие

Есть поле $n \times n$, некоторые клетки которого удалены. Положить на поле максимальное число доминошек 2×1 .

Решение

Раскрасим поле в шахматном порядке. Представим клетки в виде вершин графа, где ребра идут только между соседними клетками.

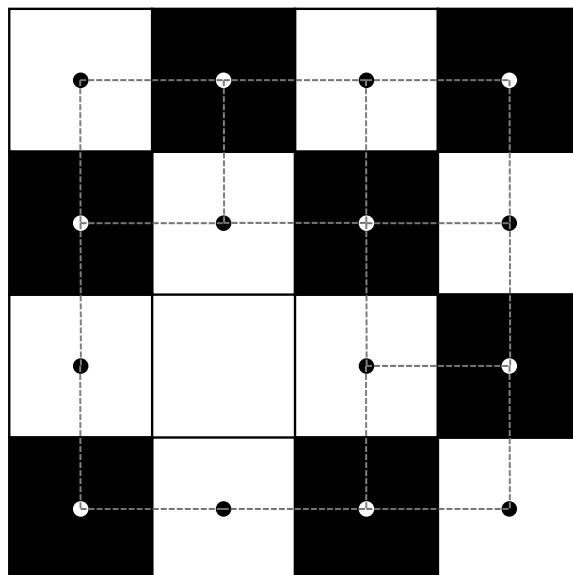


Рис. 1: Пример поля. Ребра — серым.

Этот граф двудольный, т.к. никакие две клетки одного цвета не являются соседними, т.е. между ними нет рёбер. Найдём в этом графе максимальное паросочетание за $\mathcal{O}(n^2 \cdot m) = \mathcal{O}(n^4)$. Заметим, что любому паросочетанию соответствует некоторое покрытие поля доминошками 2×1 (каждая доминошка — ребро) и наоборот. Тогда максимальное паросочетание есть максимальное покрытие поля доминошками.