

## 168

Используя теорему о рекурсии, докажите, что язык программ, которые останавливаются на пустом вводе, является неразрешимым. Является ли этот язык перечислимым?

```
p(_):  
    if r(p):  
        while True:  
            pass  
    else:  
        return
```

Да, перечислим:

```
for t in N:  
    for p in  $\overline{1, t}$ :  
        if p(t1=t).halts():  
            print(p)
```

## 169

Используя теорему о рекурсии, докажите, что язык программ, которые не останавливаются на пустом вводе, является неразрешимым. Является ли этот язык перечислимым?

```
p(_):  
    if r(p):  
        return  
    else:  
        while True:  
            pass
```

Язык не перечислим, т.к. если есть если  $L \in RE$  и  $L \in coRE$ , то  $L \in R$

## 170

Используя теорему о рекурсии, докажите, что язык программ, которые допускают бесконечное число слов, является неразрешимым.

```
p(_):  
    if r(p):  
        return True  
    else:  
        return False
```

## 171

Используя теорему о рекурсии, докажите, что язык программ, которые допускают свой собственный исходный код, является неразрешимым.

```
p(x):  
    if x != p:  
        return False  
    if r(p):  
        return False  
    else:  
        return True
```

## 172

Докажите, что существуют две различные программы  $p$  и  $q$ , такие что программа  $p$  печатает текст программы  $q$ , а программа  $q$  печатает текст программы  $p$ .

## 173

Докажите, что существует бесконечная последовательность различных программ  $p_i$ , такая что  $p_1$  печатает пустую строку, а  $p_i$  печатает текст программы  $p_{i-1}$ .

То же самое, но каждая строка не содержит в себе определение себя.

## 174

Докажите, что существует бесконечная последовательность различных программ  $p_i$ , такая что  $p_i$  печатает текст программы  $p_{i+1}$ .

То же самое, но в  $i$ -той строке мы определяем  $i + 1$ -ую.

## 175

Докажите, что для любого конечного  $n$  существует последовательность программ  $p_1, p_2, \dots, p_n$ , что  $p_i$  печатает текст  $p_{i+1}$ , а  $p_n$  печатает текст  $p_1$ .

```
quine(i):  
    return f'''print(s1 = {s1}  
    s2 = {s2}  
    ...  
    sn = {sn}
```

```
    print(s{i + 1 % n}))'''  
s1 = quine(1)  
s2 = quine(2)  
...  
sn = quine(n)  
print(s1)
```

quine — макрос, а не часть исходного кода.

## 176

Докажите, что язык программ, для которых не существует более короткой программы, которая на любом входе ведёт себя так же, является неразрешимым.

## 177

Докажите, что язык программ, для которых не существует программы такой же длины, которая на любом входе ведёт себя так же, является либо конечным, либо неразрешимым.

## 178

Busy Beaver. Функция  $BB(n)$  возвращает длину максимальной строки, которую программа длины  $n$  может вывести на пустом входе и завершиться. Докажите, что  $BB$  является невычислимой.

## 179

Докажите, что для любой всюду определенной вычислимой функции  $f$  найдется значение  $n$ , для которого  $BB(n) > f(n)$ .

Соуфивается

## 180

Докажите, что для любой всюду определенной вычислимой функции  $f$  найдется бесконечно много значений  $n$ , для которых  $BB(n) > f(n)$ .

**181**

Колмогоровская сложность.  $K(s)$  это длина минимальной программы, которая на пустом входе выводит строку  $s$  и завершается. Докажите, что  $K$  является невычислимой.

**182**

Пусть для любой строки  $s$  выполнено  $K(s) \geq f(s)$ , где  $f$  — всюду определенная вычислимая функция. Докажите, что найдется константа  $C$ , такая что  $f(s) \leq C$  для любой  $s$ .