**Блок 2. Занятие 1.1 Комбинаторика.**

Пример конечных множеств:

– элемент 2 принадлежит множеству А

– элемент 10 не принадлежит множеству А

Сколько элементов в множестве?

**Операции над множествами**

**Объединение множеств**

**Пересечение множеств**

Тогда

**Правило сложения**.

Если

То

**Декартово произведение**

Пусть

Тогда

Декартово произведение — это множество всех пар, в которой первый элемент из множества A, а второй из множества B.

**Правило умножения**:

**Задача** – Сколько четырёхзначных чисел?

**Решение**.

Тогда

**Задача** – Сколько четырёхзначных чисел, в записи которых нет цифры 5?

Тогда

**Метод дополнения**

Часто в задачах будет так, что напрямую посчитать количество объектов в нужном множестве будет сложно или вообще невозможно. В таких случаях может помочь следующий трюк. Вместо того чтобы в лоб считать то, что просят, достаточно посчитать то, что осталось. А затем из общего количества объектов "вычесть" лишние.

**Задача**. Сколько существует четырехзначных чисел, в которых есть цифра 3?

Решение. Проще узнать сколько четырехзначных чисел без цифры 3, а потом вычесть из общего количества (см. в предыдущих задачах).

**Формула включений-исключений**

Для того чтобы посчитать общее количество объектов в двух множествах, нельзя просто сложить количество объектов в каждом из них, ведь эти множества могут пересекаться.

Например, хотим посчитать сколько людей ходит в математический или лингвистический кружок.

Пусть мы знаем, что в математический ходит 15 человек, а в лингвистический ходит 10 человек. А в оба кружка ходит 3 человека.

Теперь, если просто сложить 15 и 10, то тех ребят, которые ходят и туда, и туда мы учитываем по два раза. Для того чтобы посчитать верный ответ, достаточно просто вычесть тех людей, которые ходят в оба кружка. Т.е. 15+10-3=22 человека.

В общем виде, формула работает также. Чтобы посчитать количество людей в двух группах, достаточно сложить количество людей в этих группах и вычесть количество людей в пересечении этих групп.

Замечание. Для других объектов формула работает аналогично.

**Факториал**

Для целого положительного числа определим число (читается: "эн" факториал), равное количеству способов расставить в ряд различных предметов.

Вычислим для произвольного . Всего в ряду будет мест, на каждое из которых мы должны поставить один из наших предметов.

Для первого предмета всего свободных мест, можно поставить его на любое из них. Для каждого из способов поставить первый предмет есть способ поставить второй предмет. Действительно, для второго предмета осталось свободное место. Продолжая рассуждение, таким образом получаем, что всего способов расставить предметы в ряд: .

Получили, что равно произведению всех чисел от 1 до . Например,

Отдельно стоит рассмотреть случай, когда . В этом случае равен количеству способов расставить 0 предметов в ряд. Это можно сделать единственным способом (считайте, что они уже расставлены). Поэтому, 0! = 1.

**Перестановки**

Обозначим количество способов переставить друг с другом предметов за (читается: "пэ энтое"). Заметим, что переставить предметы это то же самое, что и расставить их в ряд. Поэтому, .

Замечание, не очень "важное" обозначение, ведь оно в точности равно факториалу. Поэтому им практически не пользуются.

**Размещения без повторений**

Обозначим количество способов расставить различных предметов на мест за (читается: "а" из "эн" по "ка").

Вычислим . Всего у нас k мест. На первое место можно выбрать любой из n предметов. На второе место можно выбрать любой из n-1 оставшихся. И так далее, пока места не закончатся. Получаем всего способов.



Например,

Замечание, если, то предметов не хватает т.е. сделать это невозможно. Такое число будет равно нулю.

Другое определение "ашки". равно количеству способов выбрать из различных предметов предметов, при условии, что нам важен порядок выбора. Определения эквиваленты т.к. выбрать предметов с учётом порядка это то же самое, что и расставить их в ряд.

Обозначения: общепринятые и активно используется. Вместо того чтобы каждый раз высчитывать огромное число, его удобно обозначить каким-нибудь символом.