Отчёт по лабораторной работе №6

Модель эпидемии SIR

Надежда Александровна Рогожина

Содержание

1 Задание **5**

2 Теоретическое введение **6**

3 Выполнение лабораторной работы **7**

4 Выводы **12**

Список литературы **13**

Список иллюстраций

2.1 dS/dt 6
2.2 dI/dt 6

3.1 sir1 9
3.2 sir2 9
3.3 Код I0<=I* 10
3.4 I0<=I* 10
3.5 Код для I0>I* 11
3.6 I0>I* 11

Список таблиц

1 Задание

Рассмотрим простейшую модель эпидемии. Предположим, что некая популяция, состоящая из N особей, (считаем, что популяция изолирована) подразделяется на три группы. 1. Первая группа - это восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи, обозначим их через $S(t)$. 2. Вторая группа – это число инфицированных особей, которые также при этом являются распространителями инфекции, обозначим их $I(t)$. 3. А третья группа, обозначающаяся через $R(t)$ – это здоровые особи с иммунитетом к болезни.

До того, как число заболевших не превышает критического значения I^* , считаем, что все больные изолированы и не заражают здоровых. Когда $I(t) > I^*$, тогда инфицирование способны заражать восприимчивых к болезни особей.

2 Теоретическое введение

Скорость изменения числа S(t) меняется по следующему закону (рис. 2.1):

$$\frac{dS}{dt} = \begin{cases} -\alpha S, \text{ если } I(\mathrm{t}) > \mathrm{I}^* \\ 0, \text{ если } I(\mathrm{t}) \le \mathrm{I}^* \end{cases}$$

Рис. 2.1: dS/dt

Поскольку каждая восприимчивая к болезни особь, которая, в конце концов, заболевает, сама становится инфекционной, то скорость изменения числа инфекционных особей представляет разность за единицу времени между заразившимися и теми, кто уже болеет и лечится, т.е. (рис. 2.2):

$$\frac{dI}{dt} = \begin{cases} \alpha S - \beta I, \text{ если } I(\mathrm{t}) > \mathrm{I}^* \\ -\beta I, \text{ если } I(\mathrm{t}) \le \mathrm{I}^* \end{cases}$$

Рис. 2.2: dI/dt

А скорость изменения выздоравливающих особей (при этом приобретающие иммунитет к болезни) остается одинковой в обоих случаях - $\beta * I$.

Постоянные пропорциональности α,β - это коэффициенты заболеваемости и выздоровления соответственно.

3 Выполнение лабораторной работы

Используя `Jupyter Notebook`, напишем следующий код для реализации модели:

```
N = 20000
t = 0
I0 = 99
R0 = 5
S0 = N - I0 - R0
alpha = 0.01
beta = 0.02
u0 = [S0, I0, R0]
p = [alpha, beta]
tspan = (0.0, 200.0)

using Plots
using DifferentialEquations

# I0 < I*
function sir(u,p,t)
    (S,I,R) = u
    (alpha, beta) = p
    N = S+I+R
    dS = 0
    dI = -beta*I
```

```
    dR = beta*I
    return [dS, dI, dR]
end

# I0 > I*
function sir2(u,p,t)
    (S,I,R) = u
    (alpha, beta) = p
    N = S+I+R
    dS = -alpha*S
    dI = alpha*S - beta*I
    dR = beta*I
    return [dS, dI, dR]
end
```

Здесь приведены 2 ветки: - при I0<=I - *при I0>I*

Визуализировав результаты вычисления (функций `ODEProblem` и `solve`), получили следующие результаты (рис. 3.1, рис. 3.2):

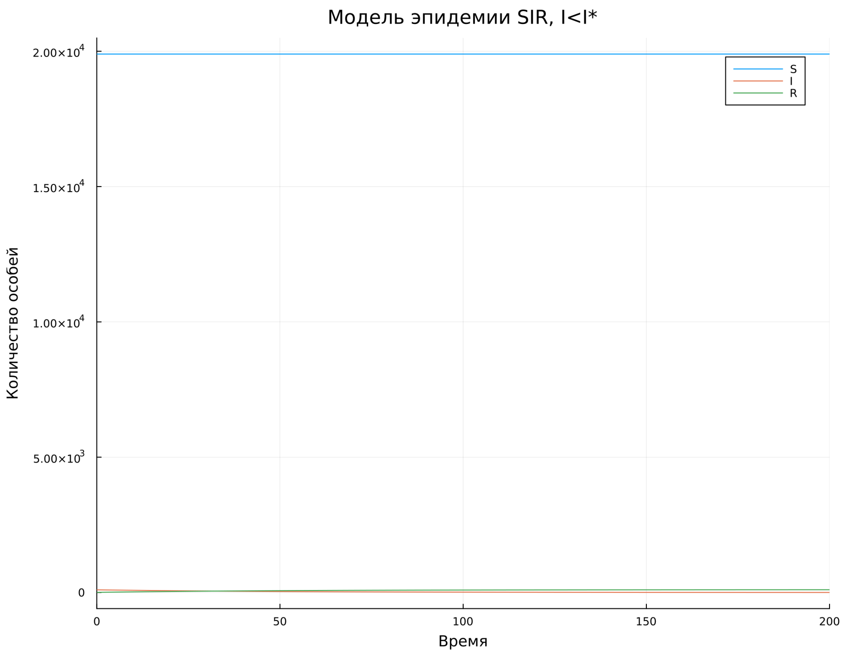

Рис. 3.1: sir1

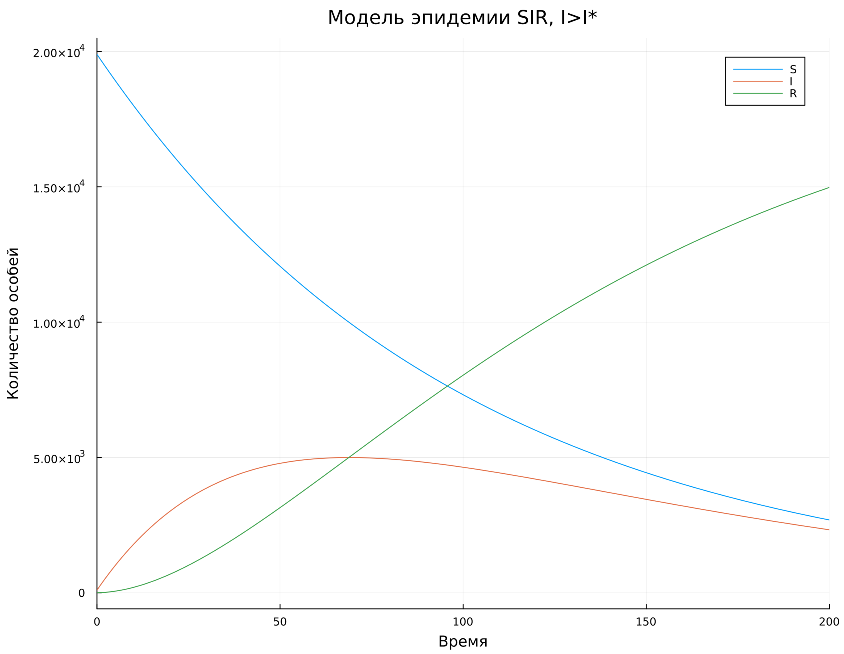

Рис. 3.2: sir2

Второй этап работы - проделать те же действия в OpenModelica. Для первого случая (I0<=I*) был реализован следующий код (рис. 3.3):

```
model lab6
  parameter Real N=20000;
  parameter Real alpha = 0.01;
  parameter Real beta = 0.02;
  parameter Real I0 = 99;
  parameter Real R0 = 5;
  parameter Real S0 = N-I0-R0;
  Real S(start=S0);
  Real I(start=I0);
  Real R(start=R0);

equation
  der(S) = 0;
  der(I) = -beta*I;
  der(R) = beta*I;
end lab6;
```

Рис. 3.3: Код I0<=I*

И был получен следующий результат (рис. 3.4):

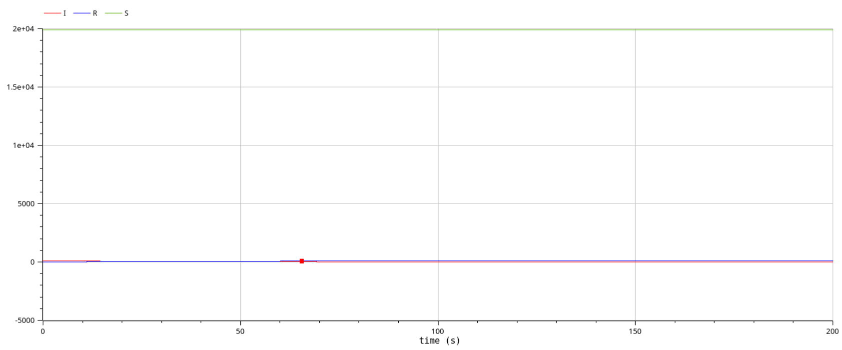

Рис. 3.4: I0<=I*

Для второго случая (I0>I*) также был реализован код (рис. 3.5):

```
model lab6
  parameter Real N=20000;
  parameter Real alpha = 0.01;
  parameter Real beta = 0.02;
  parameter Real I0 = 99;
  parameter Real R0 = 5;
  parameter Real S0 = N-I0-R0;
  Real S(start=S0);
  Real I(start=I0);
  Real R(start=R0);

equation
  der(S) = -alpha*S;
  der(I) = alpha*S-beta*I;
  der(R) = beta*I;
end lab6;
```

Рис. 3.5: Код для I0>I*

И визуализирован результат (рис. 3.6):

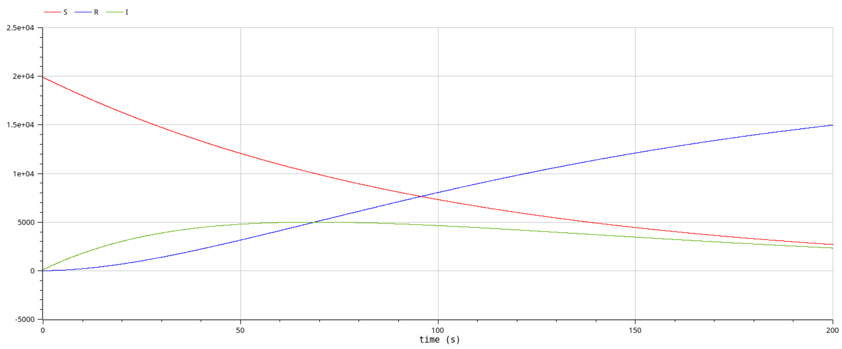

Рис. 3.6: I0>I*

4 Выводы

В ходе работы мы смоделировали модель эпидемии SIR с помощью языка программирования `Julia` и средства `OpenModelica` и получили одинаковый результат.

Список литературы