

**Формальная постановка задачи  
оптимизации расписания с использованием  
алгоритма имитации отжига**

Ефанов Михаил Михайлович

18 ноября 2025 г.

## Формальная постановка задачи

### Дано:

- $N$  – количество работ;
- $J = \{j_1, j_2, \dots, j_N\}$  – множество работ;
- $\tau = \{t_1, t_2, \dots, t_N\}$  – множество времен выполнения соответствующих заданий  $j_i, \forall i \in \overline{1, N} \ t_i > 0$ .
- $M$  – количество процессоров;
- $P = \{p_1, p_2, \dots, p_M\}$  – множество процессоров, на которых выполняются работы.

### Расписание:

Расписанием является булева матрица  $HP \in B^{N \times M}$ , в которой  $hp_{ij} \in \{0, 1\}$ , где  $i \in \overline{1, N}$ , а  $j \in \overline{1, M}$ . Значение  $hp_{ij} = 1$  означает, что работа с номером  $i$  выполняется на процессоре с номером  $j$ , а  $hp_{ij} = 0$  – что работа с номером  $i$  не выполняется на процессоре с номером  $j$ .

### Требуется:

Построить расписание  $HP^{N \times M}$ , при котором будет минимизирован критерий, при этом все задания  $J$  будут выполнены на множестве процессоров  $P$  без прерываний, с учетом ограниченных ресурсов, и не будет пересечений в использовании процессоров, т.е.

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M hp_{ij} = N \\ \forall i \in \overline{1, N} \sum_{j=1}^M hp_{ij} = 1 \end{cases}$$

## Минимизируемый критерий:

Для каждой работы  $i$  определяется время завершения  $C_i$  в расписании: если  $i \in G_j$ , то  $C_i = \sum_{k \in G_j, k \text{ выполнится до } i} t_k + t_i$ . Для определения порядка, работы на процессоре сортируются по убыванию  $t_i$

Тогда

$$T_{\max} = \max_{i \in \overline{1, N}} C_i \quad (1)$$

$$T_{\min} = \min_{i \in \overline{1, N}} C_i \quad (2)$$

$$K1 = T_{\max} - T_{\min} \quad (3)$$

## Ограничения

- Каждый процессор  $p_j \in P$  в любой момент времени может выполнять не более одного задания.
- Во время выполнения задания процессором, не возникает прерываний.
- Процессор может мгновенно (без прерывания) переключаться между заданиями.
- Время выполнения  $t_i \in \tau$  фиксировано.