

Take-Home Eksamen DM500 Studieintroduktion  
til datalogi, Efteråret 2021

Danny Nicolai Larsen (dalar21), Steffen Bach (stbac21),  
Mikkel Brix Nielsen (mikke21)  
Studiegruppe 11

12. november 2021

## Opgave 1 - Eksamen januar 2009 opgave 1

Dem første opgave der vil blive løst kommer fra Eksamens sættet fra januar 2009, og er opgave nr.2. I denne opgaven skal vi betragte de to matricer:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \end{bmatrix} \quad \text{og} \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Til denne opgaver forekommer 2 delopgaver. I den ene delopgave skal matricen der forekommer ved  $A + B$  beregnes, og i den anden delopgave skal matricen, der forekommer ved  $A * B$  beregnes.

### Opgave a)

Lad matricen der forekommer ved  $A + B$  være C, så kan værdien, der skal indsættes i matrice C, på index (i, j), være summen af tallene, der findes i matrice A på index (i, j) samt værdien, der findes i matrice B på index (i, j).

$$C = A + B \tag{1}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{2}$$

$$= \begin{bmatrix} 1+0 & 1+2 & 2+1 \\ 0+0 & 1+0 & 0+0 \\ 1+1 & 0+0 & 3+1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 4 \end{bmatrix} \tag{3}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 4 \end{bmatrix} \tag{4}$$

Og herved er delopgave a løst, og den matrice der forekommer ved at addere matrice A med matrice B,  $A + B$ , vil svare til matrice C.

### Opgave b)

Lad matricen der forekommer ved  $A * B$  være C, så kan værdien, der skal indsættes i matricen C på index (i, j) være summen af produkterne, der optår, når index (i, j) fra matrice A multipliceres med index (j, i) fra matrice B, for alle elementer på række i fra matrice A og kolonne j fra matrice B.

$$C = A * B \quad (5)$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$= \begin{bmatrix} 1*0+1*0+2*2 & 1*2+1*0+2*0 & 1*1+1*0+2*1 \\ 0*0+1*0+0*2 & 0*2+1*0+0*0 & 0*1+1*0+0*1 \\ 1*0+0*0+3*2 & 1*2+0*0+3*0 & 1*1+0*0+3*1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \\ 6 & 2 & 4 \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$C = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \\ 6 & 2 & 4 \end{bmatrix} \quad (8)$$

Og herved er delopgave b løst, og den matrice der forekommer ved at multiplicere matrice A med matrice B,  $A * B$ , vil svare til matrice C.

## Opgave 2 - Reeksamen februar 2015 opgave 2

- (a) Hvilke af følgende udsagn er sande?

$$\forall x \in \mathbb{N}: \exists y \in \mathbb{N}: x < y$$

$$\forall x \in \mathbb{N}: \exists! y \in \mathbb{N}: x < y$$

$$\exists x \in \mathbb{N}: \forall y \in \mathbb{N}: x < y$$

Første udsagn siger at for alle  $x$ , eksisterer der mindst et  $y$  hvorom det gælder at  $x < y$

Dette er sandt, da man kan sætte  $y = x + 1$

Andet udsagn siger at for alle  $x$ , eksisterer der *kun* et  $y$  hvorom det gælder at  $x < y$

Dette er falsk da der findes flere tal der er større end  $x$  f.eks.  $x+1, x+2$  osv.

Tredje udsagn siger at man kan vælge et enkelt  $x$ , hvor ligemeget hvilket  $y$  man vælger gælder det at  $x < y$

Dette er falsk, da man ligemeget hvilket  $x$  der er valgt, vil man kunne vælge  $y - 1$

- (b) Angiv negeringen af udsagn 1. fra spørgsmål a).

Negerings-operatoren ( $\neg$ ) må ikke indgå i dit udsagn.

$$\neg(\forall x \in \mathbb{N}: \exists y \in \mathbb{N}: x < y) \Leftrightarrow$$

$$\exists x \in \mathbb{N}: \forall y \in \mathbb{N}: \neg(x < y) \Leftrightarrow$$

$$\exists x \in \mathbb{N}: \forall y \in \mathbb{N}: x \geq y$$

Først negeres kvantorerne, og derefter negeres det logiske udsagn.

$$\underline{\underline{\exists x \in \mathbb{N}: \forall y \in \mathbb{N}: x \geq y}}$$

### Opgave 3 - Reeksamen februar 2015 opgave 3

Lad  $R$ ,  $S$  og  $T$  være binære relationer på mængden  $\{1, 2, 3, 4\}$ .

- (a) Lad  $R = \{(1, 1), (2, 1), (2, 2), (2, 4), (3, 1), (3, 3), (3, 4), (4, 1), (4, 4)\}$   
Er  $R$  en partiel ordning?

Ja  $R$  er en partiel ordning da den er både reflektiv, transitiv og antisymmetrisk

- (b) Lad  $S = \{(1, 2), (2, 3), (2, 4), (4, 2)\}$   
Angiv den transitive lukning af  $S$

Den transitive lukning af  $S$  er :

$\{(1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (4, 2), (4, 4)\}$

- (c) Lad  $T = \{(1, 1), (1, 3), (2, 2), (2, 4), (3, 1), (3, 3), (4, 2), (4, 4)\}$   
Bemærk, at  $T$  er en ækvivalens-relation.  
Angiv  $T$ 's ækvivalens-klasser.

Ækvivalens-klasserne er:

$\{1, 3\}$  og  $\{2, 4\}$

## Opgave 4