**Движение материальной точки в поле тяжести.**

Согласно закону Ньютона, результирующая внешняя сила , действующая на материальную точку равна

Если не учитывать трение о воздух, на тело в полете действует только сила тяжести **.** Поэтому здесь просто . Или, сократив массу, получим **.** Тогда:

где – начальная скорость, т.е. .

где - положение тела в момент .

При формулы принимают более удобный вид:

Очевидно, эти формулы верны для любого равноускоренного движения с ускорением .

**Равноускоренное движение**.

Можно найти связь между ускорением и перемещением для прямолинейного движения. В проекции на направление движения

Отсюда получим

тогда для второй формулы можем написать

Если тело двигается в произвольном направлении (не вдоль одной из осей), то в этом случае поступаем также, но в проекциях на оси. Получим два уравнения (для плоскости).

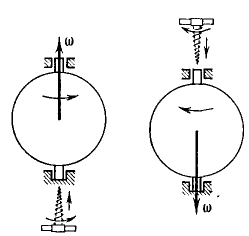
**Производная радиус-вектора, постоянного по величине.**

В некоторых случаях, длина радиус-вектора неизменна, но сам он совершает движения по некоторой сферической поверхности. Найдем производную такого вектора по времени.

Где – угловая скорость вращения вектора.

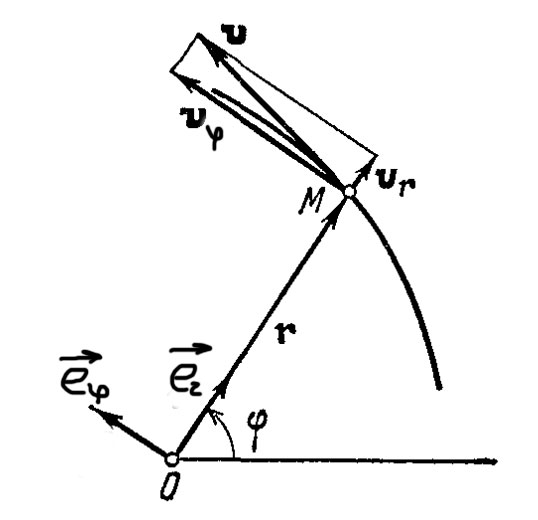
Заметим сразу, что если (радиус сферы или окружности), то

Вспоминая определение вектора углового вращения, можем перейти к векторной форме.



Пусть – единичные векторы соответствующих векторов. Заметим сразу, что . Тогда

**Скорость в полярных координатах**.



Рассмотрим полярные координаты и введем единичные векторы

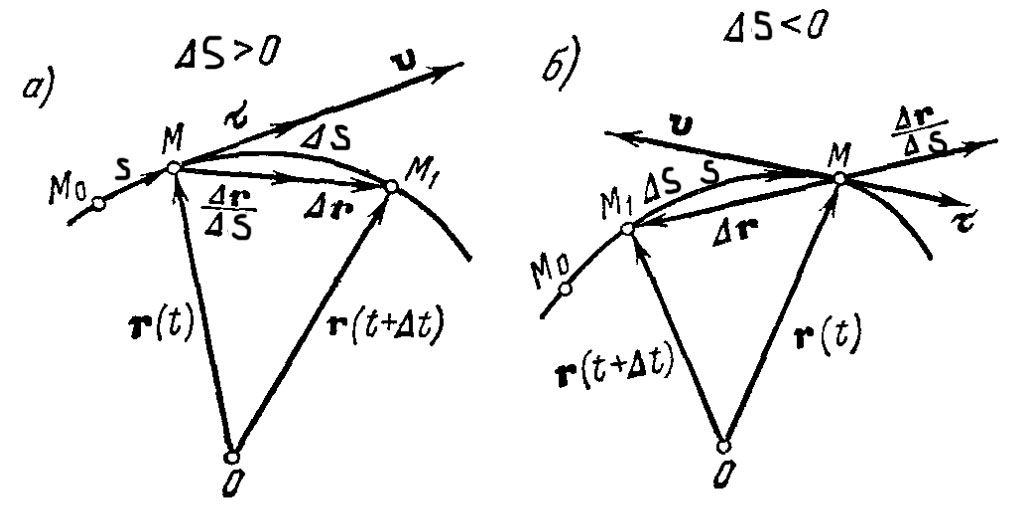
Дифференцируем по времени

Поскольку

Используя предыдущее соотношение можем написать

Это и есть разложение вектора скорости на радиальную и поперечную составляющие.

**Тангенциальный вектор.**



Другой способ задания скорости состоит в следующем. Рассмотрим элемент дуги .

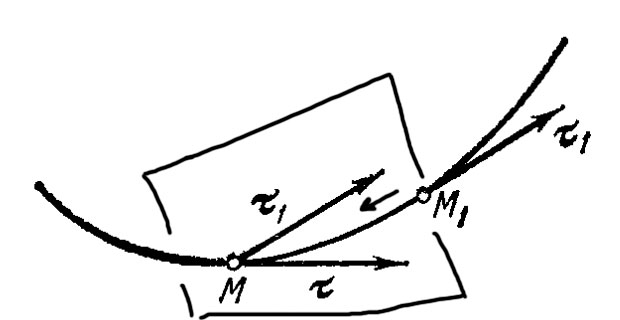
Введем вектор

Он единичный и направлен по касательной. Причем его направление всегда в сторону положительного отсчета дуги. Действительно, пусть дуга отсчитывается от точки вправо на рисунках выше, а точка перемещается из положения в . Если движение происходит в направлении положительного отсчета, тогда и также направлен в эту сторону. Напротив, если , то и вновь направлен в сторону положительного направления отсчета дуги.

Обозначим

Тогда

Отметим также, что если движение происходит в положительную сторону дуги и если движение происходит в противоположную. Обычно в физических задачах путь всегда увеличивается при перемещениях тела, поэтому b пишут просто



Рассмотрим две близкие точки на кривой – и . Им соответствуют два тангенциальных вектора и . Построим плоскость на этих векторах. При бесконечном сближении точек плоскость примет свое предельное положение. Такая плоскость называется соприкасающейся плоскостью.

**Ускорение в полярных координатах**.

Так как

То

**Нормальное и тангенциальное ускорение**.

Рассмотрим новую систему координат с ортами и в соприкасающейся плоскости. Это единичные перпендикулярные векторы, направленные по касательной и нормали (точнее, главной нормали, направление которой выбрано к центру кривизны кривой) соответственно в точке траектории.

Произвольный вектор, в частности вектор ускорения, будет иметь в этой системе координаты .

Проще, однако, рассмотреть вектор скорости, поскольку он всегда направлен по касательной и его нормальная составляющая равна нулю, т.е.:

В каждый момент времени можно считать, что движение происходит по окружности радиуса с угловой скоростью . Радиус называется радиусом кривизны. Поэтому считаем, что .

Это разложение показывает, что вектор ускорения лежит в соприкасающейся плоскости – плоскости, построенной на векторах и . Ускорение не имеет составляющей по бинормали к траектории (см. дальше).

**Геометрический подход**.

Когда мы говорим, что траектория тела описывается радиус вектором , мы фактически говорим об уравнении кривой в параметрическом виде:

где параметр *t* – время.

Выразим длину кривой через параметр *t*:

Считая эту функцию непрерывной и монотонно возрастающей (производная не обращается в нуль), мы можем найти обратную зависимость

В этом случае, радиус-вектор можно считать функцией от *s*:

Из интуитивных соображений понятно, что

В математике подобные соотношения доказываются строго. Можно легко увидеть также, что

Поэтому

Введем новый вектор

Это единичный вектор, направленный по касательной к кривой. Он так и называется, вектор касательной к кривой.

Рассмотрим новый единичный вектор:

Заметим, что Тогда

Это говорит о том, что . Вектор определяет положение нормали в точке, которую называют главной нормалью (главной, потому что нормалей в точке бесконечное множество). Сам вектор назовем вектором главной нормали кривой.

Дополним эти два вектора третьим вектором по правилу

Это единичный вектор, ортогональный векторам . Прямую, проходящую через точку кривой параллельно вектору ,называют бинормалью. Тройку векторов называют сопровождающим трехгранником Френе.