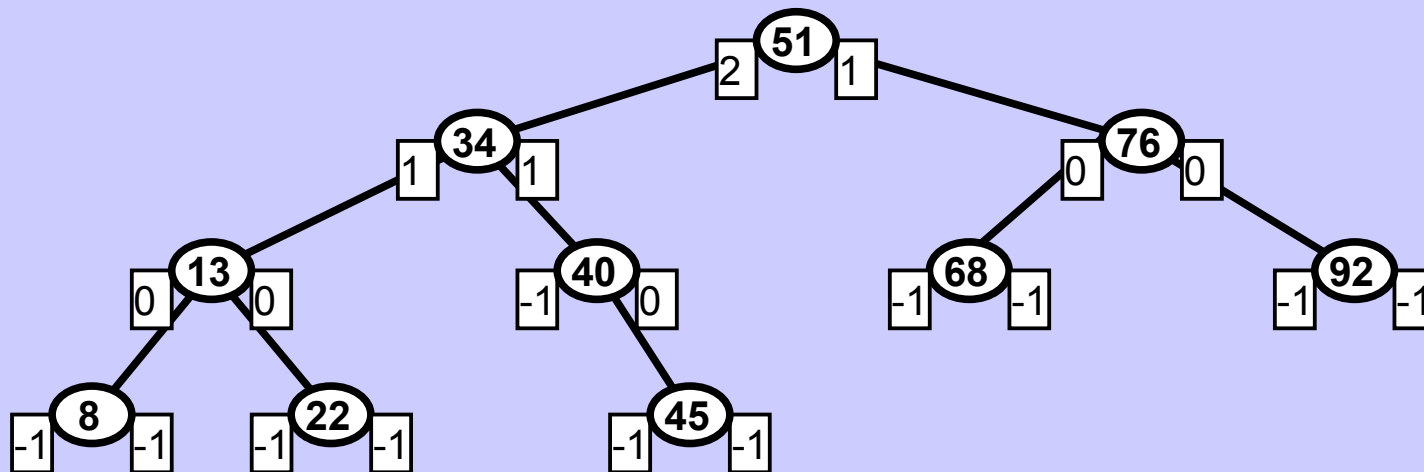


AVL strom -- G.M. Adelson-Velskij & E.M. Landis, 1962

AVL strom je BVS s přidanými vlastnostmi, které jej udržují (téměř) vyvážený.

AVL má také operace Find, Insert, Delete.



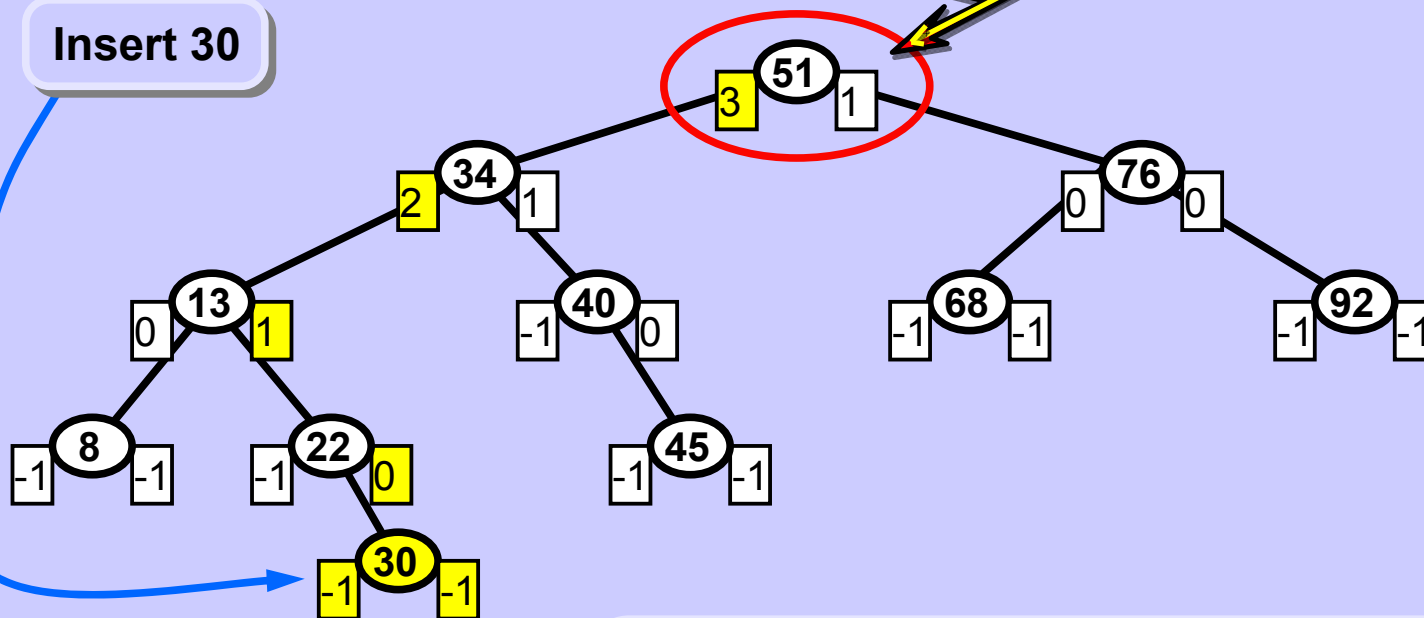
Každý uzel registruje hloubku svého levého a pravého podstromu, hloubka prázdného stromu je -1.

V každém uzlu je rozdíl výšek obou podstromů roven -1, 0, 1.

Vložení uzlu může způsobit rozvážení AVL stromu.

V každém uzlu je rozdíl výšek
obou podstromů roven
-1, 0, 1 !!

Insert 30

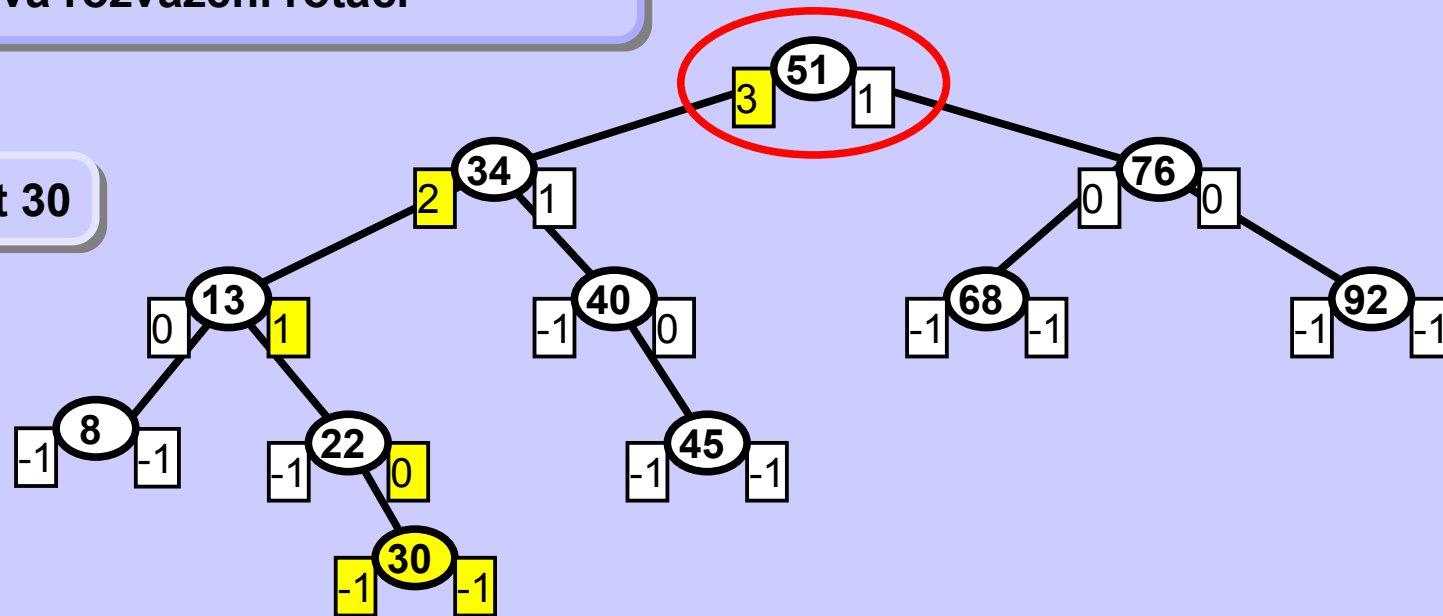


Změněné hloubky

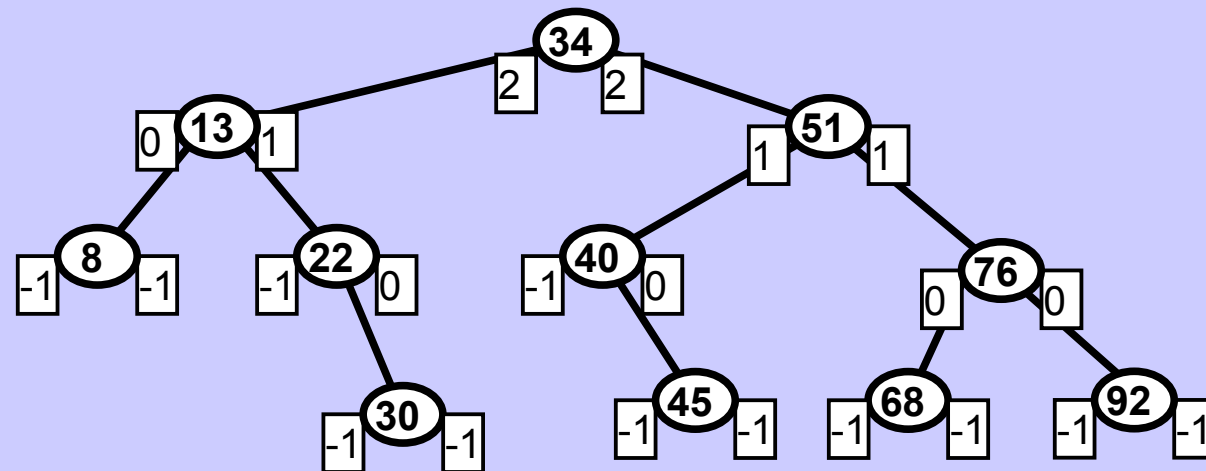
Levý podstrom uzlu 51 je příliš hluboký,
strom přestal být AVL.

Náprava rozvážení rotací

Insert 30

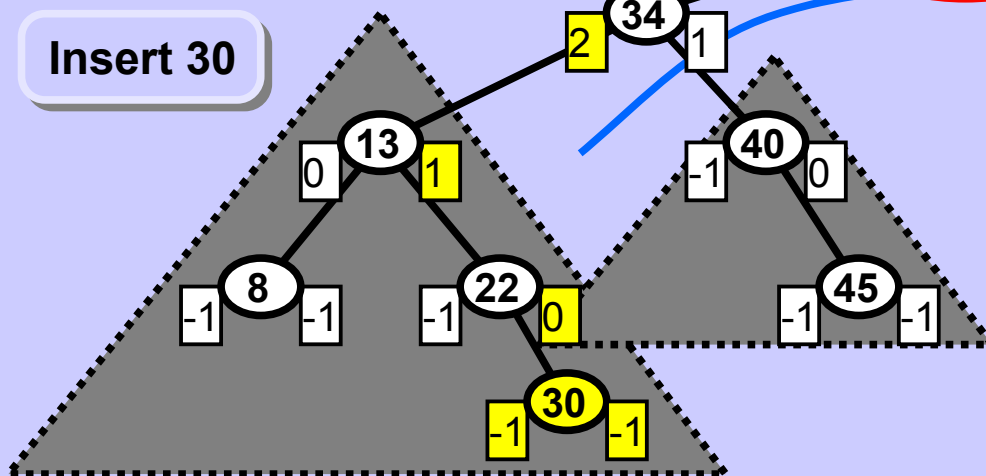


Vyvážený strom
po pravé
jednoduché rotaci,
tzv. R rotaci



Náprava rozvážení rotací – opakování

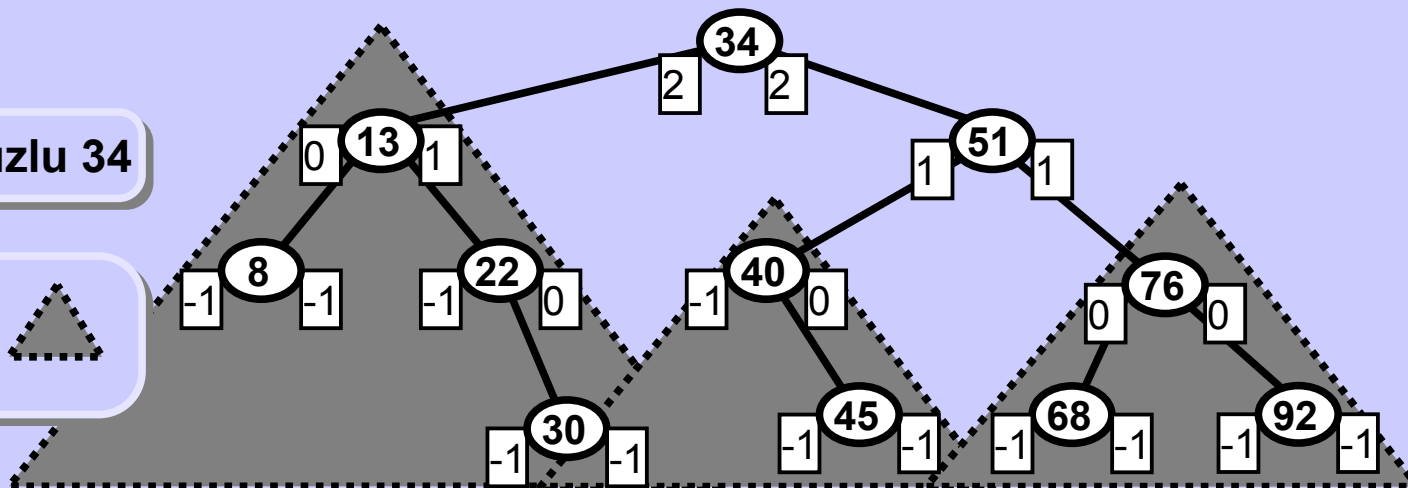
Insert 30



Směr rotace

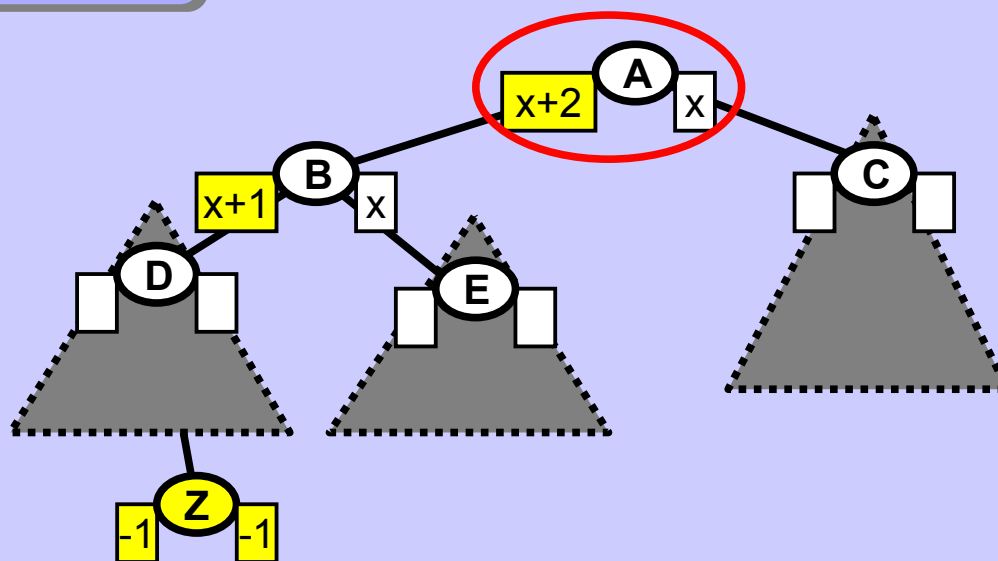
R rotace v uzlu 34

Podstromy
beze změn

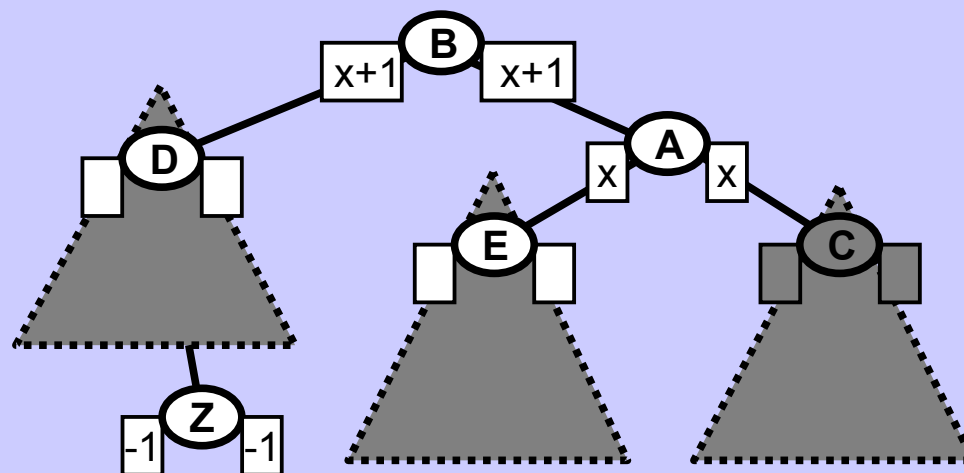


Rotace R obecně

Před

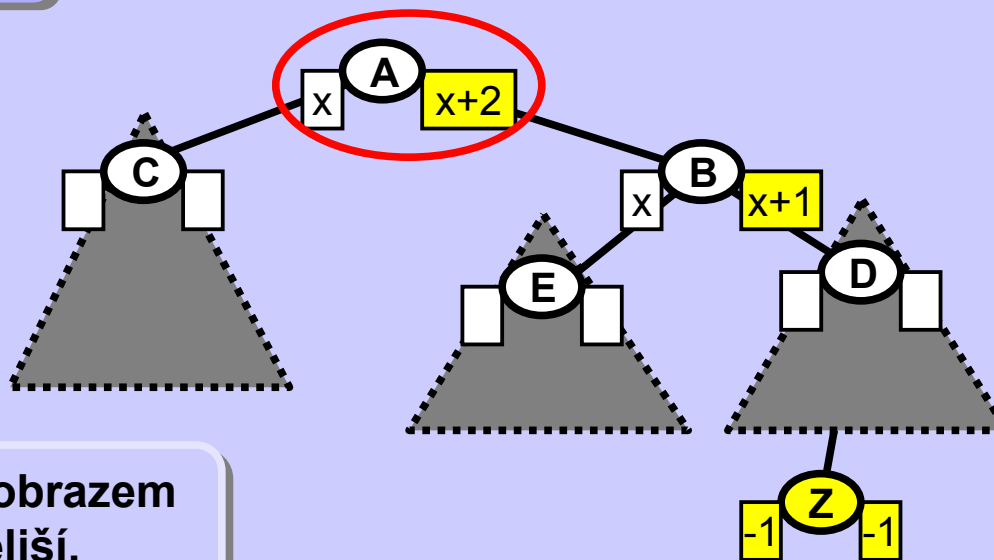


Po



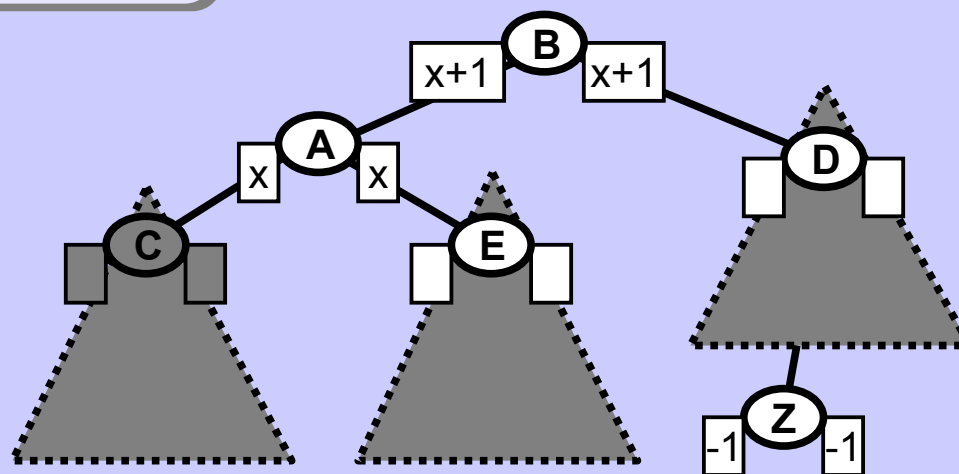
Rotace L obecně

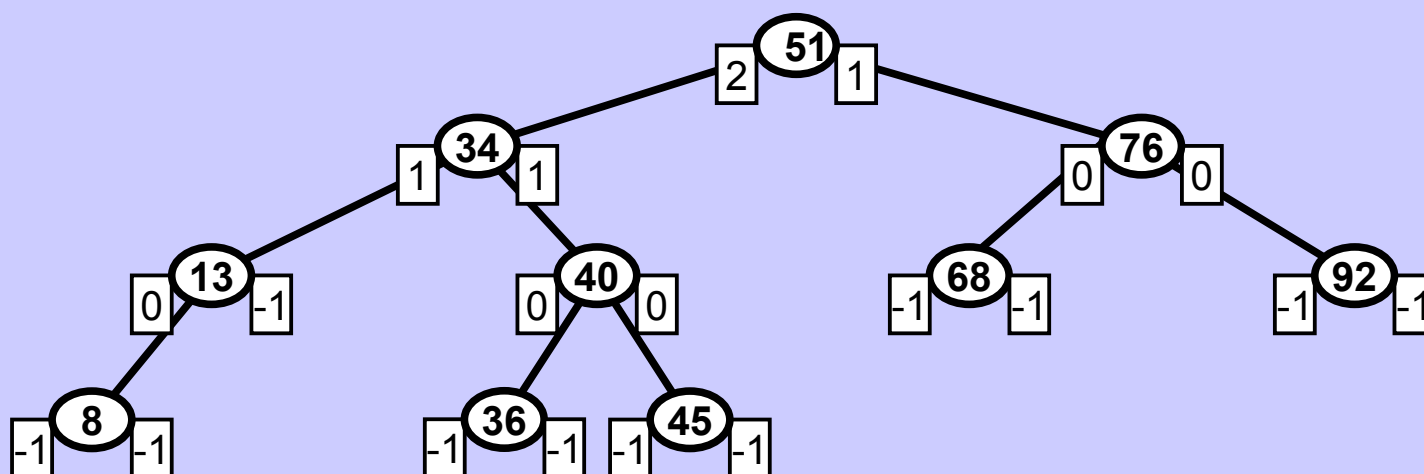
Před



Rotace L je symetrickým obrazem rotace R, jinak se od ní neliší.

Po



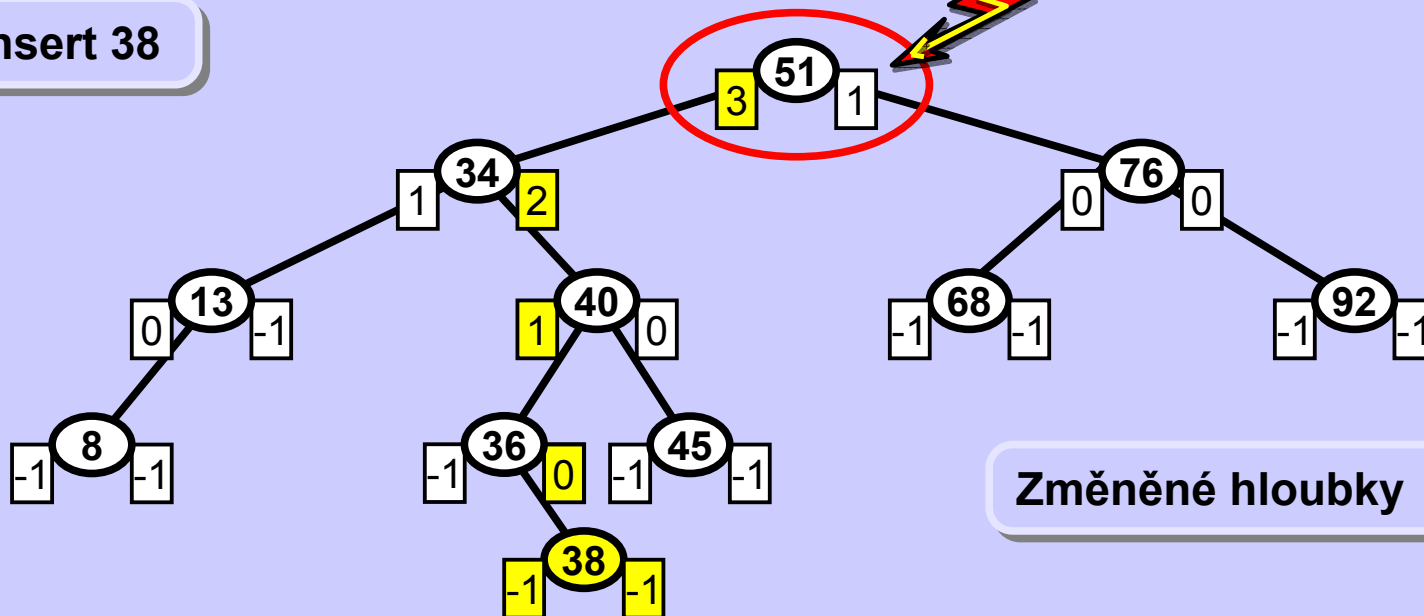
AVL strom

Strom pro demonstraci LR rotace

Vložení uzlu může způsobit rozvážení stromu.

V každém uzlu má být rozdíl výšek obou podstromů roven $-1, 0, 1$!!

Insert 38

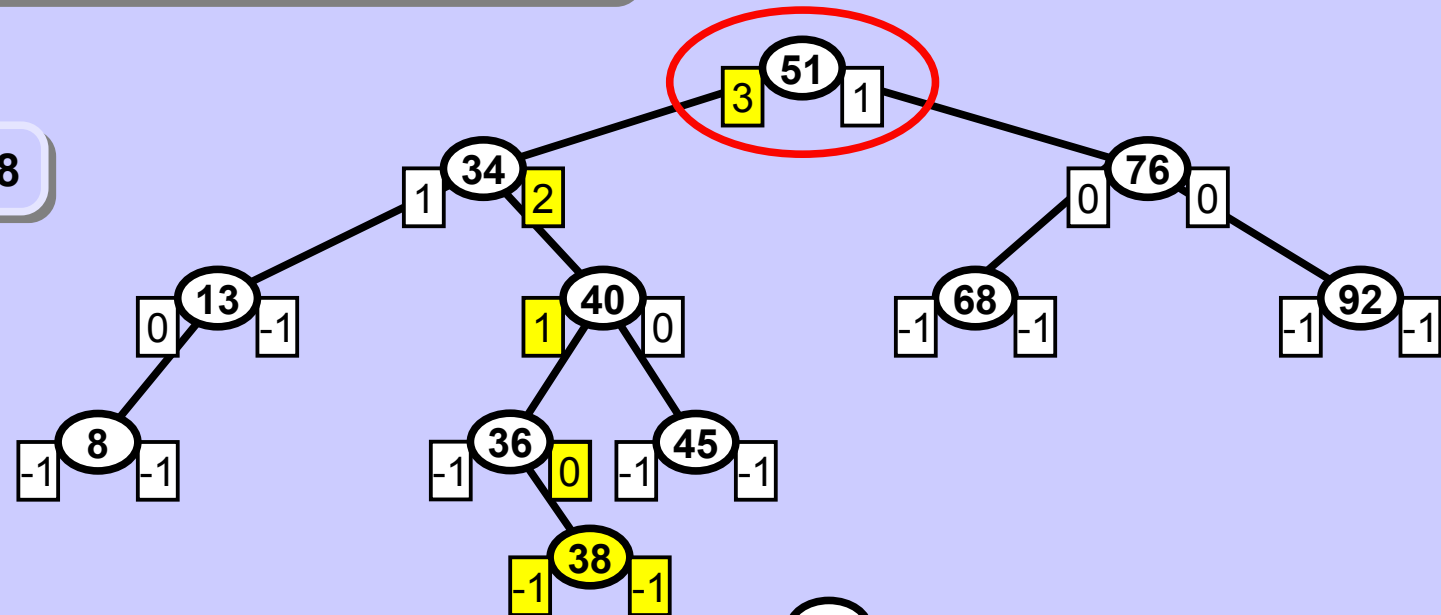


Levý podstrom uzlu 51 je příliš hluboký, strom přestal být AVL.

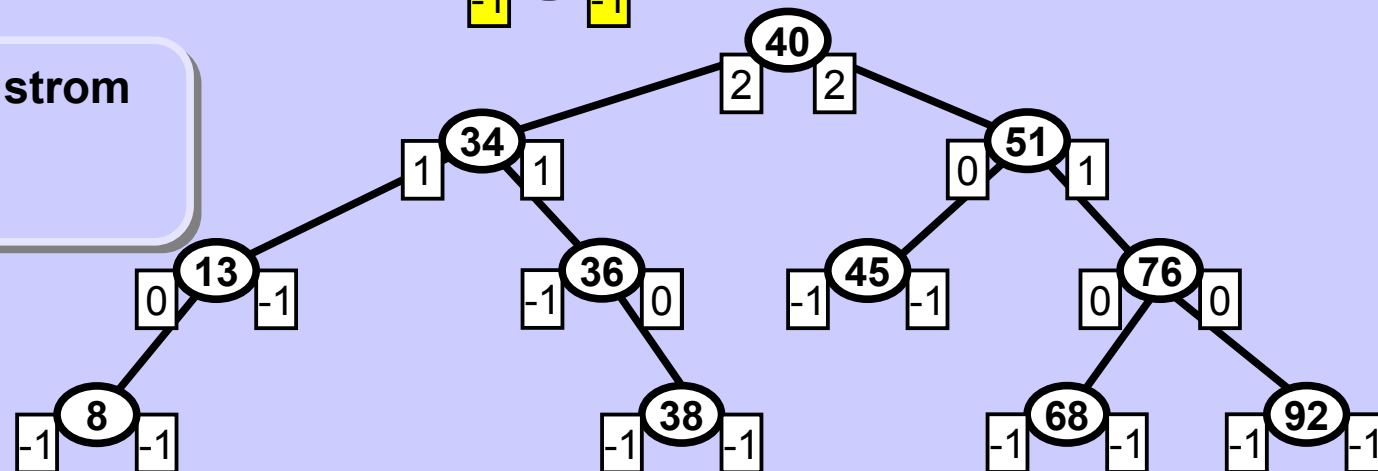
Použití rotace R by nepomohlo, příliš hlubokým by se stal pravý podstrom uzlu 34 díky tomu, že by se jeho hloubka vůbec nezměnila.

Náprava rozvážení pomocí LRrotace

Insert 38

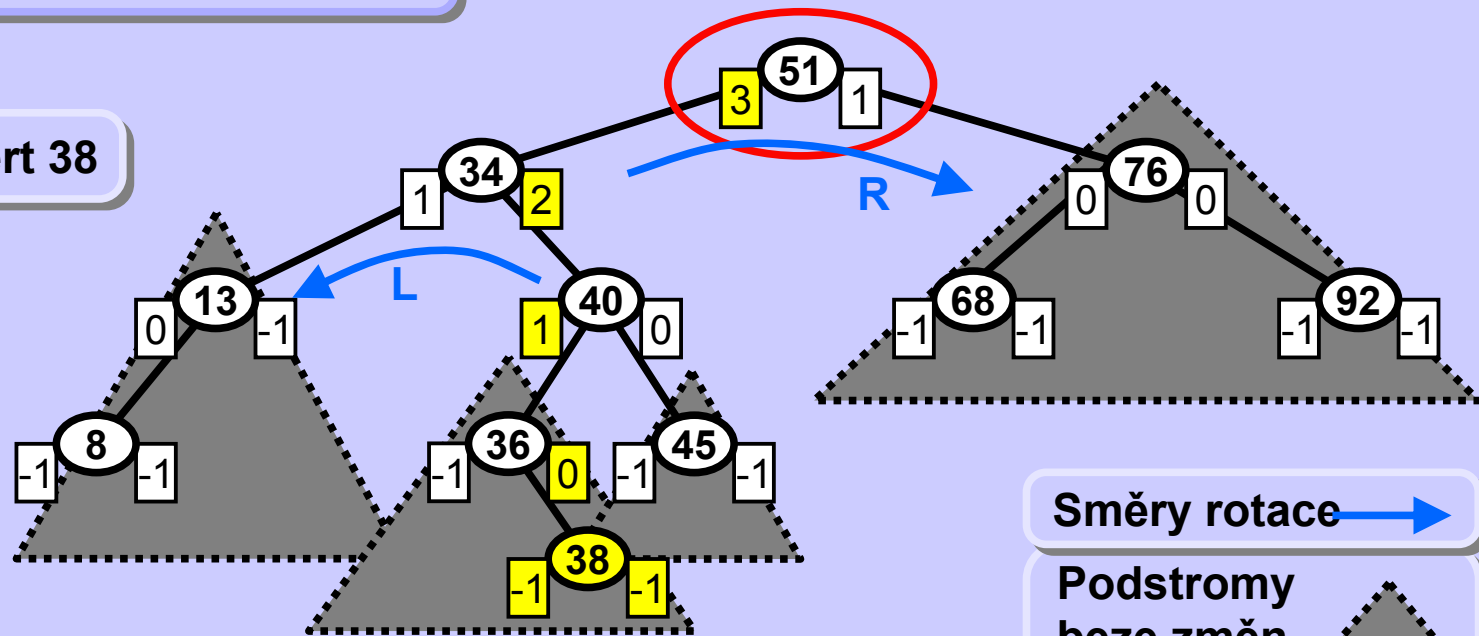


Vyvážený strom
po dvojité
LR rotaci



Náprava rozvážení rotací

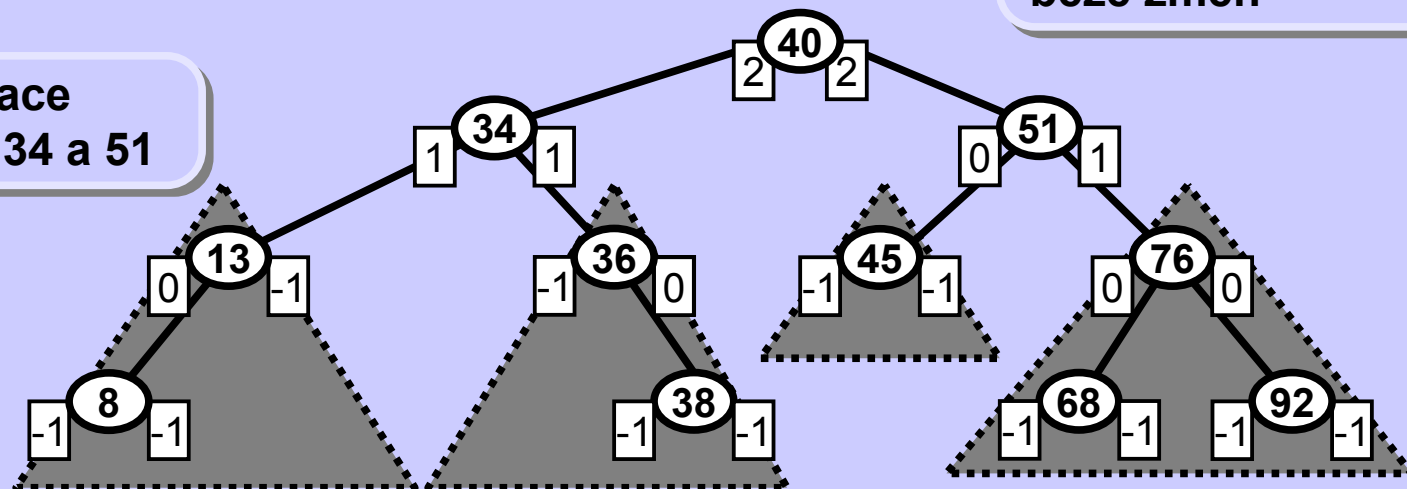
Insert 38



Směry rotace →

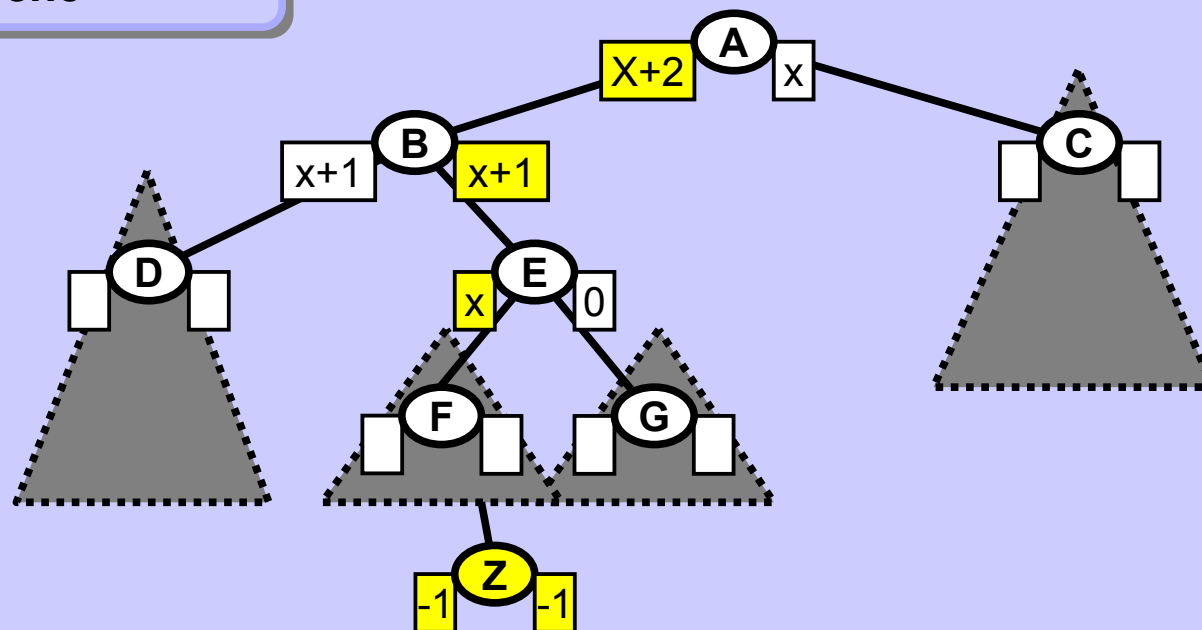
Podstromy
beze změn

LR rotace
v uzlu 34 a 51

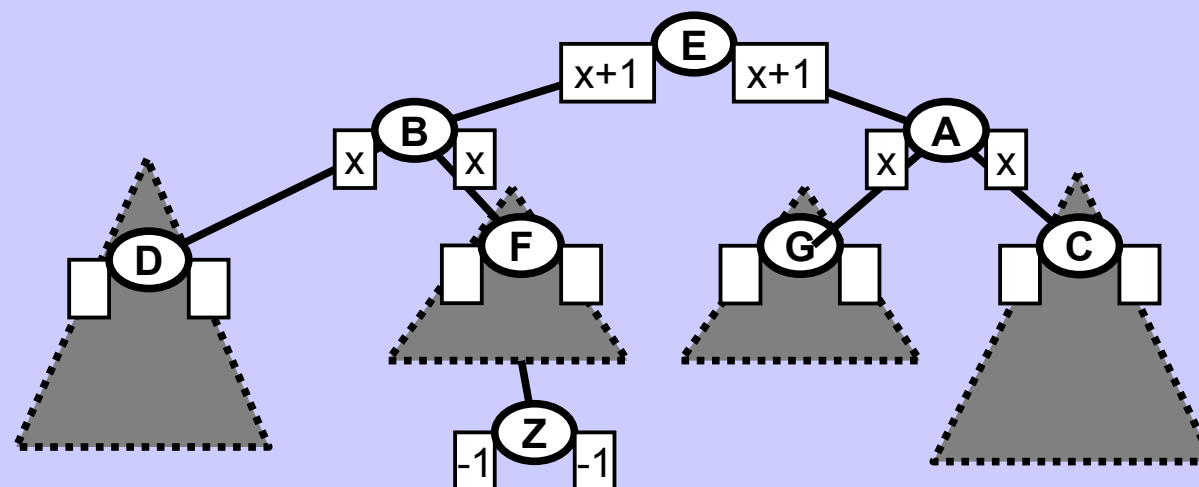


Rotace LR obecně

Před

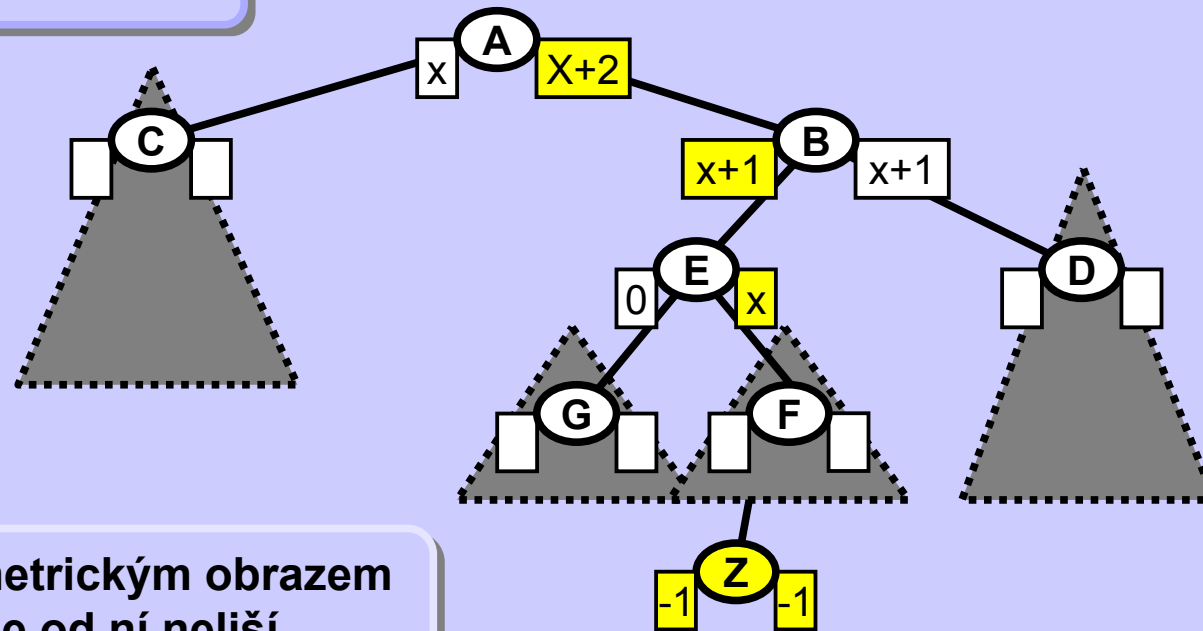


Po



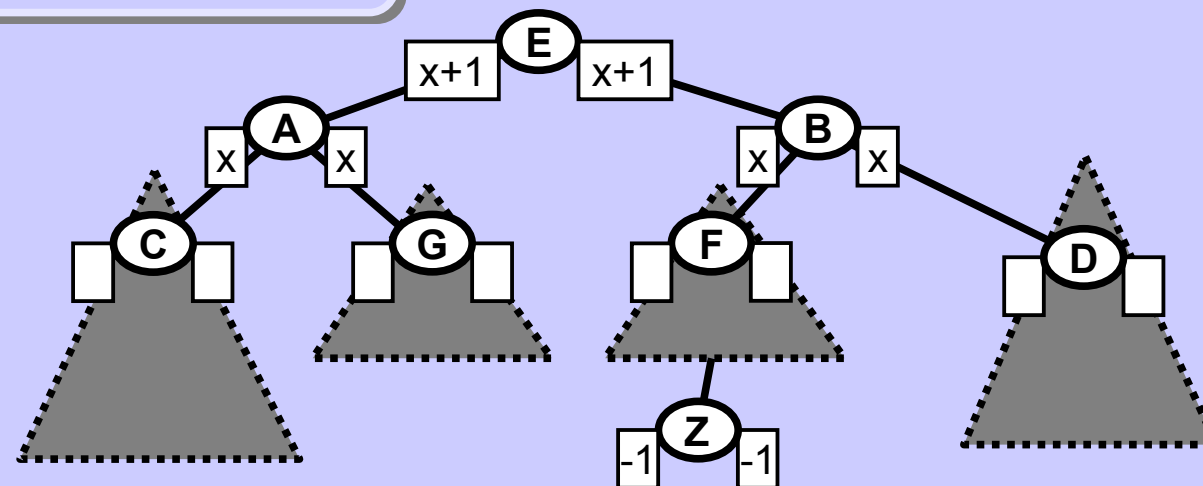
Rotace RL obecně

Před



Rotace RL je symetrickým obrazem rotace LR, jinak se od ní neliší.

Po



Pravidla pro aplikaci L, R, LR nebo RL rotací

Od přidaného (nebo smazaného, viz dále) uzlu postupujeme směrem ke kořeni a aktualizujeme hloubky podstromů v každém navštíveném uzlu.

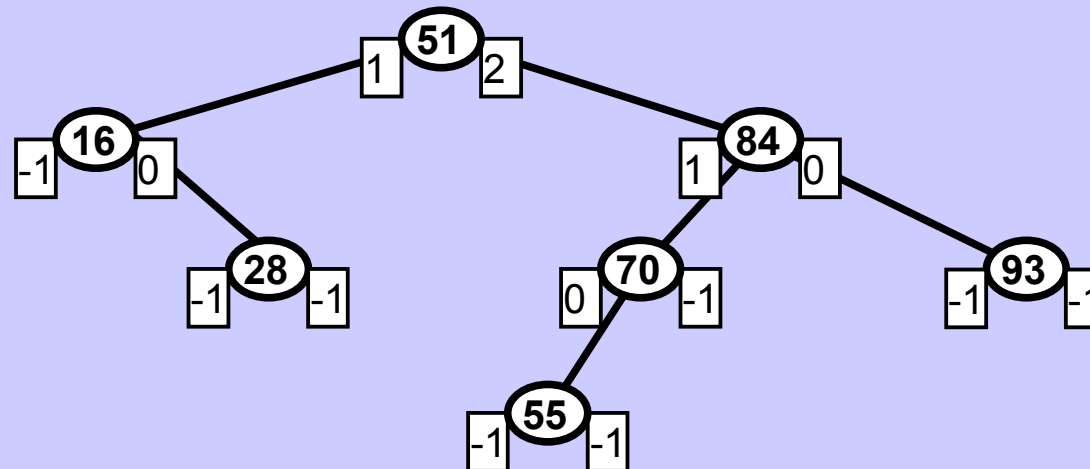
Když narazíme na rozvážený uzel, do kterého jsme bezprostředně došli dvěma hranami *doprava* nahoru, provedeme v tomto uzlu R rotaci.

Když narazíme na rozvážený uzel, do kterého jsme bezprostředně došli dvěma hranami *doleva* nahoru, provedeme v tomto uzlu L rotaci.

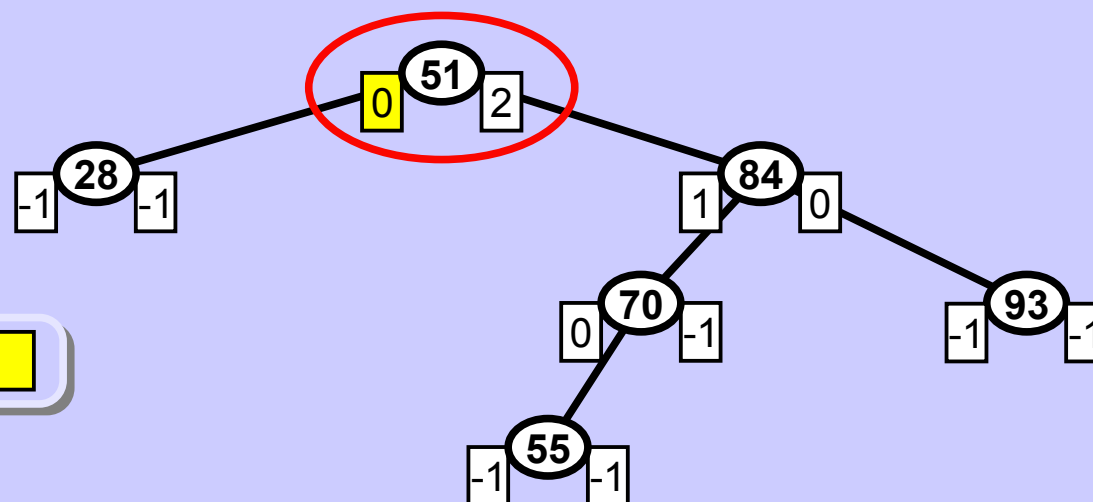
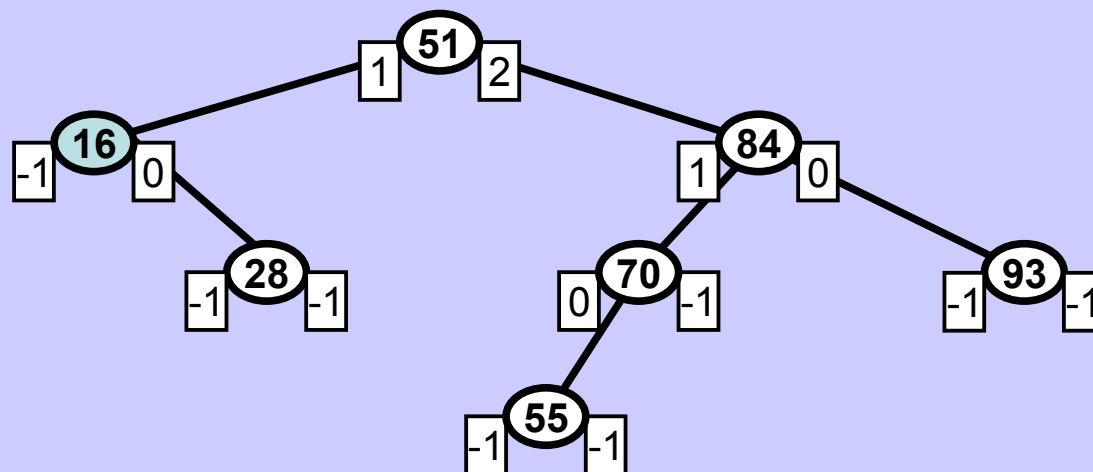
Když narazíme na rozvážený uzel, do kterého jsme bezprostředně došli hranami *doleva a pak doprava* nahoru, provedeme v tomto uzlu LR rotaci.

Když narazíme na rozvážený uzel, do kterého jsme bezprostředně došli hranami *doprava a pak doleva* nahoru, provedeme v tomto uzlu RL rotaci.

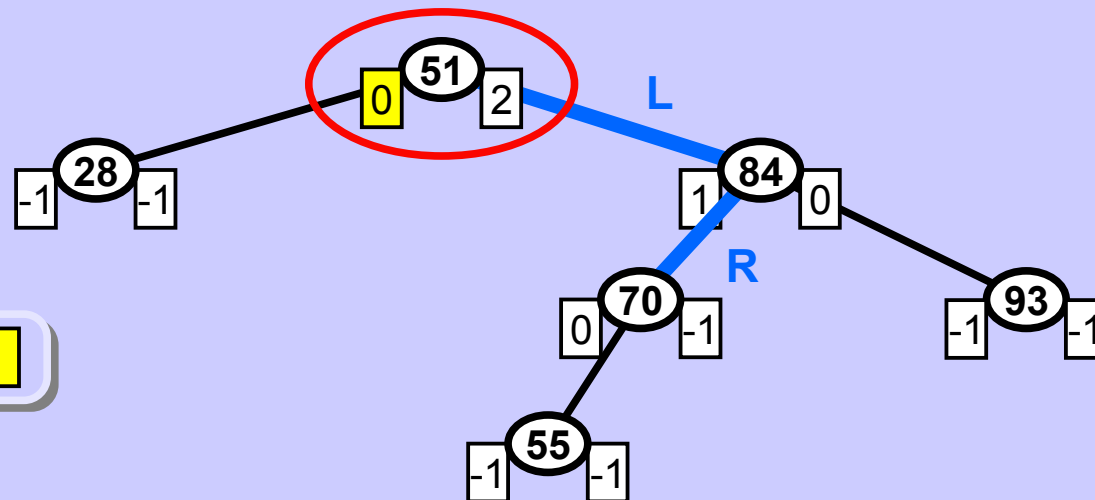
Po provedení jedné rotace je AVL strom opět vyvážen .

Delete v AVL stromu**Strom pro demonstraci rotace po smazání uzlu****Delete 16****Delete proběhne standardně jako v obyčejném BVS.**

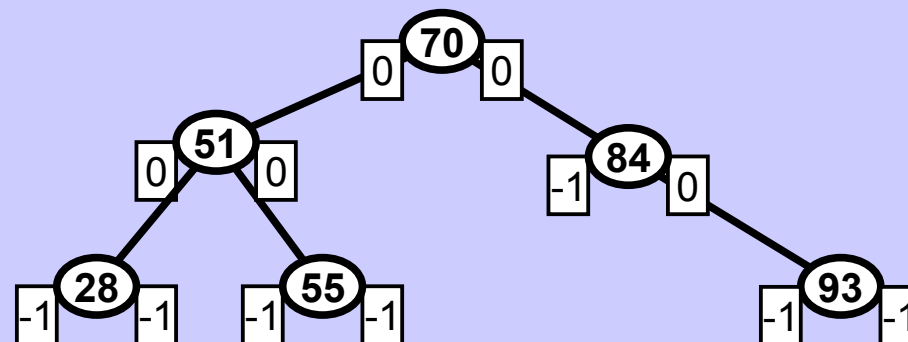
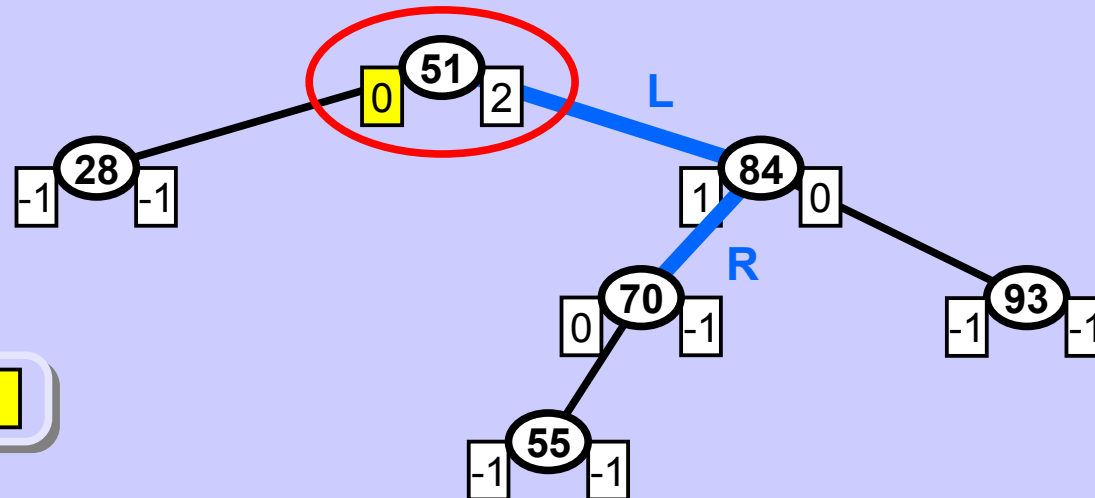
**Poté postupujeme od místa smazání nahoru ke kořeni
a aktualizujeme výšky podstromů v každém uzlu.
Při rozvážení aplikujeme rotaci podobně jako při vkládání.**

Delete v AVL stromu**Delete 16****Změněné hloubky**

Delete v AVL stromu

Změněné hloubky 

Z rozváženého uzlu 51 prozkoumáme kořen sousedního podstromu, než ze kterého jsme přišli, v tomto případě uzel 84. Má-li tento oba své podstromy stejně hluboké použijeme jednoduchou L nebo R rotaci. Má-li je různě hluboké (nejvýše se liší o 1), rozhodneme, zda použijeme L, R, LR, RL rotaci, jako kdyby rozvážení (uzel 51) vzniklo naopak přidáním uzlu do tohoto sousedního podstromu (s kořenem 84). V tomto případě použijeme RL.

Delete v AVL stromu**Delete 16****Změněné hloubky** **Po rotaci RL
v uzlu 84 a 51**

Implementace operací v AVL stromu

...

// homework...

Asymptotické složitosti operací Find, Insert, Delete v BVS a AVL

Operace	BVS s n uzly		AVL strom s n uzly
	Vyvážený	Možná nevyvážený	Vyvážený
Find	$O(\log(n))$	$O(n)$	$O(\log(n))$
Insert	$\Theta(\log(n))$	$O(n)$	$\Theta(\log(n))$
Delete	$\Theta(\log(n))$	$O(n)$	$\Theta(\log(n))$