

Отчёт по лабораторной работе №4

Модель гармонических колебаний

Надежда Александровна Рогожина

Содержание

1	Задание	5
2	Теоретическое введение	6
3	Выполнение лабораторной работы	7
4	Выводы	16
	Список литературы	17

Список иллюстраций

3.1	Решение уравнения для 1-го случая	9
3.2	Фазовый портрет для 1-го случая	9
3.3	Решение уравнения для 2-го случая	10
3.4	Фазовый портрет для 2-го случая	10
3.5	Решение уравнения для 3-го случая	11
3.6	Фазовый портрет для 3-го случая	11
3.7	Решение уравнения для 1-го случая	12
3.8	Фазовый портрет для 1-го случая	13
3.9	Решение уравнения для 2-го случая	13
3.10	Фазовый портрет для 2-го случая	14
3.11	Решение уравнения для 3-го случая	14
3.12	Фазовый портрет для 3-го случая	15

Список таблиц

1 Задание

Постройте фазовый портрет гармонического осциллятора и решение уравнения гармонического осциллятора для следующих случаев:

1. Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы $x'' + 5x = 0$
2. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы $x'' + 2x' + 5x = 0$
3. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы $x'' + 4x' + x = \sin(14t)$

На интервале $t \in [0; 30]$ (шаг 0.05) с начальными условиями $x_0 = 0, y_0 = 1$.

2 Теоретическое введение

Движение грузика на пружинке, маятника, заряда в электрическом контуре, а также эволюция во времени многих систем в физике, химии, биологии и других науках при определенных предположениях можно описать одним и тем же дифференциальным уравнением, которое в теории колебаний выступает в качестве основной модели. Эта модель называется линейным гармоническим осциллятором.

3 Выполнение лабораторной работы

Первоначально, работа была выполнена с помощью языка Julia в Jupyter notebook с помощью следующего кода:

```
function harm(dx,x,p,t)
    - p[1] * dx - p[2] * x
end

tspan = (0.0, 30.0)
x0 = 0.0
dx0 = 1.0

p1 = [0, 5] # 2*gamma, omega^2
p2 = [2, 5]
p3 = [4, 1]

function harm_p3(dx,x,p,t)
    - p[1] * dx - p[2] * x + sin(14*t)
end

prob1 = SecondOrderODEProblem(harm, dx0, x0, tspan, p1)
num_sol1 = solve(prob1, Tsit5(), saveat=0.05)
plot(num_sol1, label = ["y" "x"], xlabel="t",
     title = "Колебания без затухания и внешней силы")
```

```

plot(num_sol1, label="phase", idxs=(2,1),
     title="Фазовый портрет без затухания и внешней силы")

prob2 = SecondOrderODEProblem(harm, dx0, x0, (0.0, 10.0), p2)
num_sol2 = solve(prob2, Tsit5(), saveat=0.05)
plot(num_sol2, label = ["y" "x"], xlabel="t",
     title = "Колебания с затухания, но без внешней силы")

plot(num_sol2, label="phase", idxs=(2,1),
     title="Колебания с затухания, но без внешней силы")

prob3 = SecondOrderODEProblem(harm_p3, dx0, x0, tspan, p3)
num_sol3 = solve(prob3, Tsit5(), saveat=0.05)
plot(num_sol3, label = ["y" "x"], xlabel="t",
     title = "Колебания с затухания, но без внешней силы")

plot(num_sol3, label="phase", idxs=(2,1),
     title="Колебания с затуханием и внешней силой")

```

В результате были получены следующие решения уравнений и фазовые портреты (рис. 3.1, рис. 3.2, рис. 3.3, рис. 3.4, рис. 3.5, рис. 3.6):

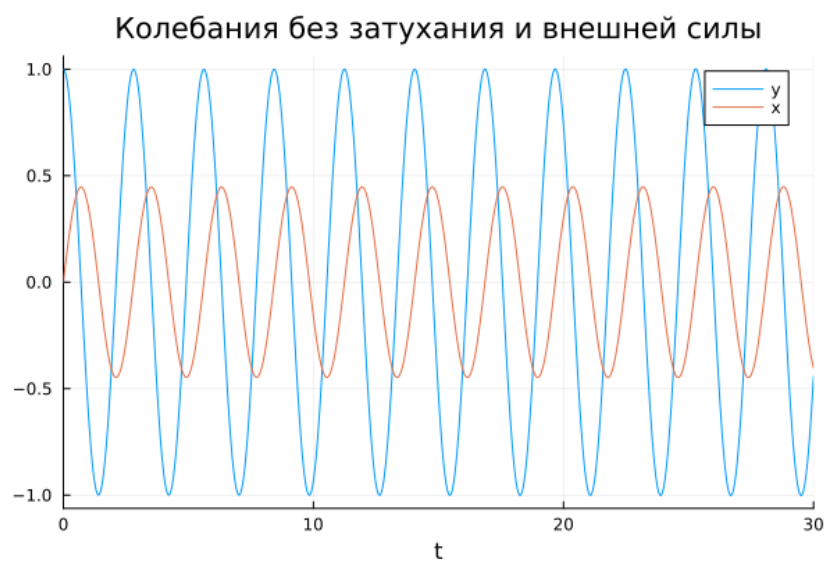


Рис. 3.1: Решение уравнения для 1-го случая

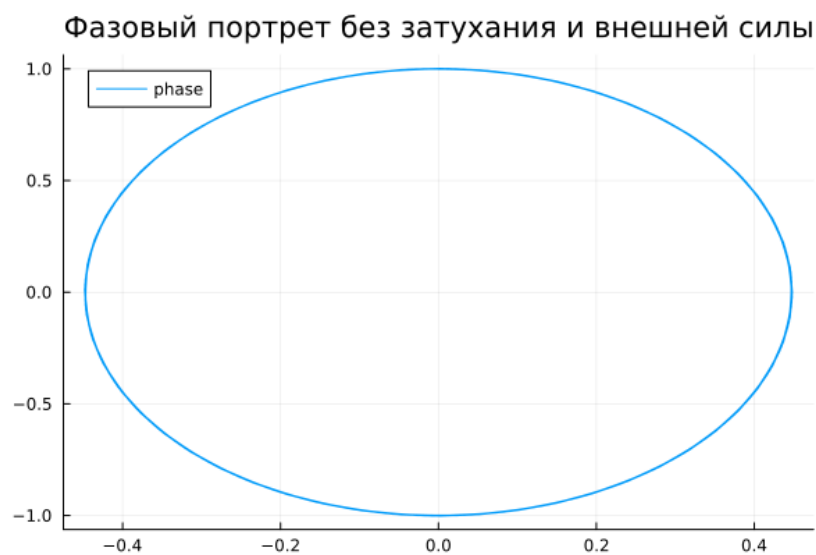


Рис. 3.2: Фазовый портрет для 1-го случая

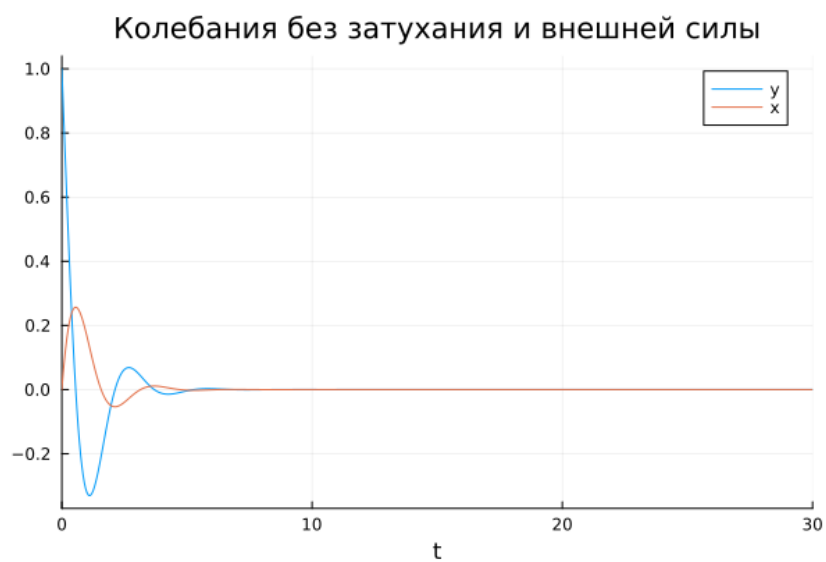


Рис. 3.3: Решение уравнения для 2-го случая

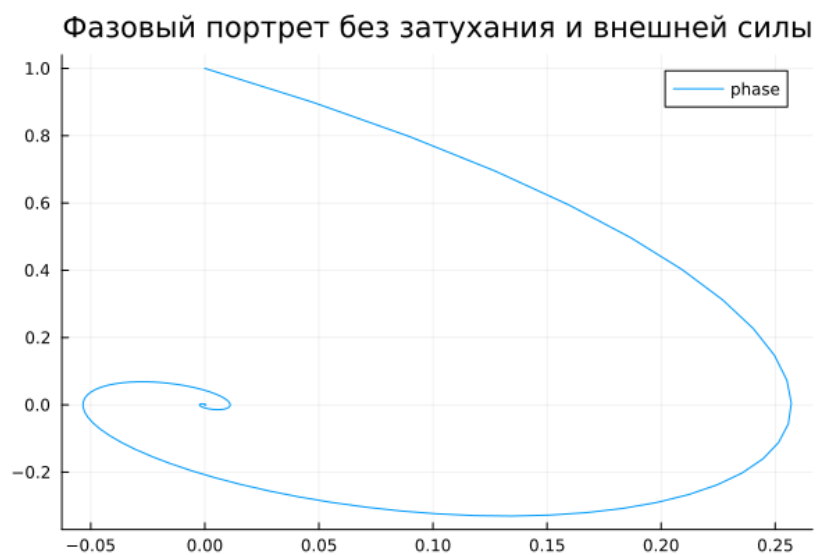


Рис. 3.4: Фазовый портрет для 2-го случая

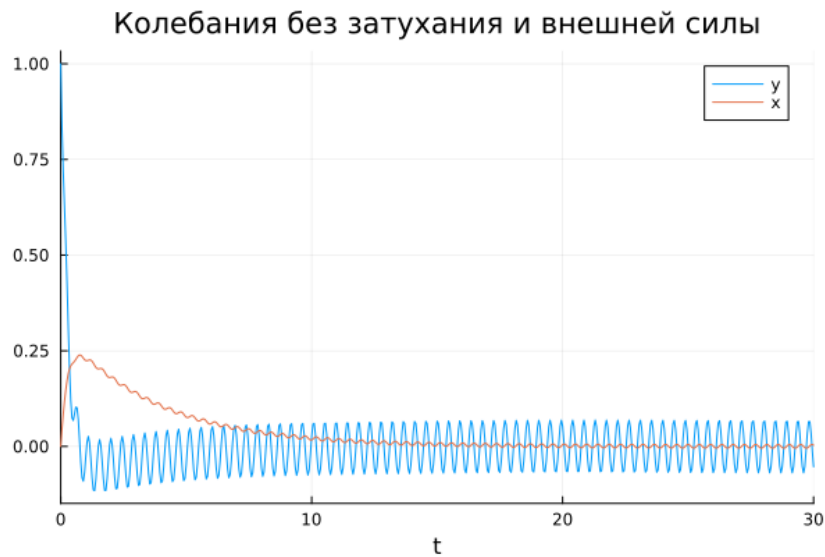


Рис. 3.5: Решение уравнения для 3-го случая

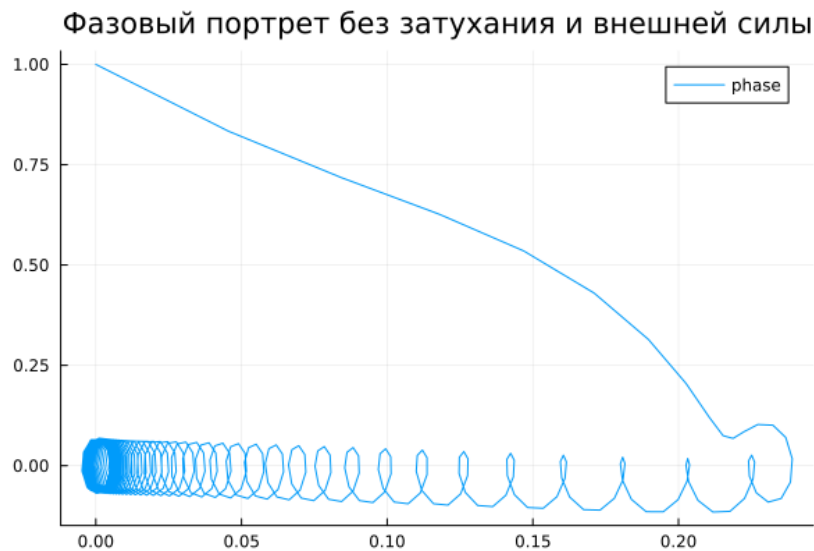


Рис. 3.6: Фазовый портрет для 3-го случая

Вторым этапом было необходимо реализовать то же решение с помощью OpenModelica. Применяя следующий код:

```
model lab4
  parameter Real gamma = 2.0;
  parameter Real omega = 5.0;
```

```

parameter Real x0 = 0.0;
parameter Real y0 = 1.0;

Real x(start = x0);
Real y(start = y0);
equation
  der(x) = y;
  der(y) = - gamma * y - omega * x;
end lab4;

```

и изменяя параметры γ и ω (и добавив $\sin(14 \cdot \text{time})$ для 3-го случая), были получены следующие решения уравнений и фазовые портреты (рис. 3.7, рис. 3.8, рис. 3.9, рис. 3.10, рис. 3.11, рис. 3.12):

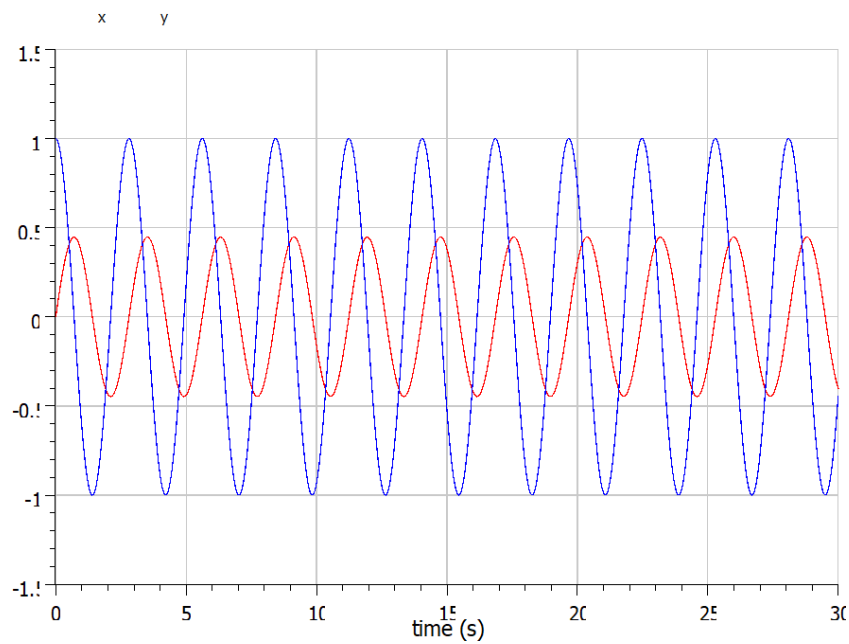


Рис. 3.7: Решение уравнения для 1-го случая

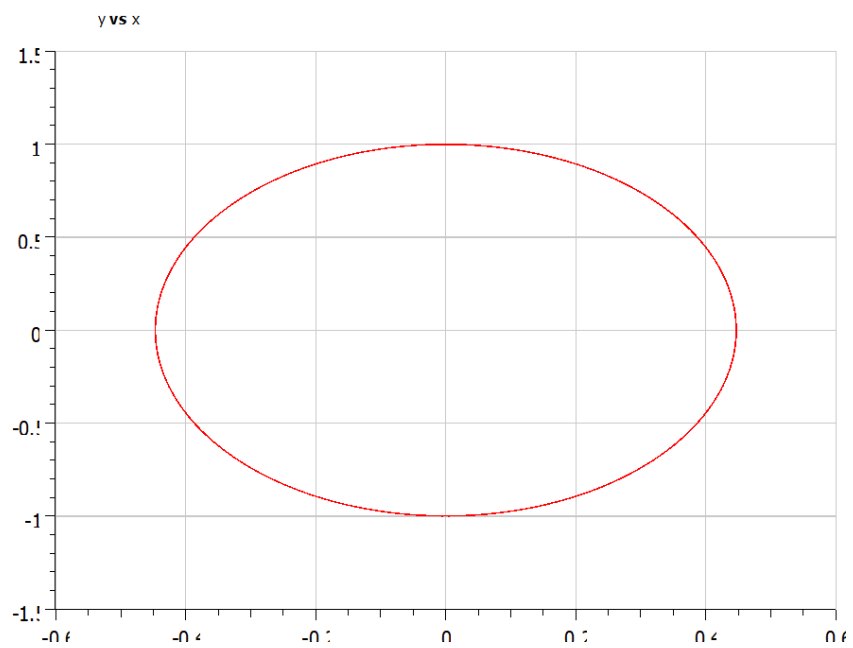


Рис. 3.8: Фазовый портрет для 1-го случая

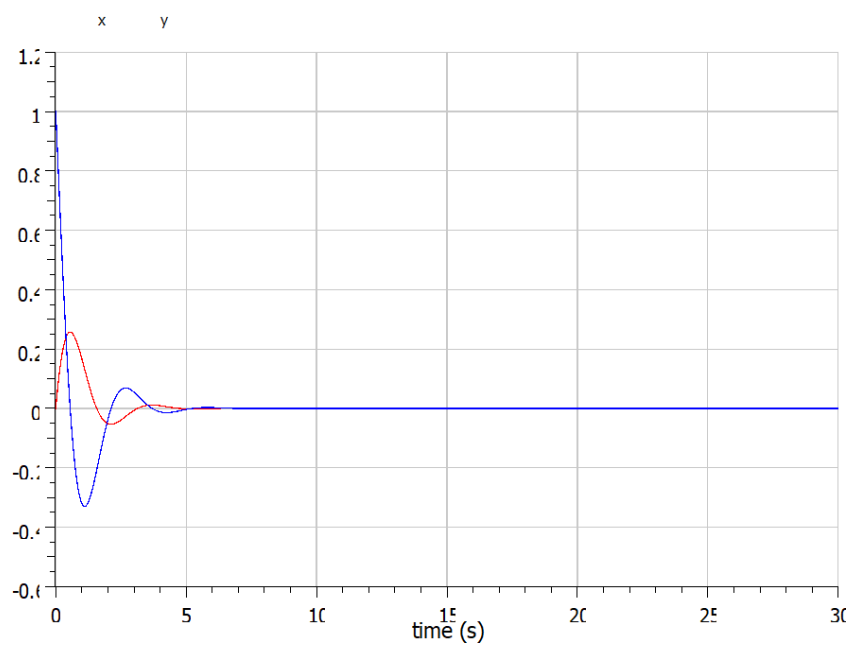


Рис. 3.9: Решение уравнения для 2-го случая

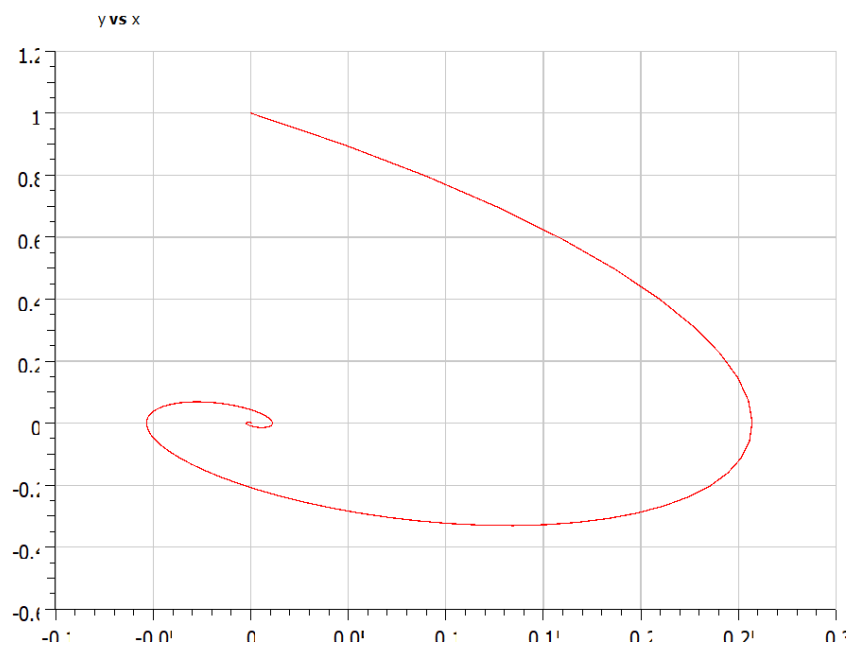


Рис. 3.10: Фазовый портрет для 2-го случая

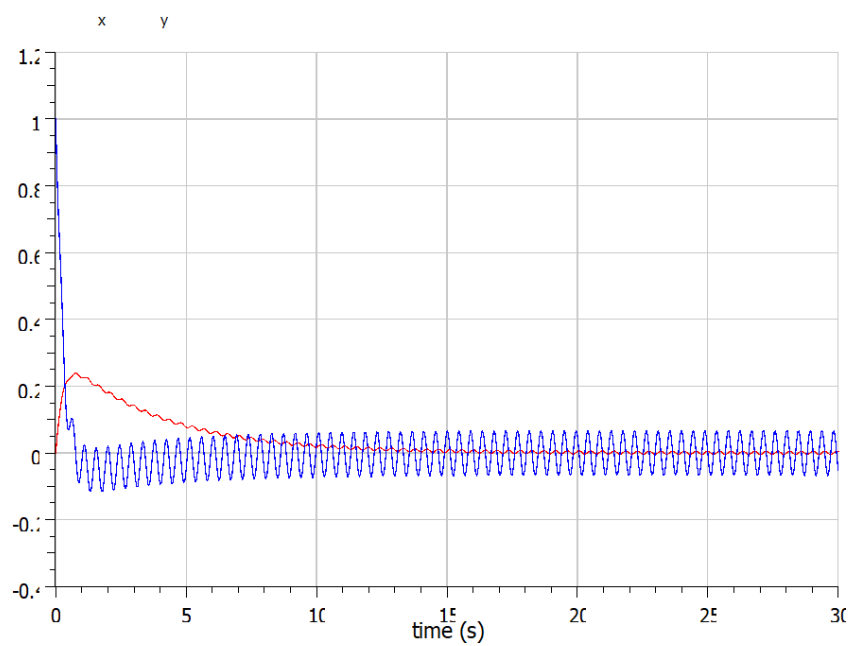


Рис. 3.11: Решение уравнения для 3-го случая

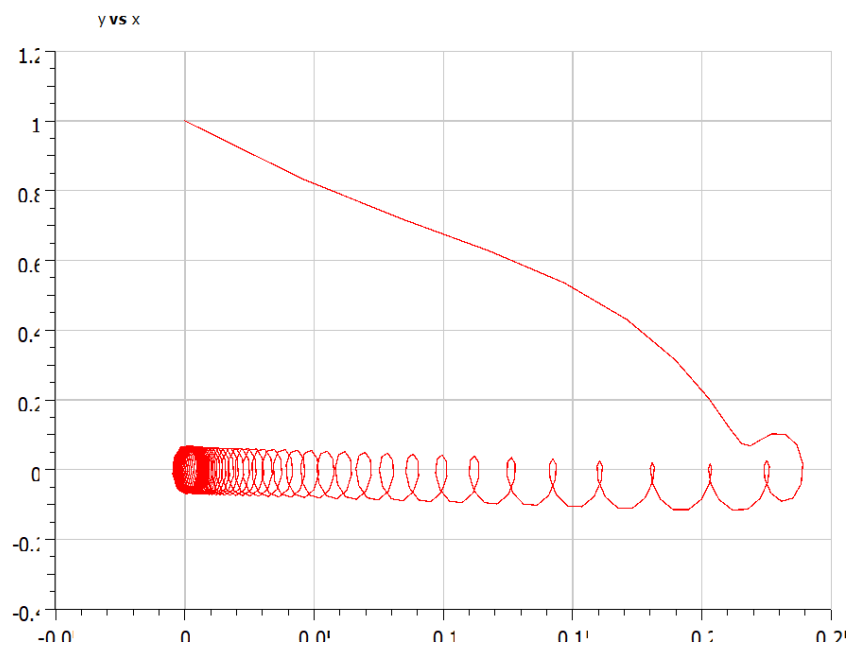


Рис. 3.12: Фазовый портрет для 3-го случая

4 Выводы

В ходе лабораторной работы мы смоделировали поведение линейного гармонического осциллятора с “идеальной системе”, в системе с потерями энергии, а также в системе с воздействием внешних сил.

Список литературы