Модель эпидемии SIR.

Лабораторная работа №6.

Рогожина Н.А.

3 мая 2025

Российский университет дружбы народов, Москва, Россия

Информация

Докладчик

- Рогожина Надежда Александровна
- студентка 3 курса НФИбд-02-22
- Российский университет дружбы народов
- https://mikogreen.github.io/

Задание

Задание

Рассмотрим простейшую модель эпидемии. Предположим, что некая популяция, состоящая из N особей, (считаем, что популяция изолирована) подразделяется на три группы. 1. Первая группа - это восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи, обозначим их через S(t). 2. Вторая группа – это число инфицированных особей, которые также при этом являются распространителями инфекции, обозначим их I(t). 3. А третья группа, обозначающаяся через R(t) – это здоровые особи с иммунитетом к болезни.

До того, как число заболевших не превышает критического значения I* , считаем, что все больные изолированы и не заражают здоровых. Когда I(t) > I*, тогда инфицирование способны заражать восприимчивых к болезни особей.

Теоретическое введение

Теоретическое введение

Скорость изменения числа S(t) меняется по следующему закону:

$$\frac{dS}{dt} = \begin{cases} -\alpha S, \text{ если } I(t) > I^* \\ 0, \text{ если } I(t) \leq I^* \end{cases}$$

Рис. 1: dS/dt

Теоретическое введение

Поскольку каждая восприимчивая к болезни особь, которая, в конце концов, заболевает, сама становится инфекционной, то скорость изменения числа инфекционных особей представляет разность за единицу времени между заразившимися и теми, кто уже болеет и лечится, т.е.:

$$\frac{dI}{dt} = \begin{cases} \alpha S - \beta I, & \text{если } I(t) > I^* \\ -\beta I, & \text{если } I(t) \le I^* \end{cases}$$

Рис. 2: dI/dt

А скорость изменения выздоравливающих особей (при этом приобретающие иммунитет к болезни) остается одинковой в обоих случаях - $\beta * I$.

Постоянные пропорциональности α,β - это коэффициенты заболеваемости и выздоровления соответственно.

Выполнение

Используя `Jupyter Notebook`, напишем следующий код для реализации модели:

```
N = 20000
t = 0
I0 = 99
R0 = 5
S0 = N - I0 - R0
alpha = 0.01
beta = 0.02
u0 = [S0, I0, R0]
p = [alpha, beta]
tspan = (0.0, 200.0)
```

Код Julia

```
using Plots
using DifferentialEquations

# I0 < I*
function sir(u,p,t)
    (S,I,R) = u
    (alpha, beta) = p
    N = S+I+R
    dS = 0
    dI = -beta*I
    dR = beta*I
    return [dS, dI, dR]
end
```

```
# I0 > I*
function sir2(u,p,t)
    (S,I,R) = u
    (alpha, beta) = p
    N = S+I+R
    dS = -alpha*S
    dI = alpha*S - beta*I
    dR = beta*I
    return [dS, dI, dR]
end
```

Визуализировав результаты вычисления (функций `ODEProblem` и `solve`), получили следующие результаты:

Визуализация результатов

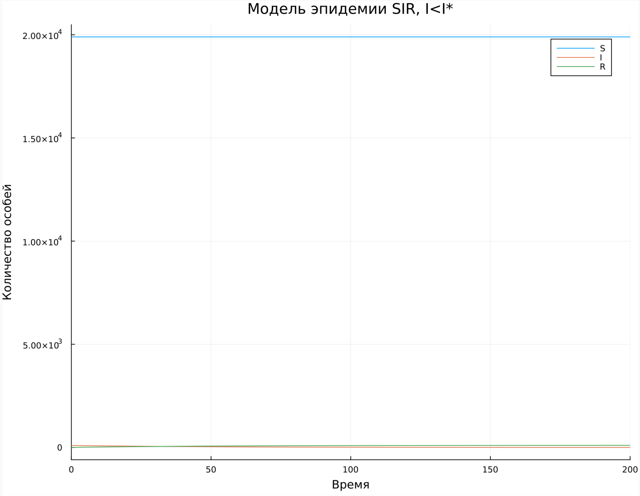

Рис. 3: sir1

Визуализация результатов

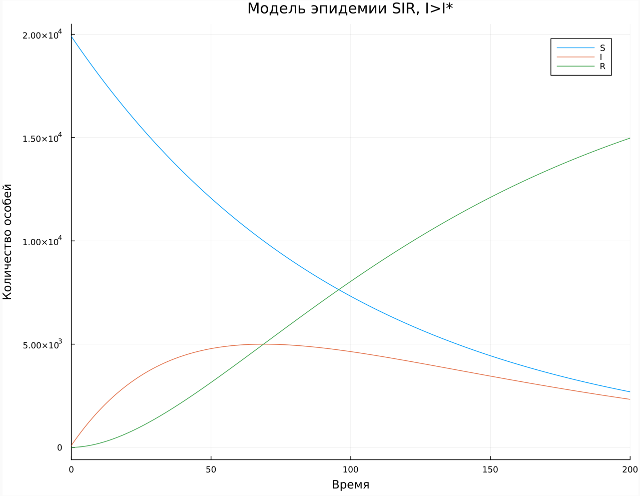

Рис. 4: sir2

Второй этап

Второй этап работы - проделать те же действия в OpenModelica. Для первого случая (I0<=I*) был реализован следующий код:

```
model lab6
  parameter Real N=20000;
  parameter Real alpha = 0.01;
  parameter Real beta = 0.02;
  parameter Real I0 = 99;
  parameter Real R0 = 5;
  parameter Real S0 = N-I0-R0;
  Real S(start=S0);
  Real I(start=I0);
  Real R(start=R0);

equation
  der(S) = 0;
  der(I) = -beta*I;
  der(R) = beta*I;
end lab6;
```

Рис. 5: Код I0<=I*

И был получен следующий результат:

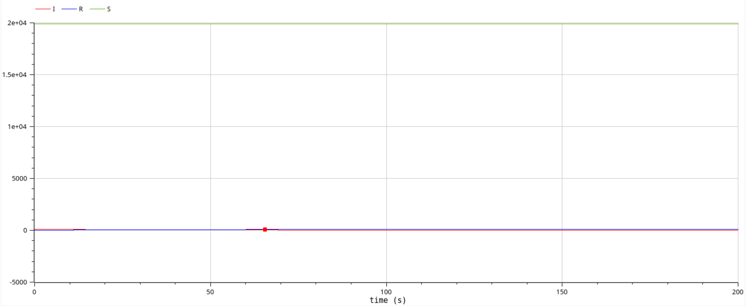

Рис. 6: I0<=I*

Для второго случая (I0>I*) также был реализован код:

```
model lab6
  parameter Real N=20000;
  parameter Real alpha = 0.01;
  parameter Real beta = 0.02;
  parameter Real I0 = 99;
  parameter Real R0 = 5;
  parameter Real S0 = N-I0-R0;
  Real S(start=S0);
  Real I(start=I0);
  Real R(start=R0);

equation
  der(S) = -alpha*S;
  der(I) = alpha*S-beta*I;
  der(R) = beta*I;
end lab6;
```

Рис. 7: Код для I0>I*

И визуализирован результат:

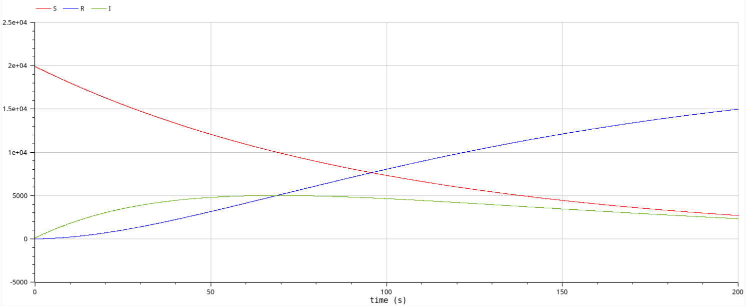

Рис. 8: |0>|*

Выводы

Выводы

В ходе работы мы смоделировали модель эпидемии SIR с помощью языка программирования `Julia` и средства `OpenModelica` и получили одинаковый результат.