

# Ćwiczenie E2a - Wyznaczanie względnej przenikalności elektrycznej ciał stałych (Poprawa 1)

Mikołaj Suszek

Październik 2025

## 1 Cel badania

Celem jest wyznaczenie stałych przenikalności elektrycznej powietrza i wybranego dielektryka na zasadzie wywołania różnych napięć przy określonej odległości okładek i obliczania ładunku zgromadzonego na nich oraz przy zmiennych odległościach okładek przy ustalonym napięciu.

## 2 Wstęp teoretyczny

W ćwiczeniu będą użyte dwa kondensatory:

- (Kondensator płaski powietrzny)
- (Kondensator we wzmacniaczu o pojemności 220 nF)

Ten pierwszy wykorzystamy do wyznaczenia stałej dielektrycznej próżni, korzystając z faktu, że powietrze ma przenikalność elektryczną zbliżoną do próżni. Wyznaczamy ją ze wzoru:

$$C = \epsilon_0 \frac{S}{d} \quad (1)$$

Gdzie:

- $C$  - to pojemność elektryczna kondensatora
- $\epsilon_0$  - stała przenikalności elektrycznej powietrza
- $S$  - Powierzchnia okładek kondensatora
- $d$  - odległość między okładkami

Drugi natomiast posłuży nam do wyznaczenia całkowitego ładunku zgromadzonego na okładkach. Ze względu na to, że ma on o wiele większą pojemność od pierwszego kondensatora, można w obliczeniach pominąć pojemność pierwszego. Wzór na ładunek zgromadzony to:

$$C = \frac{Q}{U} \implies Q = CU \quad (2)$$

Gdzie:

- $C$  - to pojemność elektryczna kondensatora
- $U$  - napięcie między okładkami kondensatora
- $Q$  - ładunek zgromadzony na okładkach kondensatora

W naszym przypadku pojemność całkowita wyniesie:

$$C = C_0 + C_1 \approx C_0 = 220nF \quad (3)$$

- $C_0$  - pojemność kondensatora we wzmacniaczu
- $C_1$  - pojemność kondensatora powietrznego

### 3 Przebieg doświadczenia

Aby wyznaczyć stałą przenikalności elektrycznej powietrza, należy w pierw wyznaczyć ładunek zgromadzony na okładkach w następujący sposób:

1. Ustalić i zmierzyć konkretny dystans między okładkami a następnie mierzyć napięcie przeprowadzone przez wzmacniacz z kondensatorem o pojemności 220 nF. Otrzymany wynik przemnożyć przez tą pojemności i zapisać uzyskany ładunek całkowity. Zakres ładowania kondensatora to od 0.5 kV do 5 kV.
2. Wybrać jedno napięcie (w tym przypadku 5 kV) od zasilacza i mierzyć napięcie przeprowadzone przez wzmacniacz dla kolejnych odległości między okładkami kondensatora powietrznego.

Następnie aby wyznaczyć stałą przenikalności elektrycznej wybranego dielektryka (w tym przypadku kauczuk), należy dla stałej odległości między okładkami włożyć dielektryk i mierzyć kolejne wartości napięcia od wzmacniacza ładując kondensator od 0.5 kV do 5 kV.

### 4 Wyniki i dyskusja

#### 4.1 Niepewność ładunku

Q to funkcja :

$$Q = U_{zmierz} \cdot C \quad (4)$$

Więc niepewność Q liczymy ze wzoru:

$$\delta Q = \sqrt{\left(\frac{\partial Q}{\partial U_{zmierz}}\right)^2 \delta U_{zmierz}^2 + \left(\frac{\partial Q}{\partial C}\right)^2 \delta C^2} \quad (5)$$

która wynosi

$$\delta Q = 10\% \cdot Q \quad (6)$$

#### 4.2 Niepewność z różniczeki

Potrzebna będzie zależność:

$$Q = \epsilon_0 \frac{S}{d} U \quad (7)$$

Prosta ( $y = a \cdot x$ , gdzie y - ładunek zgromadzony na okładkach (Q), a - stała dielektryczna powietrza( $\epsilon_0$ ), x - z równania (4) to:  $\frac{S}{d} U$ ) została wyznaczona metodą najmniejszych kwadratów:

$$a = \frac{\sum(x \cdot y)}{\sum(x^2)} \quad (8)$$

a niepewność współczynnika to:

$$\delta a = \sqrt{\frac{\sum(y - ax)}{(n - 1) \sum(x^2)}} \quad (9)$$

Wyliczony współczynnik wraz z niepewnością to:

$$a = (12.4 \pm 0.0) \times 10^{-12} \quad (10)$$

Jednak nie wystarczy w tym przypadku niepewność z regresji liniowej, a więc należy policzyć niepewność z różniczki. Aby wyliczyć niepewność z różniczki przyjmujemy:

$$\epsilon_0 = \frac{Qd}{SU} \quad (11)$$

Więc niepewność z różniczki będzie wyglądać następująco:

$$\delta\epsilon_0 = \sqrt{\left(\frac{\partial\epsilon_0}{\partial S}\delta S\right)^2 + \left(\frac{\partial\epsilon_0}{\partial U}\delta U\right)^2 + \left(\frac{\partial\epsilon_0}{\partial Q}\delta Q\right)^2 + \left(\frac{\partial\epsilon_0}{\partial d}\delta d\right)^2} \quad (12)$$

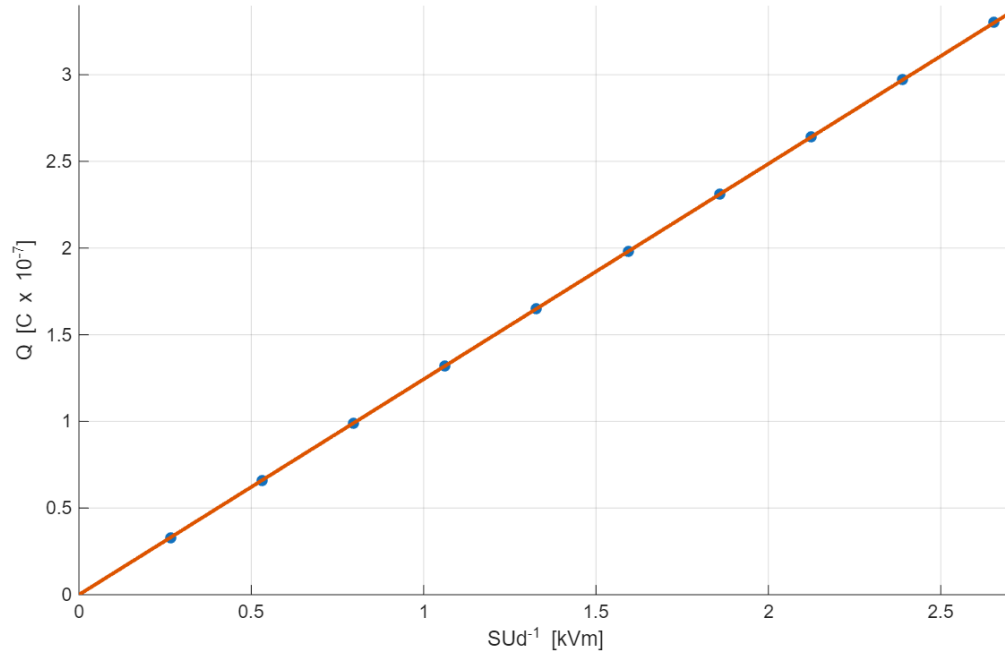
A więc niepewność  $\epsilon_0$  dla zmiennych napięć wejściowych wynosi:

$$\delta\epsilon_0 = 3.14 \times 10^{-12} \quad (13)$$

Analogicznie czynimy dla pozostałych wartości.

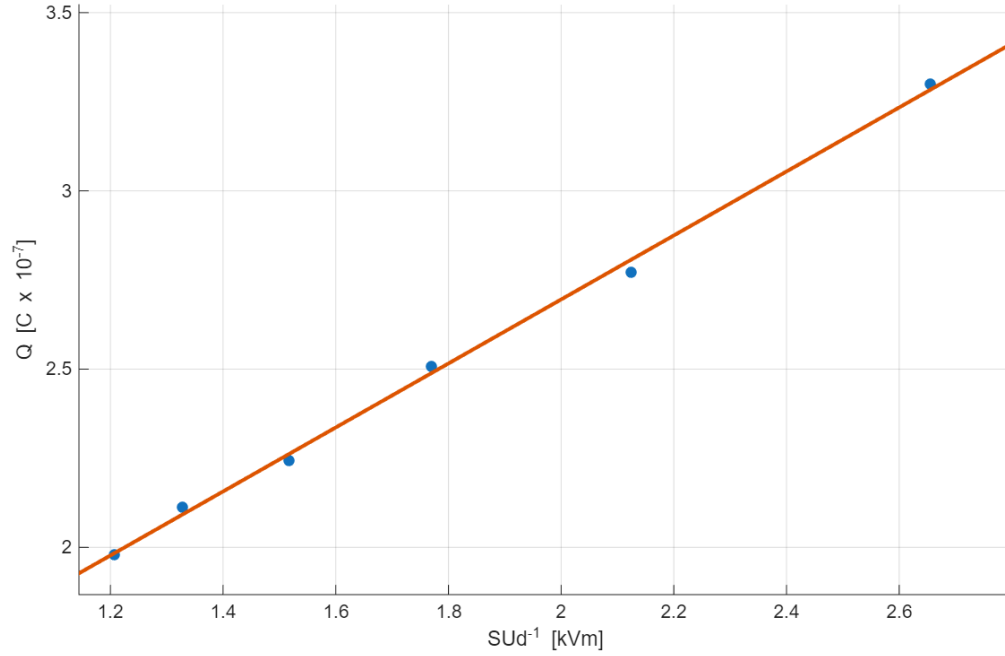
## 5 Wykresy

Wykres punktów napięcia odczytanego z wzmacniacza oraz obliczonych ładunków zgromadzonych na okładkach obliczonych na bazie odległości oraz zmiennego napięcia wejściowego wygląda następująco:



Rysunek 1: Wykres zależności  $Q = f(\frac{SU}{d})$  dla zmiennych napięć wejściowych

Wykres zależności ładunku zgromadzonego od odległości wygląda następująco:



Rysunek 2: Wykres zależności  $Q = f(\frac{SU}{d})$  dla zmiennych odległości między okładkami

Tutaj ze względu na oddziaływania elektrostatyczne pomiędzy okładkami przy małych odległościach między nimi zachodzi pewna anomalia zbliżona do logarytmu. W takim wypadku należy nie brać pod uwagę punktów o małych wartościach odległości oraz dodatkowo wyliczyć współczynnik b regresji liniowej. W tym celu:

$$a = \frac{\overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\overline{x^2} - \bar{x}^2} \quad (14)$$

dodatkowo:

$$b = \bar{y} - a\bar{x} \quad (15)$$

Gdzie ich niepewności przyjmują postać:

$$u(a) = \sqrt{\frac{1}{n-2} \frac{\overline{y^2} - a\overline{xy} - b\bar{y}}{\overline{x^2} - \bar{x}^2}} \quad (16)$$

$$u(b) = u(a)\sqrt{\bar{x}} \quad (17)$$

Finalnie otrzymujemy:

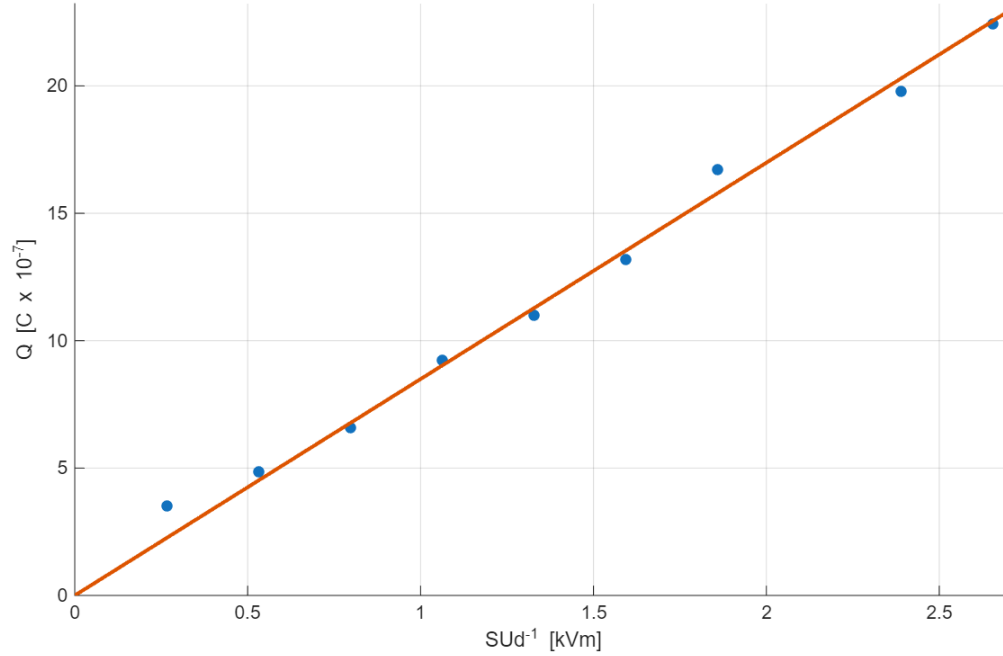
$$a = (8.9 \pm 0.2) \times 10^{-12} \quad (18)$$

$$b = (9 \pm 0.4) \times 10^{-9} \quad (19)$$

Gdzie stała dielektryczna to:

$$\epsilon_0 = (8.9 \pm 1.1) \times 10^{-12} \quad (20)$$

Wykres zależności ładunku zgromadzonego do napięcia wejściowego dla dielektryka (gumy) wygląda tak:



Rysunek 3: Wykres zależności  $Q = f(\frac{SU}{d})$  dla dielektryka

Gdzie współczynnik był wyliczony ze wzoru (8), niepewność ze wzoru (9), a więc stała przenikalności elektrycznej dielektryka to:

$$\epsilon_r = (8.6 \pm 2.5) \times 10^{-11} \frac{F}{m} \quad (21)$$

## 6 Podsumowanie

Otrzymane wyniki wyglądają następująco:

Tabela 1: Poszczególne wyniki stałych dielektrycznych i ich niepewności

	Zmienne napięcia wejściowe	Zmienne odległości		Dielektryk
$\epsilon_0[\frac{F}{m} \times 10^{-12}]$	$(12.4 \pm 3.2)$	$(8.9 \pm 1.1)$	$\epsilon_r[\frac{F}{m} \times 10^{-11}]$	$(8.6 \pm 2.5)$

Podczas gdy stała dielektryczna powietrza z źródeł literaturowych wynosi:  $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \frac{F}{m}$  [1] a stała dielektryczna najbardziej zbliżona do wyznaczonej dla dielektryka to stała przenikalności elektrycznej kauczuku która wynosi w przedziale:  $6.610^{-11} \frac{F}{m}$  [1]. Co oznacza, że pierwsza wartość posiada odchylenie rzędu 3.8%, druga natomiast mieści się w niepewności. To samo możemy powiedzieć o wartości stałej przenikalności dielektrycznej dielektryka co potwierdza założenie co do materiału z jakiego jest on wykonany. Warto podkreślić, że niepewności z różniczki zostały dodane do niepewności z regresji liniowej co było wymagane dla porządných wartości takowych niepewności. Co do pomiarów dla zmiennej odległości między okładkami zaszło zjawisko silnego pola elektrycznego, które przenosiło ładunki bez kontaktu między okładkami, przez to należało brać pod uwagę wyłącznie wartości powyżej 7.5 mm, aby pole elektryczne, było dostatecznie słabe.

## Literatura

[1] CRC Handbook of Chemistry and Physics - 97th Edition (2016)

## 7 Poprawki

- usunięto tabele
- dodano niepewność różniczki
- zaktualizowano wykresy, szczególnie ten z zależnością od odległości (usunięto pomiary dla małych odległości oraz dodano regresję liniową z współczynnikiem  $b$ )
- zaktualizowano podsumowanie