**Работа**.

Если уравнение

спроектировать на направление движения, то

Если , то и справедлива формула

Исключая из этих равенств касательное ускорение, получаем важное соотношение.

Это важное равенство называется законом изменения кинетической энергии и позволяет решать многие задачи механики в тех случаях, когда непосредственное применение второго закона Ньютона затруднительно. В частности, этим равенством разумно пользоваться, когда ускорения нас не интересуют. Надо четко представлять себе, что полученное равенство — скалярное.

Величина называется величиной работы и обозначается буквой , т. е.

При работа положительна; при — отрицательна. Или, что все равно, работа силы положительна, если эта сила имеет составляющую, направленную по скорости; если же сила имеет составляющую, направленную навстречу скорости, то ее работа отрицательна. 

В общем виде, работа — это скалярное произведение вектора силы и вектора перемещения:

\*Строгое определение

Знак указывает на то, что работа не является дифференциалом, т.е. речь не идет о приращении или разности работ. Иными словами, если для получения некоторого состояния 1 была проделана работа , а для состояния 2 проделана работа , то это совершенно не означает, что для перехода из состояния 1 в состояние 2 потребуется работа . Однако, при определенных условиях это может оказаться верным для некоторых сил, которые называются консервативными или потенциальными.

Итак, можно записать

т.е. результирующая работа всех сил, действующих на тело равна изменению кинетической энергии тела. Это утверждение называется также теоремой о кинетической энергии.

Среди сил есть такие, значение которых зависит от скорости движения (например, силы сопротивления, электромагнитные силы). Работа этих сил зависит от формы траектории.

Силы, значение которых зависит только от координат тела, его положения (например, силы тяжести) или от его формы (упругие силы) и работа которых (и это главное) не зависит от формы траектории, а определяется только начальным и конечным положением, называются потенциальными или консервативными. Ниже мы увидим, что такой силой является сила тяжести и сила упругости.

Потенциальным силам можно сопоставить понятие потенциальной энергии (или энергии положения).

При этом

т. е. работа, совершаемая потенциальными силами, равна убыли потенциальной энергии этих сил.

Разделим все силы, способные действовать на интересующее нас тело, на силы сопротивления , потенциальные силы и все прочие, которые мы будем называть .

Тогда закон изменения энергии может быть записан в виде

где — углы между перемещением и соответствующими силами.

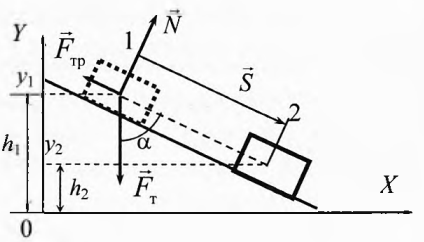
Учитывая, что , получим

или

где — работа сил сопротивления; —работа всех прочих сил, кроме потенциальных и сил сопротивления; — изменение полной механической энергии тела или системы тел.

Если и , то или , т. е. получаем закон сохранения энергии.

**Работа силы тяжести**.

Рассмотрим брусок, двигающий по наклонной плоскости. На него действует несколько сил, но рассмотрим только силу тяжести и вычислим работу, которую она совершает.

При движении вниз работа силы тяжести положительна

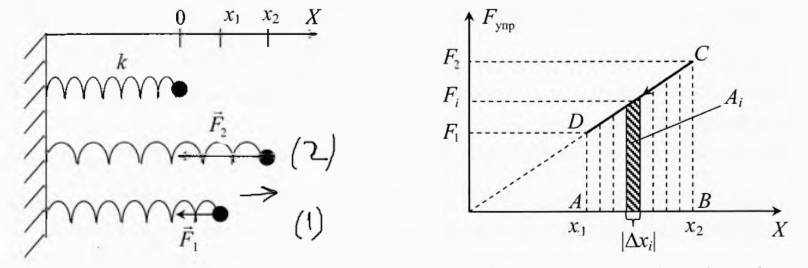
Так что

При выборе другого направления оси формула изменит знак.

Величина

Называется потенциальной энергией тела. Тогда можно сказать, что работа силы тяжести равна разности потенциальной энергии между начальным и конечным положением тела.

**Работа силы упругости**.



При выводе формулы можно воспользоваться приемом, который был применен для вывода основного уравнения кинематики. Сместим шарик из положения в положение . Разобьем движение на бесконечно малые участки такие, что на каждом из них силу можно считать постоянной. В этом случае площадь трапеции на графике найдется как сумма прямоугольников. Сама же площадь даст искомую работу.

Потенциальная энергия деформированного тела

где — коэффициент жесткости, показывающий, какую силу надо приложить к телу, чтобы вызвать у него единичную деформацию; — величина деформации (удлинение, укорочение, прогиб и т. д.); при этом деформация отсчитывается от состояния свободного, недеформированного тела.

**Мощность** силы — это скалярная величина, характеризующая быстроту преобразования энергии тела за счёт работы, приложенной к телу силы. Мощность равна отношению малой работы к малому промежутку времени, за который она совершена.

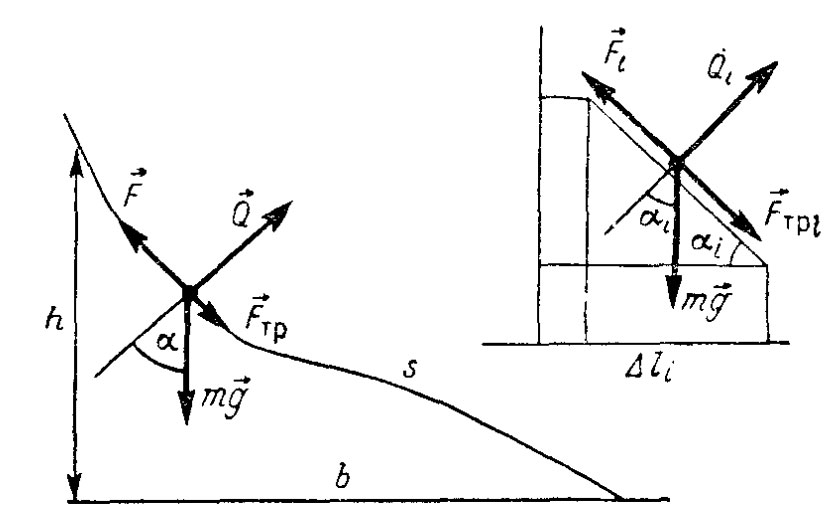
Одна лошадиная сила равна мощности, развиваемой на поверхности Земли при равномерном подъеме груза массой 75 кг на высоту 1 м за 1 с при стандартном ускорении свободного падения (9,80665 м/с2):

Если за равные промежутки времени совершается одинаковая работа, мощность постоянна и вычисляется по формуле

**Коэффициент полезного действия** (КПД) — это скалярная величина, характеризующая эффективность механизма по совершению полезной работы. КПД равно отношению полезной (необходимой) работы к работе (энергии), затрачиваемой за то же время.

КПД - безразмерная величина и вычисляется в частях от единицы или в процентах от 100 %.

**Задача**. Тело, массой поднимают медленно по желобу высотой и длиной основания . Считая коэффициент трения равным , найти работу внешней силы (силы тяги), работу силы тяжести, работу силы трения и силы нормальной реакции.

**Решение**. Как направлены силы, действующие на тело, можно увидеть на рисунке. Разобьем весь путь, пройденный телом, на малые участки таким образом, чтобы на каждом участке путь представлялся неотличимым от прямой отрезком. Рассмотрим такой отрезок и вычислим работу сил на этом отрезке.

Сила сопротивления совершает работу:

Полная работа

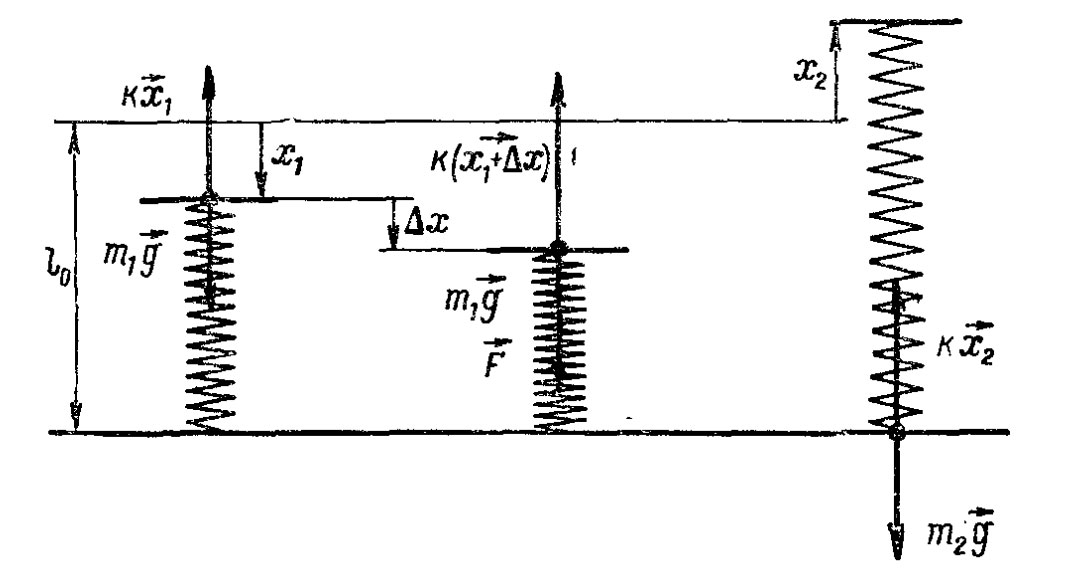
Работа силы тяжести

Сила работы не совершает, поскольку всегда направлена перпендикулярно перемещению (косинус прямого угла равен нулю).

Работа силы :

Этот результат можно получить, конечно, и по-другому. Полная работа всех сил

**Задача**. Две очень тонкие пластины, массы которых и , скреплены невесомой пружиной с коэффициентом жесткости (рис.). С какой силой надо надавить на верхнюю пластину, чтобы, двигаясь вверх по окончании действия силы , она приподняла нижнюю.



**Решение**. Считаем, что начало координат находится в том месте, где располагается верх не деформированной пружины (без диска).

До того, как верхняя пластина была прижата, уравнение равновесия имеет вид

В момент максимального нажатия, в состоянии равновесия, это уравнение имеет вид

Из этих уравнений, очевидно

Наша задача найти , исходя из условия задачи. Проще всего воспользоваться законом сохранения энергии.

В момент максимального нажатия на верхний диск, энергия системы имеет вид (с учетом выбранного начала системы координат):

В момент отрыва

Энергия системы сохраняется, поэтому

Когда верхняя пластина максимально прижата:

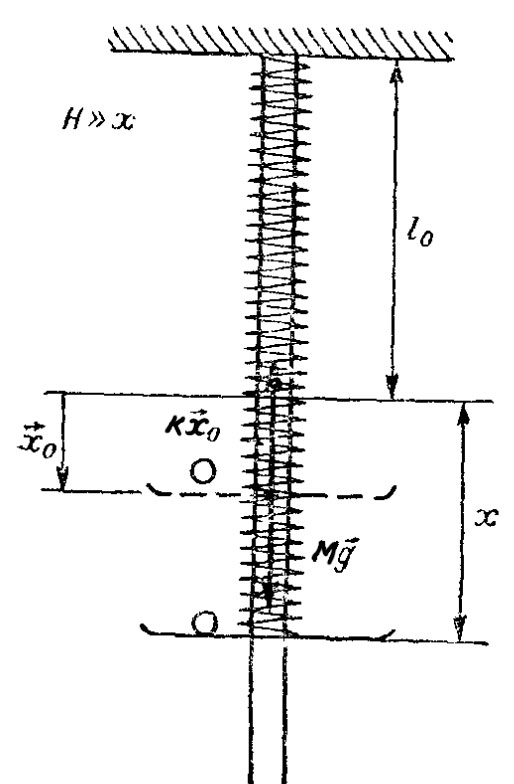
Когда вторая пластина перестает давить на опору:

Подставляем эти равенства в энергетическое:

Но поэтому

Условие уверенного отрыва

**Задача**. На чашку пружинных весов падает с высоты кусок мягкой глины массой . Зная, что масса чашки , а коэффициент жесткости пружины , найти зависимость скорости системы от величины деформации пружинки. Удар считать абсолютно неупругим.

**Решение**. В момент удара:

Начало отсчета выбрано от края недеформированной пружинки без чашки и груза. Масса самой пружинки считается равной нулю.

Внешних, не потенциальных сил нет, поэтому энергия системы сохраняется:

Согласно закону сохранения импульса

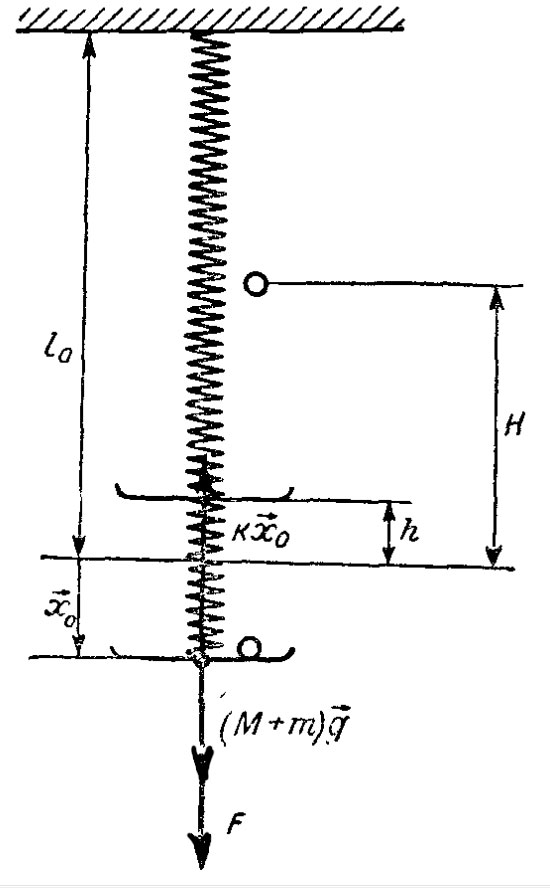
где можно найти из энергетического соотношения для шарика.

Итак

Величину можно найти из условия равновесия до удара

После подстановок получим:

**Задача [Кобушкин]**. Чашка пружинных весов массой с лежащим на ней шариком массой оттянута вниз с силой и отпущена. На какие высоты поднимутся после отрыва от чашки шарик и чашка? Каков при этом характер движения тел? Коэффициент жесткости пружины равен .

**Решение**. Движение шарика складывается из трех этапов.

1.Ускоренное движение шарика и чашки до положения равновесия, которое определяется равенством:

2. Замедленное движение шарика вместе с чашкой до момента отрыва, когда они перестают давить друг на друга.

3. Движение оторвавшегося шарика. В этом случае на шарик уже не действуют никакие силы кроме силы тяжести, поэтому его ускорение . Чашка тормозится из-за пружины быстрее, поэтому ее ускорение больше чем у шарика. Здесь

Высота отсчитывается от точки отрыва. Это, очевидно, происходит тогда, когда пружина не деформирована и чашка начинает замедляться быстрее вследствие последующей деформации пружины. Итак

Энергия системы не меняется, поэтому для нижнего положения и момента отрыва можем написать:

Условие равновесия в нижнем положении

Поэтому

Пусть - высота поднятия чашки. Для нее закон сохранения энергии запишется в виде

И. так как (см. выше), то

Подставим сюда значение и учтем, что .