Модель гармонических колебаний

Лабораторная работа №4.

Рогожина Н.А.

2 мая 2025

Российский университет дружбы народов, Москва, Россия

Информация

Докладчик

- Рогожина Надежда Александровна
- студентка 3 курса НФИбд-02-22
- Российский университет дружбы народов
- https://mikogreen.github.io/

Задание

Задание

Постройте фазовый портрет гармонического осциллятора и решение уравнения гармонического осциллятора для следующих случаев:

1. Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы `x''+ 5x = 0`.
2. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы `x''+ 2x'+ 5x = 0`.
3. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы `x''+ 4x'+ x = sin(14t)`.

На интервале $t \in [0; 30]$ (шаг 0.05) с начальными условиями $x_0 = 0, y_0 = 1$.

Теоретическое введение

Движение грузика на пружинке, маятника, заряда в электрическом контуре, а также эволюция во времени многих систем в физике, химии, биологии и других науках при определенных предположениях можно описать одним и тем же дифференциальным уравнением, которое в теории колебаний выступает в качестве основной модели. Эта модель называется линейным гармоническим осциллятором.

Выполнение лабораторной работы

Первоначально, работа была выполнена с помощью языка `Julia` в `Jupyter notebook` с помощью следующего кода:

```
function harm(dx,x,p,t)
    - p[1] * dx - p[2] * x
end

tspan = (0.0, 30.0)
x0 = 0.0
dx0 = 1.0
```

```julia
p1 = [0, 5] # 2*gamma, omega^2
p2 = [2, 5]
p3 = [4, 1]

function harm_p3(dx,x,p,t)
    - p[1] * dx - p[2] * x + sin(14*t)
end
```

```
prob1 = SecondOrderODEProblem(harm, dx0, x0, tspan, p1)
num_sol1 = solve(prob1, Tsit5(), saveat=0.05)
plot(num_sol1, label = ["y" "x"], xlabel="t",
    title = "Колебания без затухания и внешней силы")

plot(num_sol1, label="phase", idxs=(2,1),
    title="Фазовый портрет без затухания и внешней силы")
```

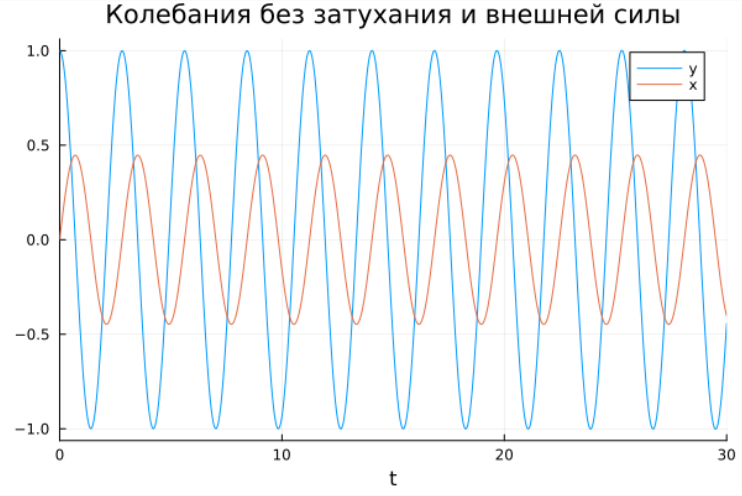

Рис. 1: Решение уравнения для 1-го случая

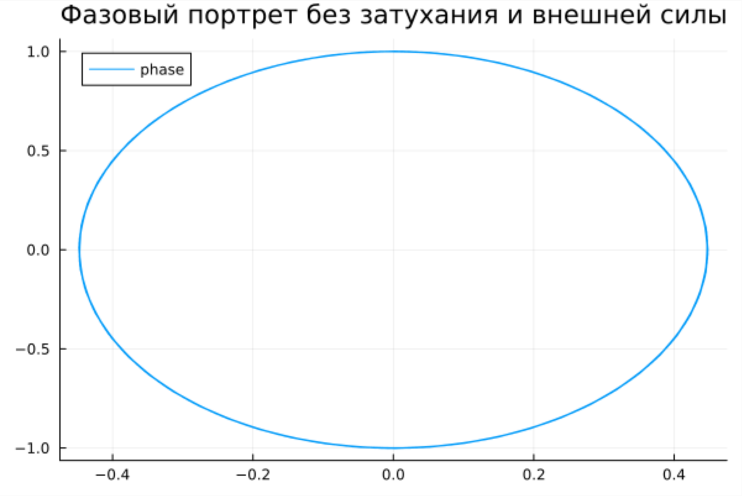

Рис. 2: Фазовый портрет для 1-го случая

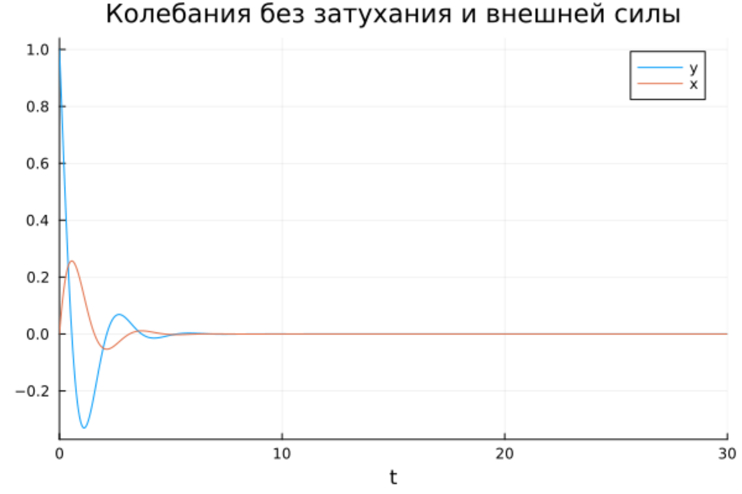

Рис. 3: Решение уравнения для 2-го случая

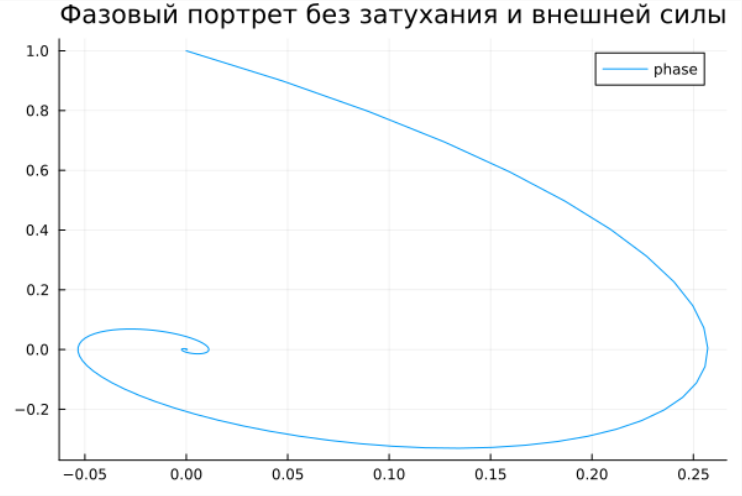

Рис. 4: Фазовый портрет для 2-го случая

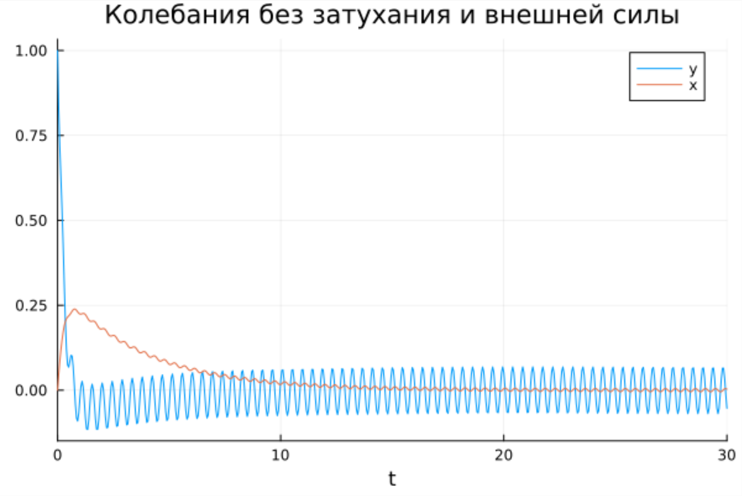

Рис. 5: Решение уравнения для 3-го случая

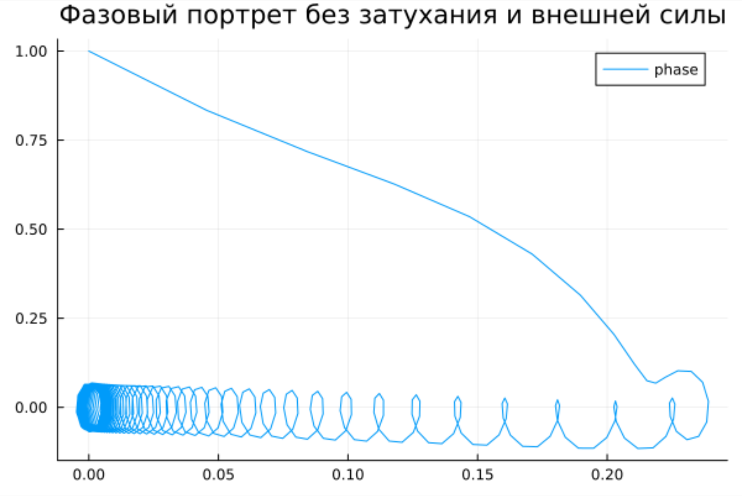

Рис. 6: Фазовый портрет для 3-го случая

Вторым этапом было необходимо реализовать то же решение с помощью OpenModelica.

Применяя следующий код:

```
model lab4
  parameter Real gamma = 2.0;
  parameter Real omega = 5.0;
  parameter Real x0 = 0.0;
  parameter Real y0 = 1.0;
  Real x(start = x0);
  Real y(start = y0);
equation
  der(x) = y;
  der(y) = - gamma * y - omega * x;
end lab4;
```

и изменяя параметры `gamma` и `omega` (и добавив sin(14*time) для 3-го случая), были получены следующие решения уравнений и фазовые портреты:

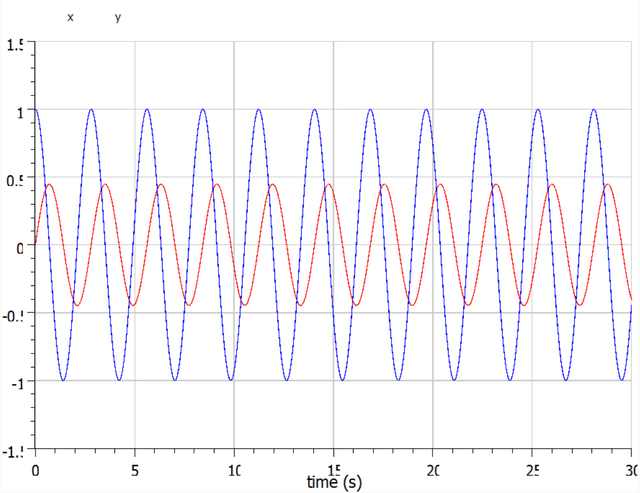

Рис. 7: Решение уравнения для 1-го случая

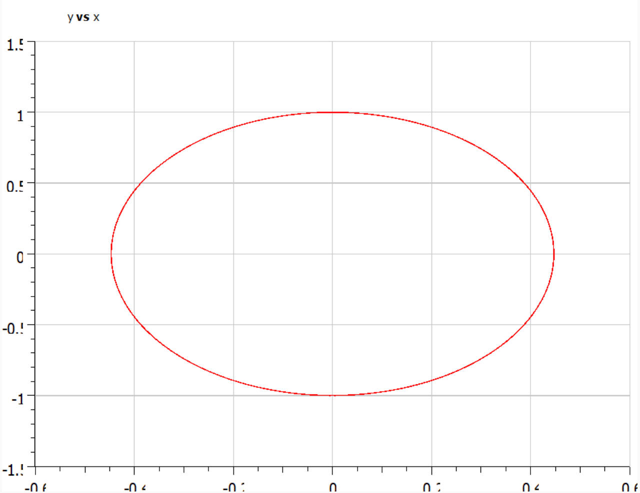

Рис. 8: Фазовый портрет для 1-го случая

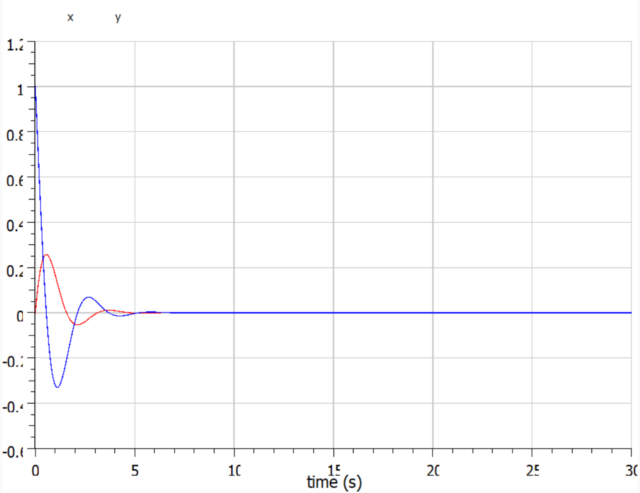

Рис. 9: Решение уравнения для 2-го случая

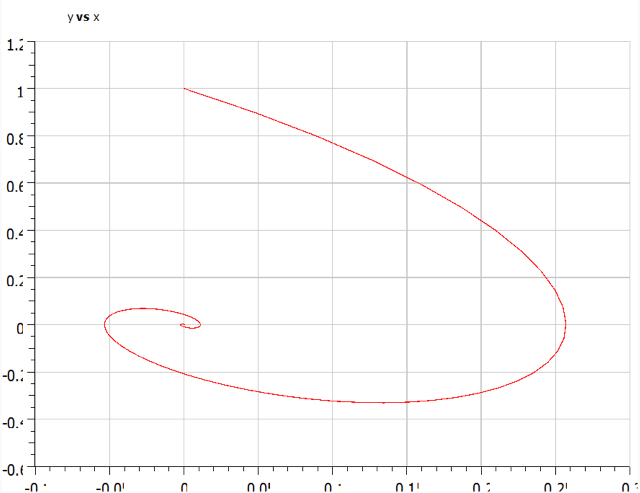

Рис. 10: Фазовый портрет для 2-го случая

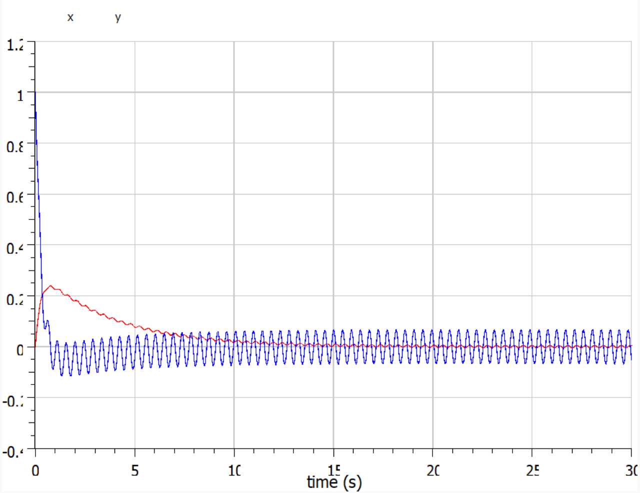

Рис. 11: Решение уравнения для 3-го случая

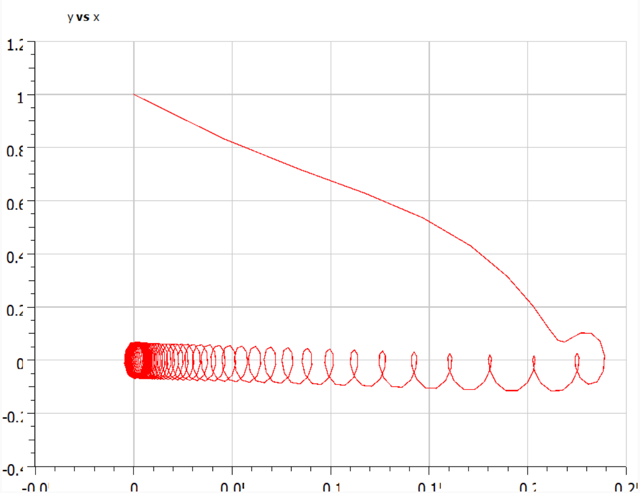

Рис. 12: Фазовый портрет для 3-го случая

Выводы

Выводы

В ходе лабораторной работы мы смоделировали поведение линейного гармонического осциллятора с “идеальной системе”, в системе с потерями энергии, а также в системе с воздействием внешних сил.