

**Формальная постановка задачи
оптимизации расписания с использованием
алгоритма имитации отжига**

Ефанов Михаил Михайлович

18 ноября 2025 г.

Формальная постановка задачи

Дано:

- N – количество работ;
- $J = \{j_1, j_2, \dots, j_N\}$ – множество работ;
- $\tau = \{t_1, t_2, \dots, t_N\}$ – множество времен выполнения соответствующих заданий $j_i, \forall i \in \overline{1, N} t_i > 0$.
- M – количество процессоров;
- $P = \{p_1, p_2, \dots, p_M\}$ – множество процессоров, на которых выполняются работы.

Расписание:

Расписанием является булева матрица $HP \in B^{N \times M}$, в которой $hp_{ij} \in \{0, 1\}$, где $i \in \overline{1, N}$, а $j \in \overline{1, M}$. Значение $s_{ij} = 1$ означает, что работа с номером i выполняется на процессоре с номером j , а $hp_{ij} = 0$ – что работа с номером i не выполняется на процессоре с номером j .

Требуется:

Построить расписание $HP^{N \times M}$, при котором будет минимизирован критерий, при этом все задания J будут выполнены на множестве процессоров P без прерываний, с учетом ограниченных ресурсов, и не будет пересечений в использовании процессоров, т.е.

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M hp_{ij} = N \\ \forall i \in \overline{1, N} \sum_{j=1}^M hp_{ij} = 1 \end{cases}$$

Минимизируемый критерий:

Для каждой работы i определяется время завершения C_i в расписании: если $i \in G_j$, то $C_i = \sum_{k \in G_j, k \text{ выполнится до } i} t_k + t_i$. Для определения порядка, работы на процессоре сортируются по убыванию t_i

Тогда

$$T_{\max} = \max_{i \in \overline{1, N}} C_i \quad (1)$$

$$T_{\min} = \min_{i \in \overline{1, N}} C_i \quad (2)$$

$$K_1 = T_{\max} - T_{\min} \quad (3)$$

Ограничения

- Каждый процессор $p_j \in P$ в любой момент времени может выполнять не более одного задания.
- Во время выполнения задания процессором, не возникает прерываний.
- Процессор может мгновенно (без прерывания) переключаться между заданиями.
- Время выполнения $t_i \in \tau$ фиксировано.