Модель эпидемии SIR.

Лабораторная работа №5.

Рогожина Н.А.

08 марта 2025

Российский университет дружбы народов, Москва, Россия

Информация

Докладчик

- Рогожина Надежда Александровна
- студентка 3 курса НФИбд-02-22
- Российский университет дружбы народов
- https://mikogreen.github.io/

Задание

В дополнение к предположениям, которые были сделаны для модели SIR, предположим, что учитываются демографические процессы, в частности, что смертность в популяции полностью уравновешивает рождаемость, а все рожденные индивидуумы появляются на свет абсолютно здоровыми. Тогда получим следующую систему уравнений:

1. $s = -\beta\, s(t)i(t) + \mu\, (N - s(t))$;
2. $i = \beta\, s(t)i(t) - \nu\, i(t) - \mu\, i(t)$;
3. $r = \nu\, i(t) - \mu\, r(t)$,

где μ — константа, которая равна коэффициенту смертности и рождаемости.

Задание

Требуется: - реализовать модель SIR с учётом процесса рождения / гибели особей в xcos (в том числе и с использованием блока Modelica), а также в OpenModelica;

- построить графики эпидемического порога при различных значениях параметров модели (в частности изменяя параметр μ);
- сделать анализ полученных графиков в зависимости от выбранных значений параметров модели.

Теоретическое введение

Предполагается, что особи популяции размера N могут находиться в трёх различных состояниях:

- S (susceptible, уязвимые) — здоровые особи, которые находятся в группе риска и могут подхватить инфекцию;
- I (infective, заражённые, распространяющие заболевание) — заразившиеся переносчики болезни;
- R (recovered/removed, вылечившиеся) — те, кто выздоровел и перестал распространять болезнь (в эту категорию относят, например, приобретших иммунитет или умерших).

Внутри каждой из выделенных групп особи считаются неразличимыми по свойствам.

Типичная эволюция особи популяции описывается следующей диаграммой:

$$S \to I \to R.$$

Считаем, что система замкнута, т.е.

$$N = S + I + R.$$

Выполнение лабораторной работы

Открыв окно визуального моделирования, первое что было установлено - контекст.

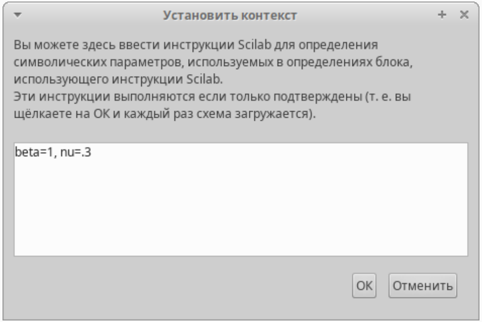

Рис. 1: Обозначение постоянных

Для первого интеграла было выставлено `Initial Condition = .999`.

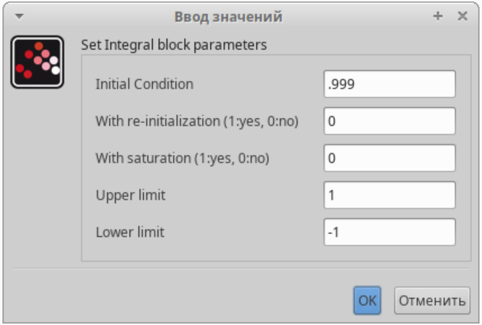

Рис. 2: Настройка интеграла для s(t)

Для второго интеграла было выставлено `Initial Condition = .001`.

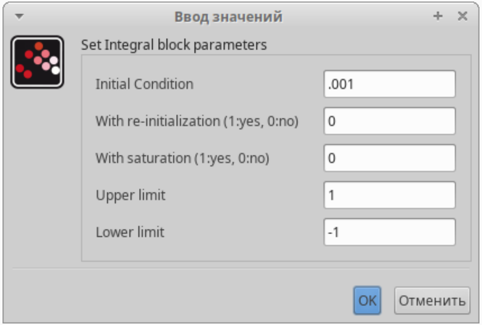

Рис. 3: Настройка интеграла для i(t)

Также, необходимо было установить максимальное время моделирования как 30 единиц модельного времени.

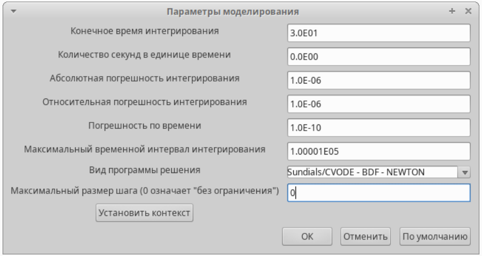

Рис. 4: Установка max(t)

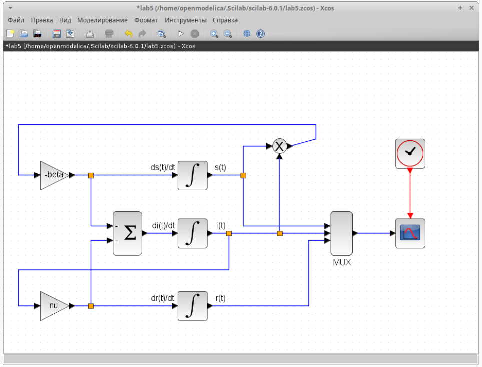

Рис. 5: Модель эпидемии SIR

Смоделировав ситуацию, мы видим планомерное уменьшение здоровых граждан, планомерное увеличение вылечившихся, а также пик количества зараженных граждан, что одновременно является точкой пересечения всех 3 линий.

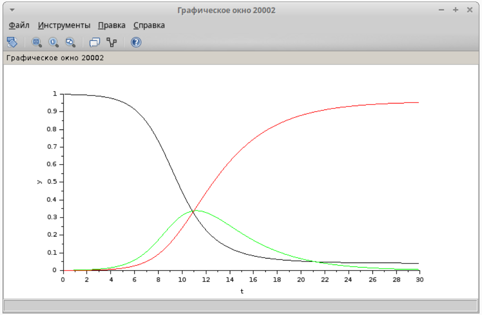

Рис. 6: Модель эпидемии SIR

Далее, мы повторили ту же модель, но через блок OpenModelica.

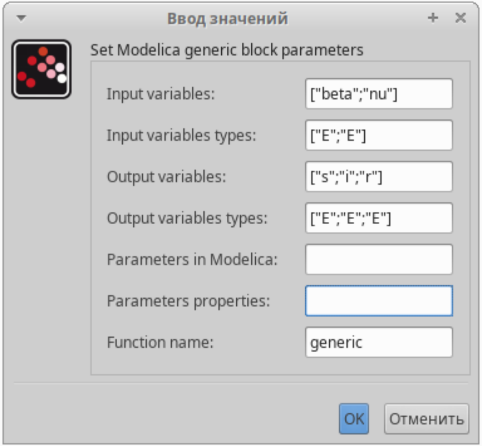

Рис. 7: Установка значений блока

OpenModelica

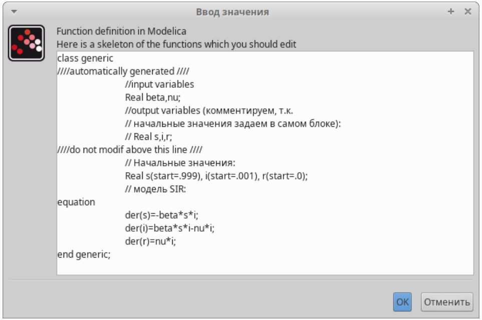

Рис. 8: Код OpenModelica

OpenModelica

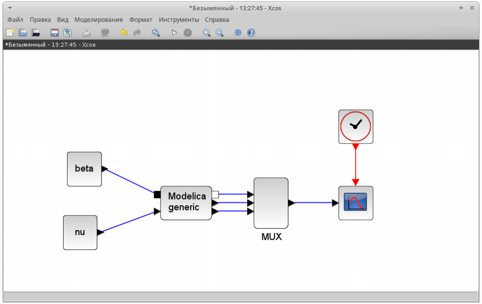

Рис. 9: Модель эпидемии SIR

Видно, что результаты совпадают с аналитическим подсчетом.

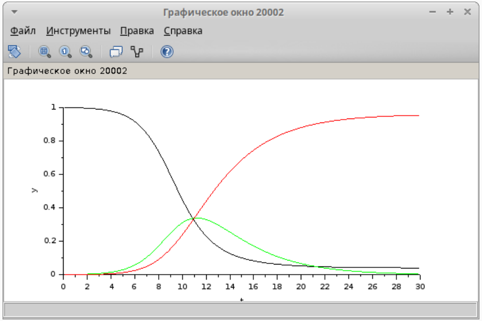

Рис. 10: Модель эпидемии SIR

Далее, было необходимо реализовать модель эпидемии, учитывающую смертность и рождаемость (коэффициент μ).

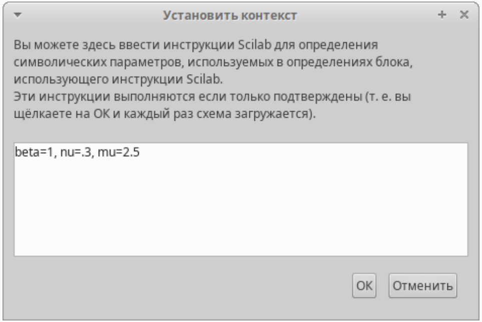

Рис. 11: Конфигурация контекста

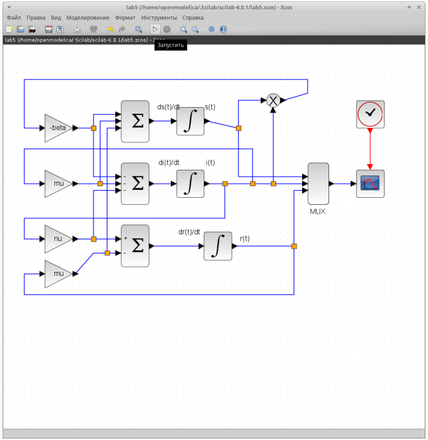

Рис. 12: Реализованная модель

При запуске, с $\mu = 0.01; 0.1; 1$ получились следующие результаты:

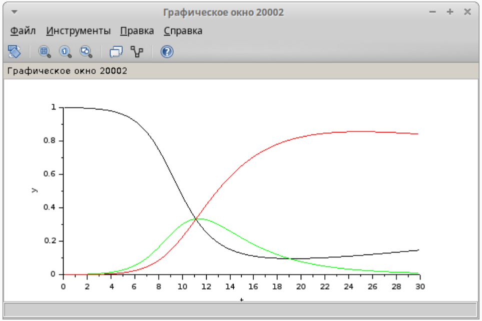
Графическое окно 20002
Файл Инструменты Правка Справка
Графическое окно 20002
1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
y
0 2 4 6 8 10 12 14 16 18 20 22 24 26 28 30
t

Рис. 13: $\mu = 0.01$

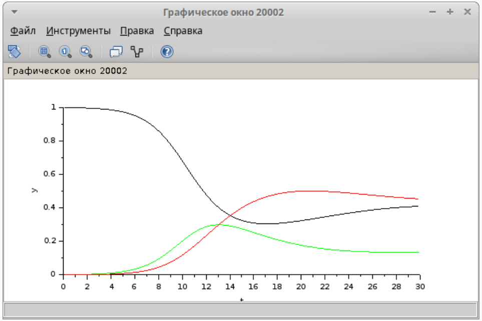
Графическое окно 20002
Файл Инструменты Правка Справка
Графическое окно 20002
1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
y
0 2 4 6 8 10 12 14 16 18 20 22 24 26 28 30
t

Рис. 14: $\mu = 0.1$

Результаты

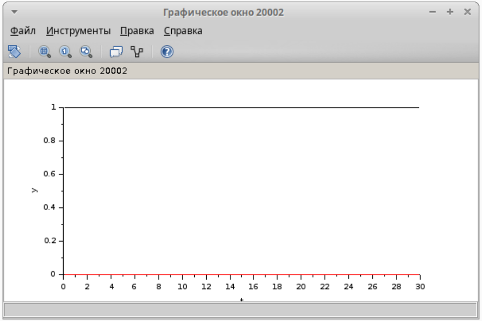

Рис. 15: $\mu = 1$

Аналогично, необходимо было доработать код OpenModelica.

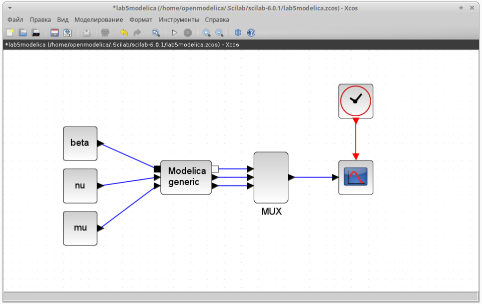

Рис. 16: Диаграмма OpenModelica

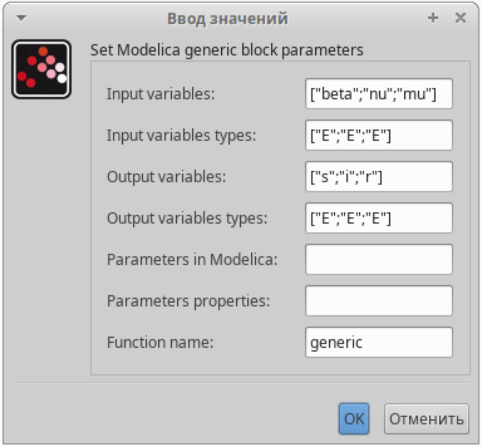

Рис. 17: Вводимые значения

OpenModelica

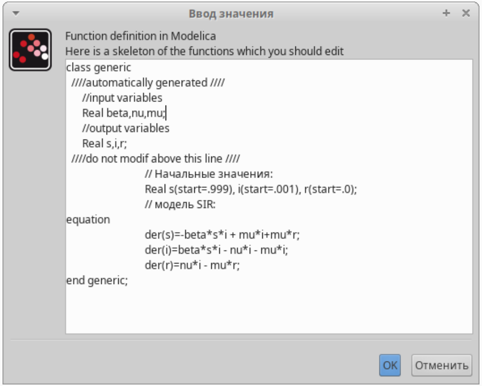

Рис. 18: Код OpenModelica

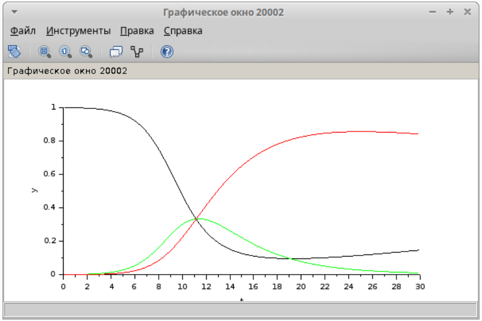
Графическое окно 20002
Файл Инструменты Правка Справка
Графическое окно 20002
1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
y
0 2 4 6 8 10 12 14 16 18 20 22 24 26 28 30
t

Рис. 19: $\mu = 0.01$

Результаты

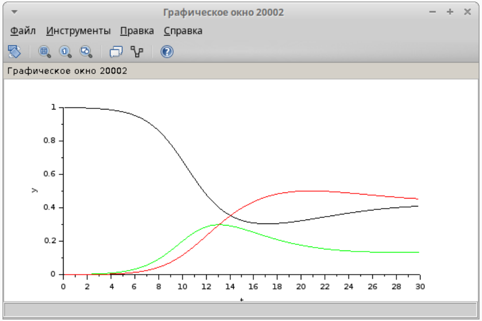

Рис. 20: $\mu = 0.1$

Результаты

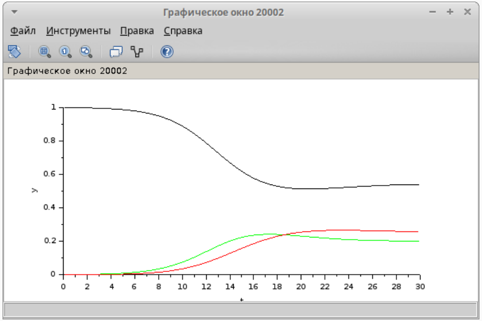

Рис. 21: $\mu = 2.4$

Выводы

Выводы

В ходе лабораторной работы мы получили базовые навыки программирования модели эпидемии с помощью `xcos` и `OpenModelica`.