

# Ćwiczenie E10 - Wyznaczanie krzywej ładowania kondensatora

Mikołaj Suszek

November 2025

## 1 Cel badań

Celem badań jest wyznaczyć stałą czasową ( $\tau$ ) ładowania kondensatora dla pojedynczego oraz szeregowo i równolegle połączonych kondensatorów.

## 2 Wstęp teoretyczny

Równanie ładunku zgromadzonego na okładkach kondensatora wyraża się wzorem:

$$q = C \cdot \varepsilon \quad (1)$$

gdzie: C - Pojemność kondensatora  $\varepsilon$  - Siła elektromotoryczna (SEM)

Natomiast aby znaleźć równanie ładunku dla ładującego się kondensatora należy rozpocząć od równania:

$$\varepsilon dQ = I^2 R dt + \frac{Q}{C} dQ \quad (2)$$

Gdzie R to sumaryczna rezystancja Omowa układu, natomiast I to natężenie prądu elektrycznego.

Dzieląc przez  $dt$  równanie przyjmuje postać:

$$\varepsilon \frac{dQ}{dt} = I^2 R + \frac{Q}{C} \frac{dQ}{dt} \quad (3)$$

Pamiętając o zależności:

$$I = \frac{dQ}{dt} \quad (4)$$

Dochodzi do równania różniczkowego:

$$\varepsilon = \frac{dQ}{dt} R + \frac{Q}{C} \quad (5)$$

Gdzie rozwiązanie przyjmuje postać:

$$Q = \varepsilon C \left[ 1 - \exp \left( -\frac{t}{RC} \right) \right] \quad (6)$$

Po zróżniczkowaniu tego równanie dostajemy finalnie równanie prądu ładowania kondensatora:

$$I = \frac{\varepsilon}{R} \exp \left( -\frac{t}{RC} \right) \quad (7)$$

Można również pomnożyć równanie przez R i otrzymać równanie napięcia:

$$U(t) = \varepsilon \exp \left( -\frac{t}{RC} \right) \quad (8)$$

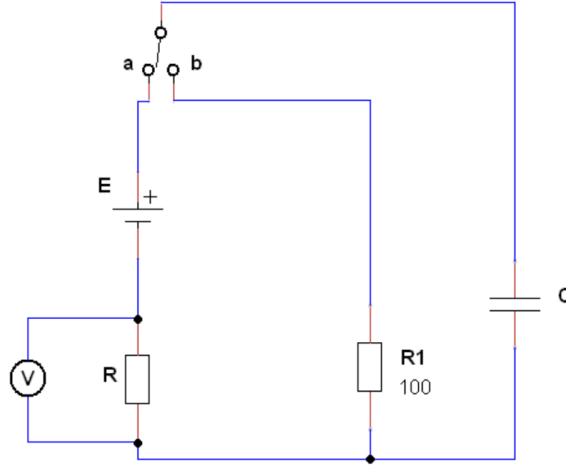
W tym równaniu wyróżnia się tak zwaną stałą czasową, równą:

$$\tau = RC \quad (9)$$

Po tym czasie prąd maleje e razy.

### 3 Metody badań

Do badania został użyty obwód składający się z dwóch kondensatorów ( $30\mu F$ ), rezystora o oporze równym  $1M\Omega$  oraz rezystora o oporze  $100\Omega$  jak i z źródła prądu oraz przełącznika. Obwód wygląda następująco:



Rysunek 1: Schemat obwodu doświadczalnego

Pomiary krzywej ładowania kondensatora odbędą się dla 3 konfiguracji kondensatorów (dla pojedynczego kondensatora, dla szeregowo podłączonych kondensatorów oraz dla równoległe podłączonych kondensatorów)

Aby wyznaczyć  $\tau$  należy wziąć logarytm naturalny mierzonego napięcia i w ten sposób otrzymać funkcję:  $f(t) = \ln(U)$ , następnie wyznaczyć tangens nachylenia prostej który będzie równy:  $a = -\frac{1}{\tau}$ , a więc:

$$\tau = -\frac{1}{a} \quad (10)$$

Współczynnik nachylenia wyliczyć metodą najmniejszych kwadratów.

### 4 Wyniki i dyskusja

Prosta z metody najmniejszych kwadratów została wyliczona w następujący sposób:

$$a_i = \frac{n_i \sum (\ln(U_i) t_i) - \sum \ln(U_i) \cdot \sum (t_i)}{n_i \sum (t_i^2) - (\sum (t_i))^2} \quad (11)$$

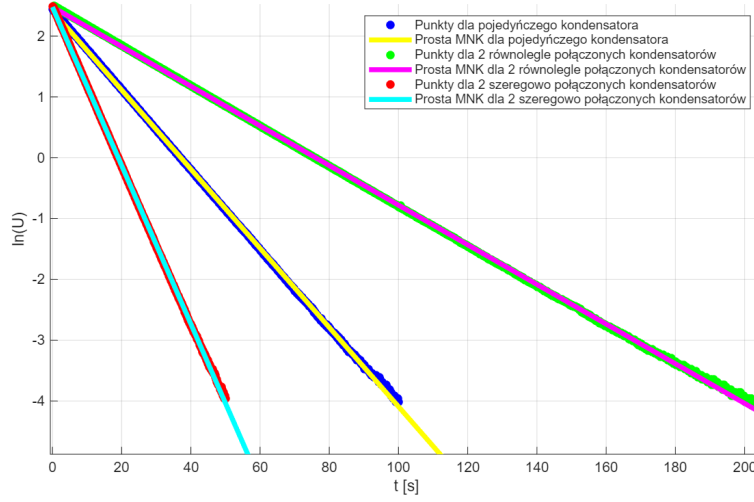
$$b_i = \frac{\sum (t_i^2) \sum (\ln(U_i)) - \sum (t_i) \sum (t_i \ln(U_i))}{n_i \sum (t_i^2) - (\sum (t_i))^2} \quad (12)$$

Niepewność została wyliczona ze wzoru:

$$u(a)_i = \sqrt{\frac{n_i}{n_i - 2} \frac{\sum [\ln(U_i) - (a_i t_i + b_i)]^2}{n_i \sum (t_i^2) - (\sum (t_i))^2}} \quad (13)$$

$$u(b)_i = u(a)_i \sqrt{\frac{t_i^2}{n_i}} \quad (14)$$

Wykresy logarytmu naturalnego napięcia od czasu dla pojedynczego, szeregowo i równoległe połączonych kondensatorów wyglądają następująco:



Rysunek 2: Wykresy funkcji  $\ln(U) = f(t)$

Wyniki dla stałej czasowej ładowania kondensatora wyznaczone doświadczalnie to:

Tabela 1: Wartości  $\tau$  dla pojedynczego kondensatora oraz dla połączenia równoległego i szeregowego

$\tau_{\text{pojedynczy}}[s]$	$\tau_{\text{rwnolegle}}[s]$	$\tau_{\text{szeregowo}}[s]$
$15.36 \pm 0.01$	$30.68 \pm 0.01$	$7.68 \pm 0.01$

Warto zauważyć że wraz z rosnącą pojemnością kondensatora stała czasowa ładowania kondensatora rośnie.

## 5 Podsumowanie wyników

Porównując wartości otrzymane doświadczalnie z teoretycznymi ( $\tau = RC$ ) otrzymujemy:

Tabela 2: Porównanie wyników z wartościami teoretycznymi

	Pojedynczy kondensator	Połączenie równoległe	Połączenie szeregowo
$\tau_{\text{dowiadczalnie}}$	$15.36 \pm 0.01$	$30.68 \pm 0.01$	$7.68 \pm 0.01$
$\tau_{\text{teoretyczne}}$	$15.1 \pm 0.5$	$29.5 \pm 1.7$	$7.5 \pm 0.6$

Jednak należy wspomnieć, że dane otrzymane z wykresu logarytmicznego produkowały w różnym zakresie hałas poprzez niepewność urządzenia pomiarowego. Poprzez te niepewności dla wartości bliskich zeru po zlogarytmowaniu wykres nie dawał rzetelnych wyników dlatego nie można było brać ich pod uwagę. Pomimo tego (a raczej dzięki temu) wyniki mieszczą się w niepewnościach.