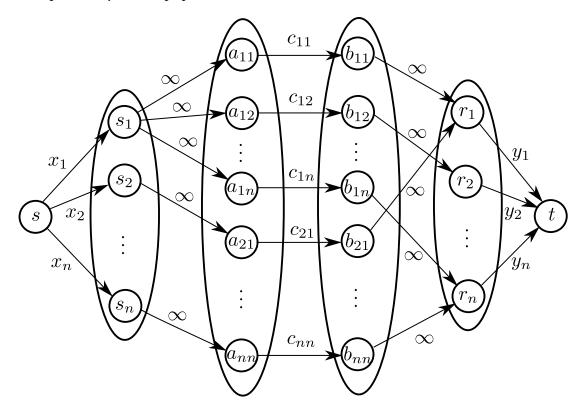
АиСД, задача 5.8 стр. 1 из 2

Условие

Есть поле $n \times n$, которое нужно полить удобрениями. Это можно сделать тремя способами: полить одну клетку (i,j), это будет стоить c[i,j], можно полить целиком горизонталь i, это будет стоить x[i], можно целиком вертикаль j, это будет стоить y[j]. Нужно полить все клетки хотя бы по одному разу, минимизировав суммарную стоимость.

Решение

Рассмотрим следующий граф:



- Вырезание ребра x_i удаляет все (и никакие другие) пути $s \stackrel{a_{ij}}{\leadsto} t$ (из s в t через a_{ij})
- Вырезание ребра y_i удаляет все пути $s \overset{a_{ji}}{\leadsto} t$
- Вырезание ребра c_{ij} удаляет путь $s \overset{a_{ij}}{\leadsto} t$

Политость клетки i,j эквивалентна $\nexists s \overset{a_{ij}}{\leadsto} t$, тогда несложно заметить, что политости всех клеток соответствует ребра минимального разреза, т.к. любой путь $s \leadsto t$ проходит по a_{ij} .

Найдём минимальный разрез S,T и найдём все ребра $\langle u,v \rangle$, такие что $u \in S,v \in T$; они и будут ответом.

Михайлов Максим М3237

АиСД, задача 5.8 стр. 2 из 2

Пояснение структуры графа для особо душных:

$$V = \{s, t\} \cup \{s_i, r_i\}_{i=1}^n \cup \{a_{i,j}, b_{i,j}\}_{i,j=1}^n$$

$$E = \{\langle s, s_i \rangle, \langle r_i, t \rangle\}_{i=1}^n \cup \{\langle s_i, a_{ij} \rangle, \langle a_{ij}, b_{ij} \rangle, \langle b_{ij}, r_j \rangle\}_{i,j=1}^n$$

$$\begin{array}{c|cc} u & w & w \langle u, w \rangle \\ \hline s & s_i & x_i \\ \hline r_i & t & y_i \\ s_i & a_{ij} & \infty \\ a_{ij} & b_{ij} & c_{ij} \\ b_{ij} & r_j & \infty \\ r_j & t & y_j \end{array}$$

Михайлов Максим М3237