

Условие

Покажите, что если взять обычное дерево поиска без всяких балансировок и добавлять в него элементы в порядке убывания y , то получится декартово дерево.

Решение

Докажем по индукции по числу вершин в дереве.

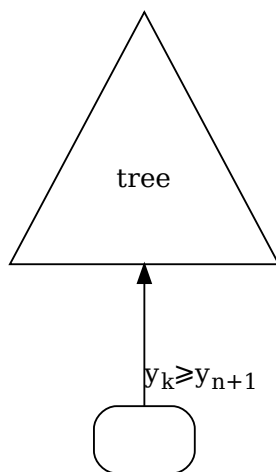
Доказательство. База:

1 вершина — любое дерево из одной вершины есть дерево поиска.

Переход:

Есть декартово дерево с n вершинами, докажем, что добавление еще одной вершины с ключом $y_{n+1} \leq y_i \ \forall i \in [1 \dots n]$ не нарушает ни инвариант по ключам X , ни по Y .

Т.к. мы строим дерево поиска, то условие на ключи X не нарушается. Кроме того, новая вершина подвесится к некоторому листу, поэтому для сохранения инварианта по Y достаточно, чтобы $y_{n+1} \leq y_k$, где k — вершина, к которой подвешивается новая вершина. Это верно, потому что элементы добавляются в порядке убывания y .



□