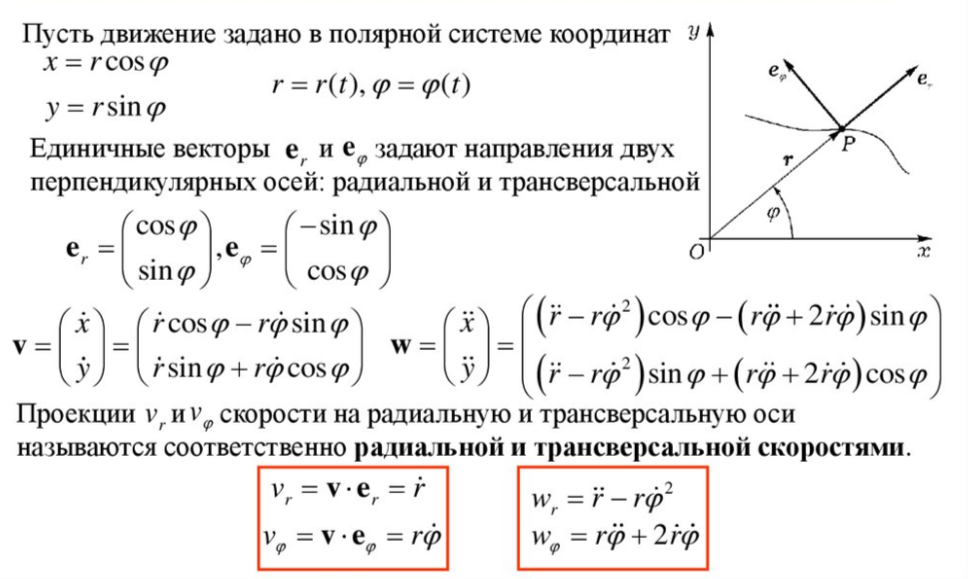
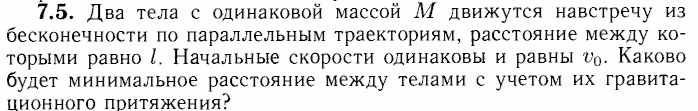
**Теория.**

**Скорость и ускорение в полярных координатах.**

**

**Теорема Гаусса**.

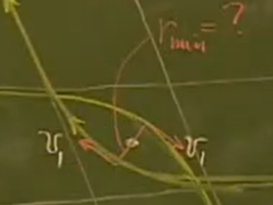
****

**Решение.**

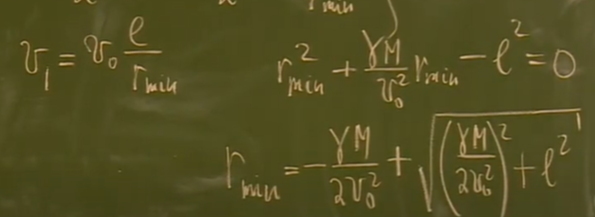
– гипербола

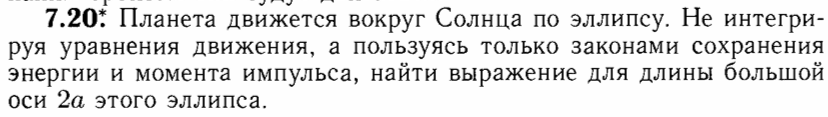
– гипербола

– парабола

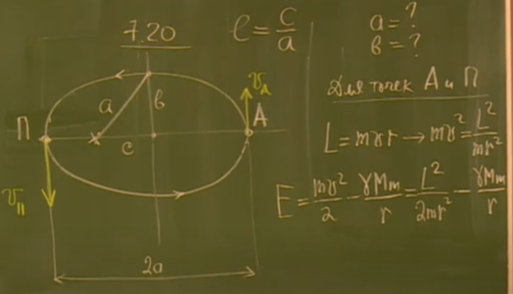
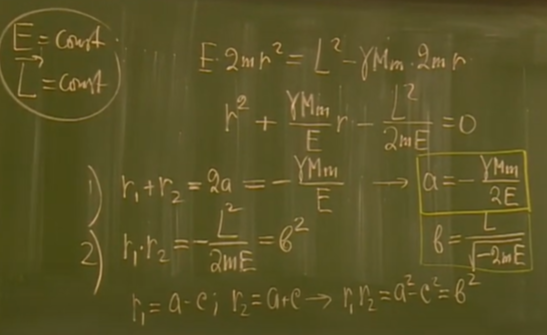
У наших тел движение инфинитное (гипербола). Система замкнута, поэтому работает закон сохранения момента импульса (относительно центра масс системы).

Тела двигаются из бесконечности, поэтому начальная потенциальная энергия у них равна нулю. Закон сохранения энергии примет вид:

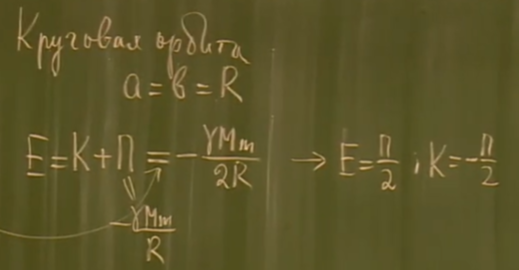




В точках перигелия и апогелия (афелия) скорости равны и противоположно направлены – это упрощает написание момента импульса и решение уравнений.

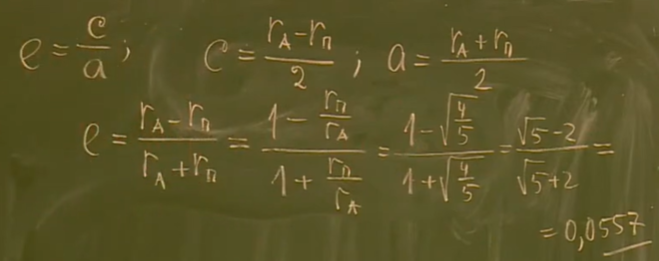
При решении уравнения использовали теорему Виета. Видно, что в решении должно быть – это необходимое условие для финитного движения.

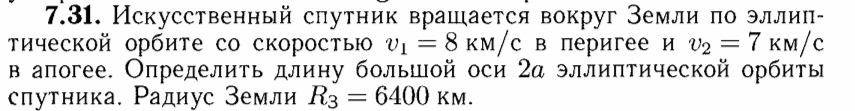


**Задача**. Кеплер обнаружил, что отношение угловых скоростей в перигелии и апогелии Сатурна совпадают с отношением частот в музыкальном интервале большая терция: . Определить эксцентриситет орбиты Сатурна.

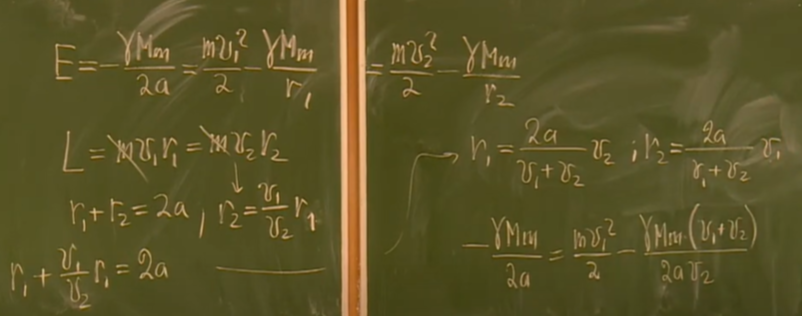
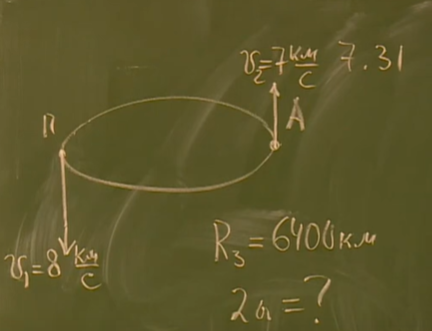
**Решение**.

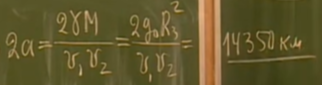
Как радиус-векторы связаны с осями эллипса – см. например 7.20

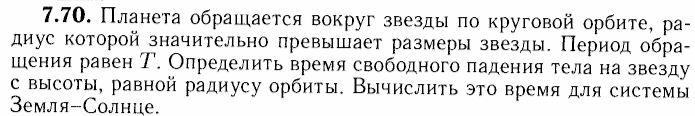
* *

**

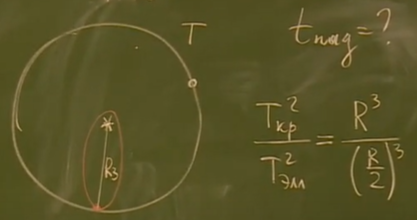
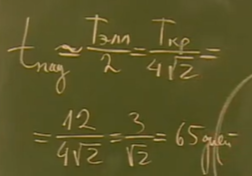
**Решение**.

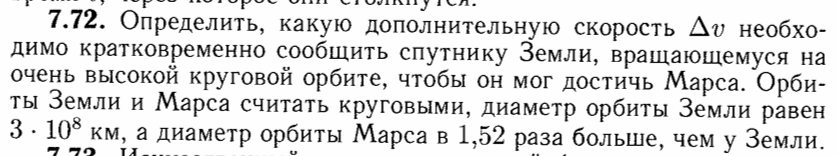






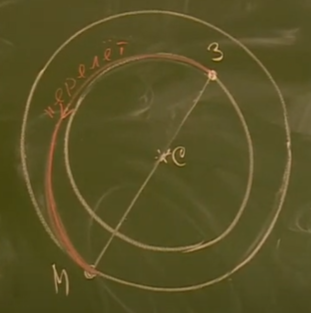
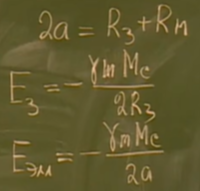
**Решение**. Падение не является равноускоренным, поэтому обычные фомулы кинематики не работают, а дифференциальные уравнения будут сложными. Для оценки падения можно представить падающее тело, как двигающееся по очень узкой эллиптической орбите, тогда полупериод такого падения даст оценочное время.

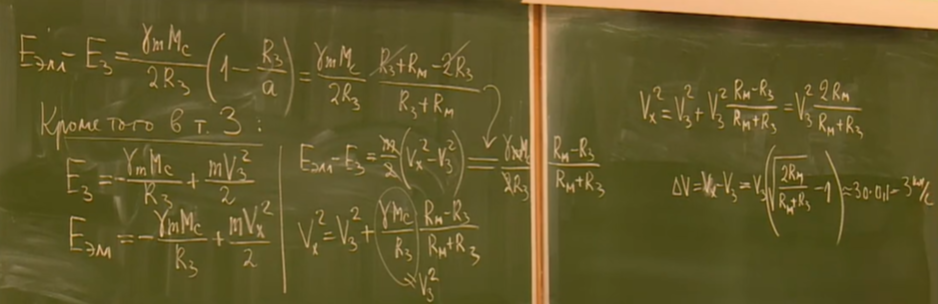
 



**Решение**.

Высокая орбита предполагает отсутствие связи с Землей. Орбита перелета – эллипс.



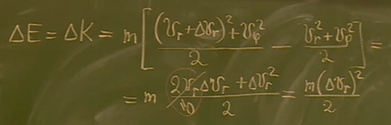
**Задача**. Космический аппарат движется по круговой орбите радиусом 150 млн. км. вокруг Солнца вдали от других тел. За короткое время он получает приращение скорости перпендикулярно оси вращения. Определить период обращения аппарата по новой орбите.

**Решение**.

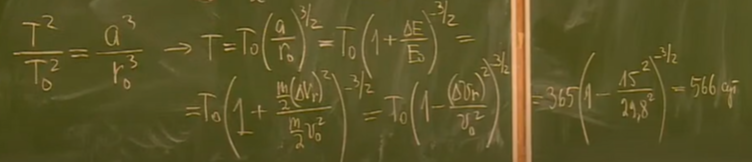
км – радиус орбиты Земли. Можно прикинуть первоначальную скорость .

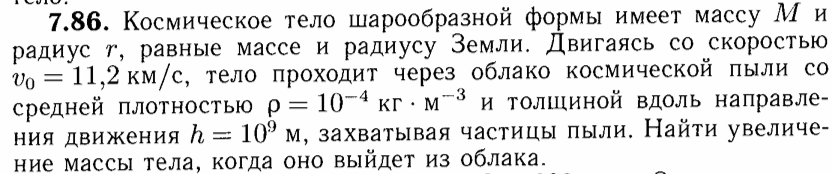
**Поскольку приращение скорости произведено за короткое время, потенциальная энергия практически не изменилась, поэтому

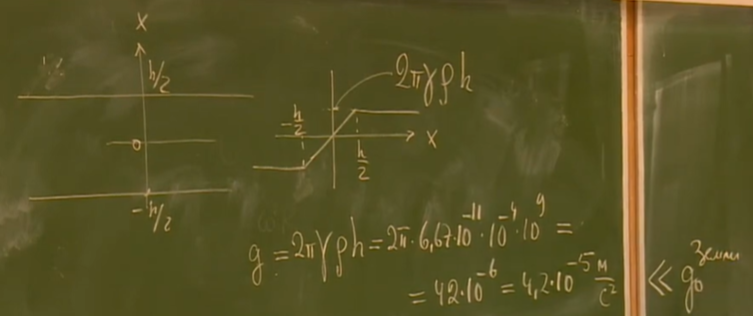
Скорость раскладываем на радиальную и угловую компоненты (полярные координаты). Приращение получила только радиальная компонента. Сама же радиальная часть скорости равна нулю, поскольку при движении по круговой орбите она не меняется.

**

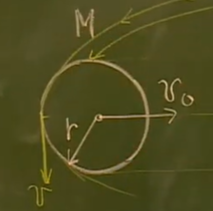
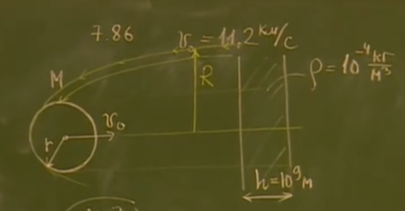
По 3-му закону Кеплера



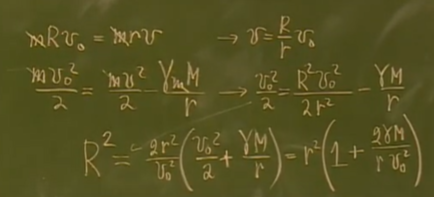
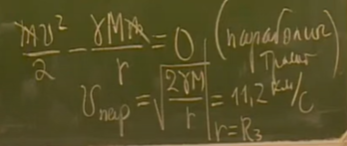


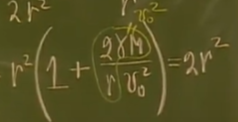
**Решение**.

Строго говоря, следует произвести расчет напряженности гравитационного поля производится по теореме Гаусса. Но мы можем пренебречь взаимодействием самих частичек пыли. Переходим в систему отсчета астероида. В этом случае он покоится, а частицы пыли летят на него со скоростью .



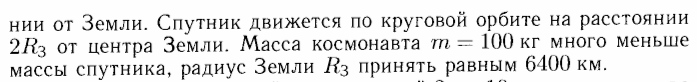
Нам следует найти предельный радиус для крайних частиц, испытывающих столкновение с астероидом. Частица при таком радиусе имеет касательную скорость на обратной стороне астероида. Для предельного случая пишем законы сохранения момента импульса и энергии.

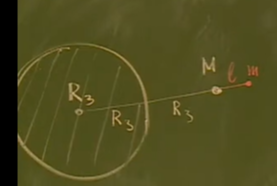
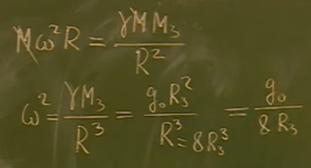
 <- если заметить, что это вторая космическая скорость (она как раз для параболического случая – как здесь).

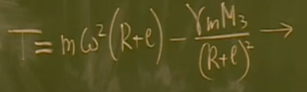
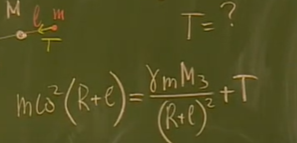
Зная можно найти массу через объем вырезанной дырки из облака.

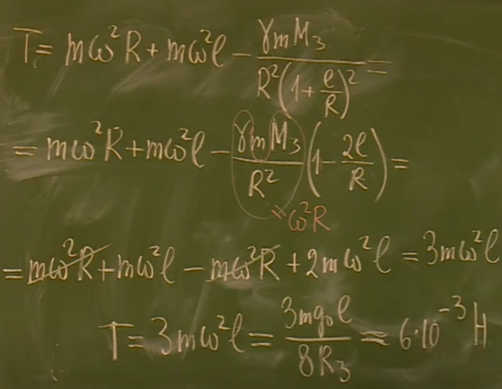
****

****

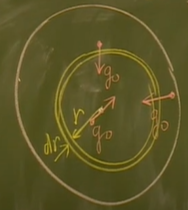
**Решение.**

** **

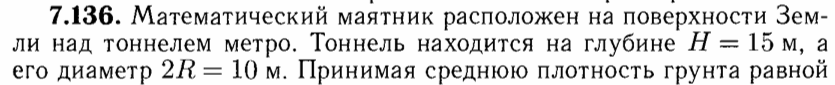
****

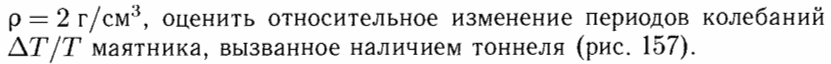
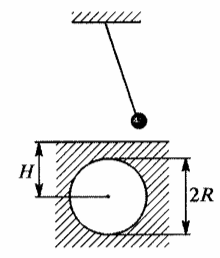
****

**Задача.** По какому закону должна быть распределена плотность в шаре чтобы ускорение свободного падения в каждой точке шара было одно и то же и равно .

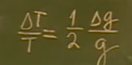
**Решение**. Применяется теорема Гаусса. Выделим сферический объем внутри шара (сферу с толщиной ) и рассчитаем поток вектора напряженности через него.

*-* пренебрегаем

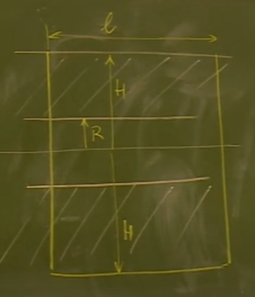
****

****

**Решение.**

**** Рассмотрим тоннель сбоку, окружив его коаксиальной цилиндрической поверхностью

Пусть – напряженность в случае заполненной полости, а – напряженность полости, заполненной грунтом, тогда

Теорема Гаусса для

**Задача [7.188]**. В верхних слоях атмосферы на спутник массой действует сила сопротивления разреженного воздуха. Увеличивается или уменьшается скорость спутника при этом? Каково будет его тангенциальное ускорение при этом?

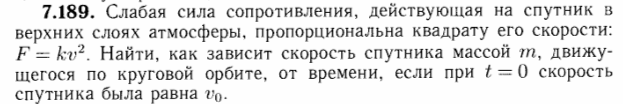
**Решение**.

Можно сразу предположить, что , т.е. , но это предположение не говорит нам о знаке ускорения (изменения скорости), поэтому нужно получить напрямую.

Удобный способ избавляться от гравитационной постоянной:

Закон вращательного движения

Ускорение увеличивается и спутник переходит на более низкую орбиту.



Решение. См. задачу 7.188