**Решение задач**.

1. При решении элементарных задач или любых других, где удобнее работать с векторами сил, действующих на систему, задачу на колебание формально сводят к задаче о колебании груза на пружинке. При этом учитывается, что закон Гука имеет вид и тогда решение задачи сводится к поиску возвращающей силы в таком же виде, как и сила упругости, т.е. пропорциональной смещению . Если это оказалось возможным, то формулы для частоты и периода находятся формальной заменой коэффициента на полученное выражение.

2. Другой способ сводится к нахождению потенциальной и кинетической энергии тела или системы тел. При этом возможен переход к любой удобной обобщенной координате.

Например, для пружинного маятника

и формально мы можем переписать энергии в виде

где – обобщенная координата.

Тогда

Этот прием легко обосновать, заметив, что закон сохранения энергии приведет к аналогичным уравнениям движения, отличающимся только обозначениями.

3. Часто встречаются задачи на колебание системы, состоящей из двух тел. В этом случае удобно пользоваться понятием приведенной массы для того, чтобы свести задачу к случаю одного тела.

Действительно, рассмотрим два объекта, взаимодействующие друг с другом. Кинетические энергии тел:

поэтому полная кинетическая энергия:

Потенциальная энергия — это функция вида

Пусть

вектор взаимного расстояния. Поместим начало координат в центр инерции системы. Его положение задается, как известно вектором

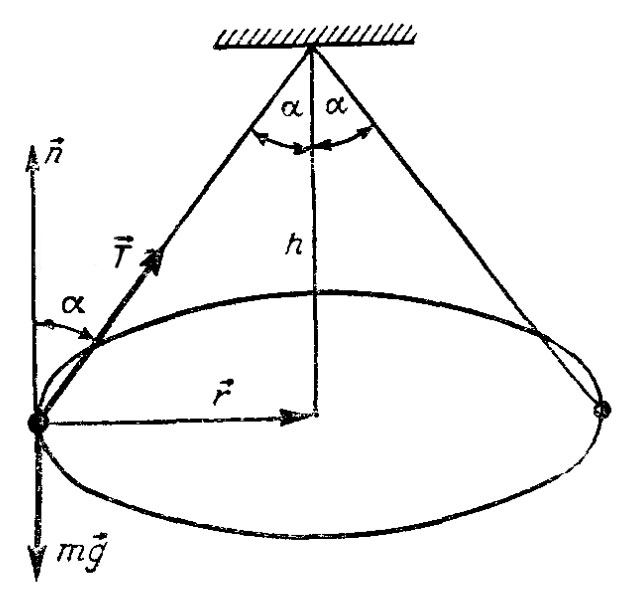
т.е. мы полагаем, что . Или

Решая два последних уравнения, мы получим

Подставим эти значения в формулы для энергий:

Видим, что задача формально свелась к задаче для одного тела, массой (приведенная масса) в поле . В данном случае обобщенная координата – взаимное расстояние между телами.

**Задача**. Конический маятник вращается в горизонтальной плоскости, отстоящей на расстоянии от точки подвеса, с постоянной по величине скоростью. Найти частоту вращения маятника.

 **Решение**. Уравнение движения:

Удобно спроектировать уравнение на оси, заданные векторами и (рис).

В данном случае

Поскольку

где - угловая скорость (радиан в единицу времени). При равномерном вращении эта величина называется также угловой частотой вращения. Число оборотов в единицу времени:

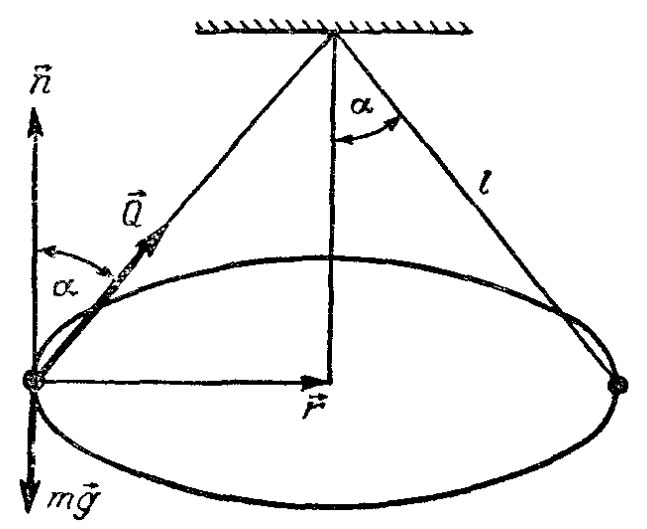
Это и есть искомая частота вращения. Итак, можем написать

Так как

Делим одно равенство на другое

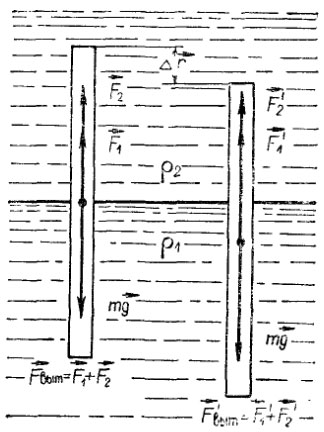
**Задача**. Конический маятник, длина которого равна и масса , вращается в горизонтальной плоскости с периодом . Найти угол , который составляет нить маятника с вертикалью, и силу натяжения нити.

**Решение**. Период обращения

где – частота вращения (число оборотов в единицу времени). Как в предыдущей задаче, сразу получаем:

Откуда легко получается:

**\*Задача [1]**. Цилиндрический брусок (рис) находится в вертикальном положении на границе раздела двух жидкостей и делится этой границей на две равные части. Найти период малых вертикальных колебаний бруска в пренебрежении силами трения.

**Решение**. Рассмотрим брусок в двух положениях: положении равновесия и в состоянии, когда мы сместим брусок на небольшое расстояние .

Сведем задачу к простой задаче пружинного маятника, когда возвращающей силой является сила упругости, пропорциональная смещению тела от положения равновесия . Если мы найдем возвращающую силу и запишем в аналогичном виде, то задача сведется к простой замене коэффициента в итоговых формулах.

Итак, в положении равновесия

– архимедова сила со стороны жидкости

– архимедова сила со стороны жидкости

Выталкивающая сила:

В проекции на направление силы тяжести, напишем

Откуда

Сместим тело на расстояние . В этом случае закон Ньютона приобретает вид:

Выталкивающая сила:

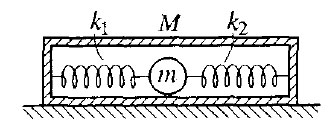
Возвращающая сила

Итак, нам известно, что период колебаний для пружинного маятника

Проводя аналогии, запишем

Замечаем, в частности, если колебаний не будет: .

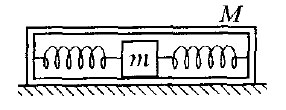
**\*Задача**. Тело массы соединено пружинами (с жесткостью и ) со стенками ящика массы и может совершать малые колебания, скользя без трения по дну ящика (рис.). Определить период малых колебаний, если трением дна ящика о поверхность стола можно пренебречь. В равновесии пружины не растянуты.

**Решение**. Переходим в систему центра инерции. В этой системе кинетическая энергия:

Сместив шарик из положения равновесия на величину , найдем, что возвращающая сила

а потенциальная энергия

Поэтому период колебаний

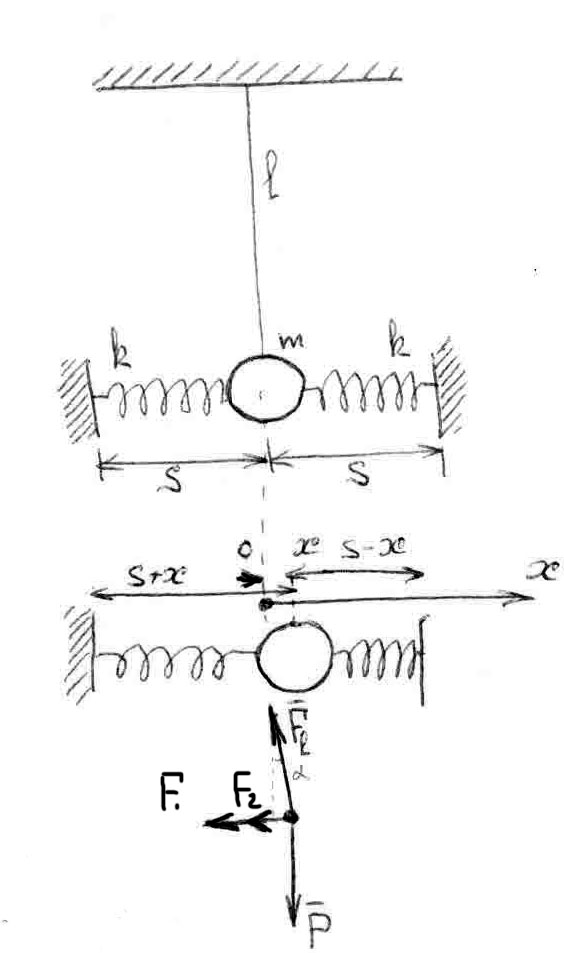
**\*Задача**. Тело массы колеблется без трения внутри коробки массы , лежащей на гладком столе. К телу прикреплены пружины одинаковой жесткости, концы которых закреплены на боковых стенках коробки (рис). Вначале коробка закреплена, а затем ее отпустили, и она может свободно перемещаться по столу. Определить отношение частот колебаний в этих случаях.

**Решение**.

Если коробка закреплена

Если коробка не закреплена, переходим в центр инерции.

Поэтому

**Задача**. Найти частоту малых колебания системы, отображенной на рисунке в отсутствии сил трения. Движение происходит в плоскости чертежа.

**Решение**. Силы, действующие на шарик очевидны:

Где – натяжение нити, – силы упругости.

В проекциях на оси:

Поскольку колебания малы, то мал угол отклонения . В этом случае можно считать

Тогда уравнения принимают вид :

Заметим, что

Тогда

Если вспомнить общий вид уравнения колебания:

То приходим к выводу, что частота колебаний системы:

Заметим, что если бы не было нити, то

Если бы не было пружин, то

Обратим внимание на связь: