Raport 3

Eksploracja danych

Mikołaj Langner, Marcin Kostrzewa
nr albumów: 255716, 255749

2021-05-28

Spis treści

1 Wstęp

Raport zawiera rozwiązania listy 3.

W zadaniu pierwszym zbudujemy klasyfikator na bazie metody regresji liniowej i oceniamy jego skuteczność i dokładność.

W zadaniu drugim porównamy ze sobą rezultaty zastosowania następujących metod klasyfikacji:

- metoda k-najblizszych sasiadów (*k-Nearest Neighbors*),
- drzewa klasyfikacyjne (*classification trees*),

- naiwny klasyfikator bayesowski (*naïve Bayes classifier*),
- wieloklasowa regresja logistyczna (*multinomial logistic regression*).

2 Zadanie 1

2.1 Wczytanie danych i podział na zbiór uczący i testowy

Wczytajmy dane o irysach i podzielmy je na zbiór uczący i testowy w proporcji $1 : 2$.

```
data(iris)
n <- dim(iris)[1]

train.set.index <- sample(1:n, 2/3*n)
train.set <- iris %>% slice(train.set.index) %>% arrange(Species)
test.set <- iris %>% slice(-train.set.index) %>% arrange(Species)
```

2.2 Konstrukcja klasyfikatora i wyznaczenie prognoz

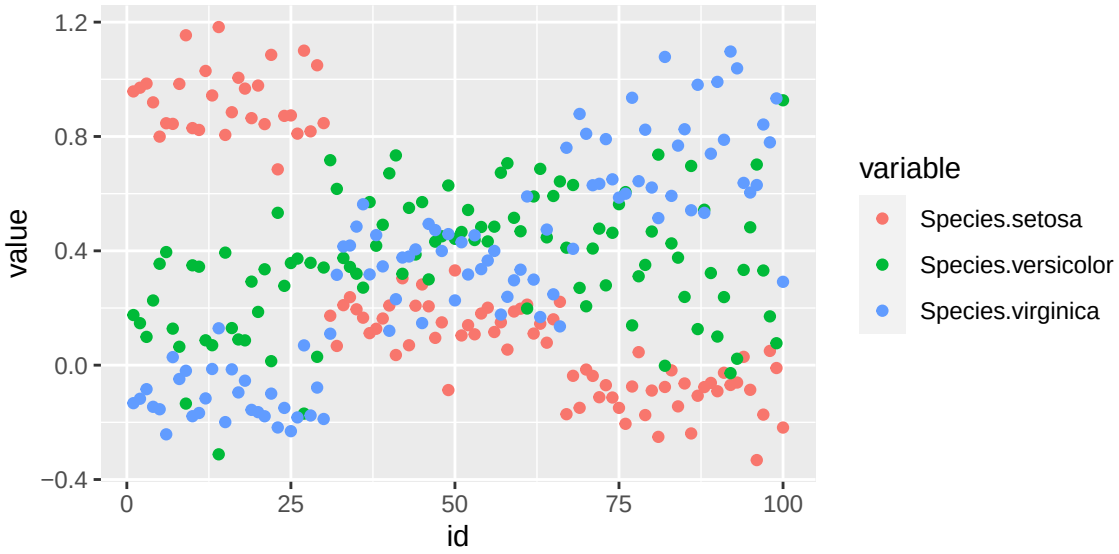
Stworzymy teraz macierze eksperymentu i wskaźnikową zarówno dla zbioru uczącego, jak i testowego. W tym celu wykorzystamy funkcję `dummyVars` z pakietu `caret`.

```
dummies <- dummyVars(" ~ .", data=iris)

train.dummies <- predict(dummies, newdata = train.set)
train.X <- as.matrix(cbind(rep(1, nrow(train.dummies)),
                           train.dummies[, 1:4]))
train.Y <- train.dummies[, 5:7]

test.dummies <- predict(dummies, newdata = test.set)
test.X <- as.matrix(cbind(rep(1, nrow(test.dummies)), test.dummies[, 1:4]))
test.Y <- test.dummies[, 5:7]
```

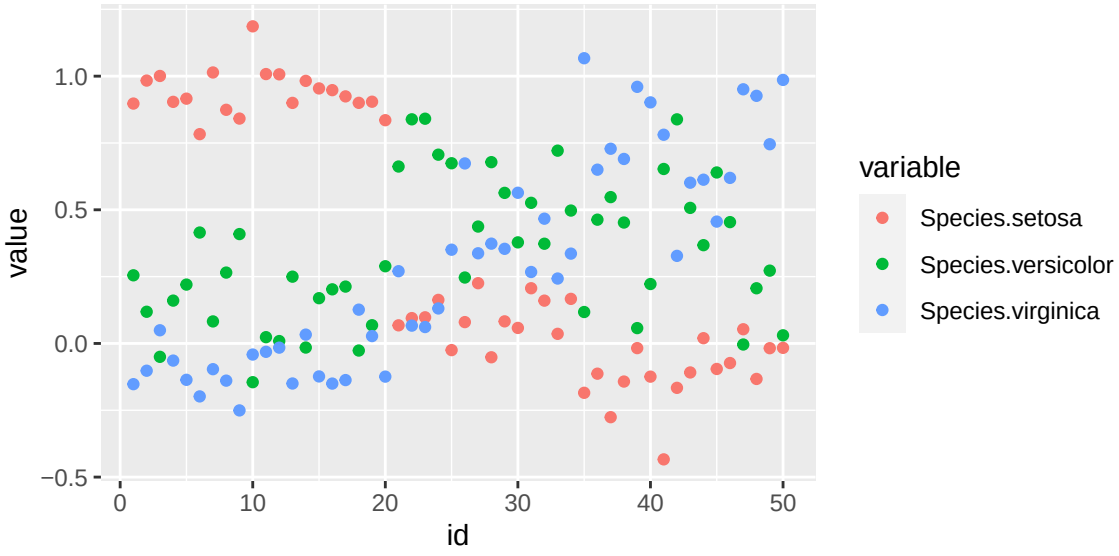
Wykorzystując metodę najmniejszych kwadratów, wyznaczamy przewidywane prognozy klas dla obu zbiorów.

```
Y.hat <- solve(t(train.X) %*% train.X) %*% t(train.X) %*% train.Y

train.proba <- train.X %*% Y.hat
test.proba <- test.X %*% Y.hat
```

Przedstawmy prognozy klas na wykresach.



Rysunek 1: Prognozy klas dla zbioru uczacego.



Rysunek 2: Prognozy klas dla zbioru testowego.

2.3 Ocena jakości klasyfikacji

Wyznaczmy teraz macierz pomyłek dla zbioru uczącego.

	Species.setosa	Species.versicolor	Species.virginica
setosa	30	0	0
versicolor	0	24	12
virginica	0	7	27

Tabela 1: Macierz pomylek dla zbioru uczacego.

Błąd klasyfikacji to 0.19.

Podobnie, wyznaczymy teraz macierz pomyłek dla zbioru testowego.

	Species.setosa	Species.versicolor	Species.virginica
setosa	20	0	0
versicolor	0	11	3
virginica	0	2	14

Tabela 2: Macierz pomylek dla zbioru testowego.

Błąd klasyfikacji wynosi 0.1.

Przypatując się wykresom (1), (2) możemy zauważyć, że zachodzi zjawisko maskowania — klasa `versicolor` jest przysłaniana.

2.4 Zastosowanie regresji liniowej do modelu o rozszerzonej ilości cech

Najpierw uzupełnijmy dane o irysach o składniki wielomianowe stopnia 2.

```
iris.quad <- (iris %>% select(-Species))^2
colnames(iris.quad) <- c("SL^2", "SW^2", "PL^2", "PW^2")
iris <- cbind(iris, combn(iris %>% select(-Species), 2,
                          FUN = Reduce, f = `*`),
              iris.quad)
```

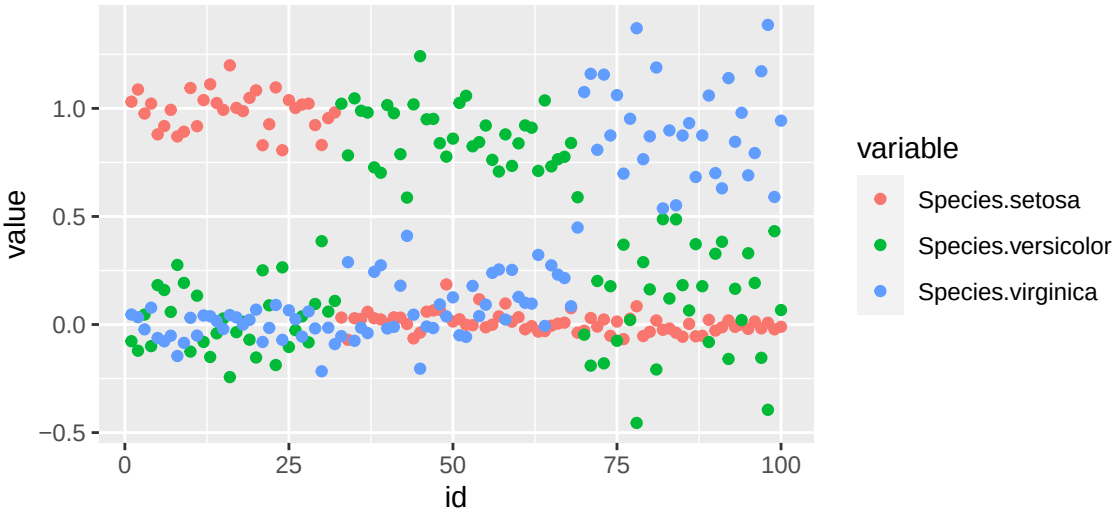
Podobnie jak poprzednio podzielimy dane na zbiory: uczący i testowy, a następnie utworzymy macierze: eksperymentu i indykatorów.

```
train.set.index <- sample(1:n, 2/3*n)
train.set <- iris %>% slice(train.set.index) %>% arrange(Species)
test.set <- iris %>% slice(-train.set.index) %>% arrange(Species)

dummies <- dummyVars(" ~ .", data=iris)
```

```
train.dummies <- predict(dummies, newdata = train.set)
train.X <- as.matrix(cbind(rep(1, nrow(train.dummies)),
                           train.dummies[, -c(5:7)]))
train.Y <- train.dummies[, 5:7]
test.dummies <- predict(dummies, newdata = test.set)
test.X <- as.matrix(cbind(rep(1, nrow(test.dummies)),
                          test.dummies[, -c(5:7)]))
test.Y <- test.dummies[, 5:7]
```

Ponownie, wyznaczymy prognozy klas i zwizualizujemy to przypisanie na wykresach.

```
Y.hat <- solve(t(train.X) %*% train.X) %*% t(train.X) %*% train.Y

train.proba <- train.X %*% Y.hat
test.proba <- test.X %*% Y.hat
```



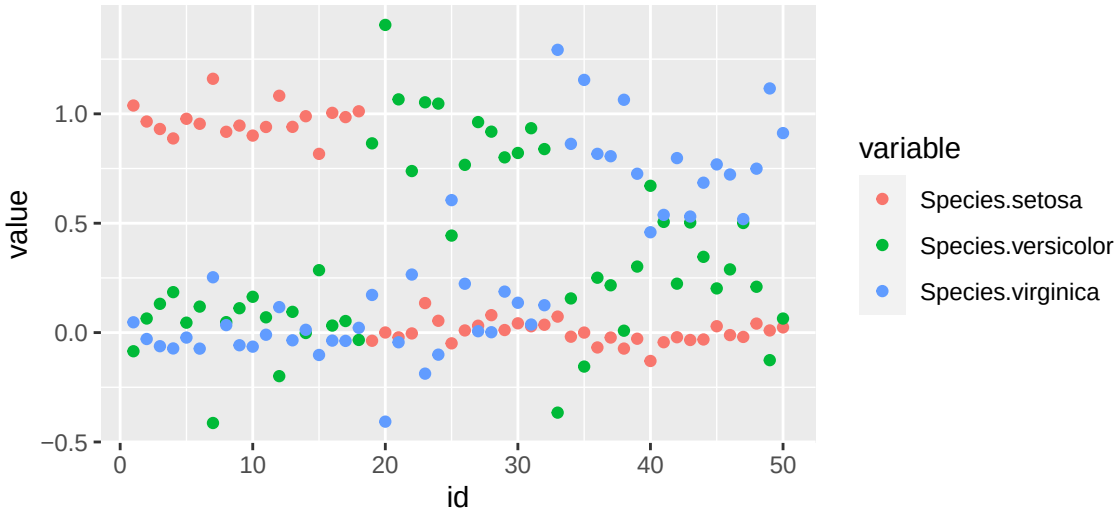
Rysunek 3: Prognozy klas dla zbioru uczacego o rozszerzonej liczbie cech.

Wyznaczymy także macierze pomyłek i błędy klasyfikacji.

	Species.setosa	Species.versicolor	Species.virginica
setosa	32	0	0
versicolor	0	36	0
virginica	0	1	31

Tabela 3: Macierz pomylek dla zbioru uczacego dla przypadku o rozszerzonej liczbie cech.

Błąd klasyfkacji wynosi 0.01.



Rysunek 4: Prognozy klas dla zbioru uczacego o rozszerzonej liczbie cech.

	Species.setosa	Species.versicolor	Species.virginica
setosa	18	0	0
versicolor	0	13	1
virginica	0	1	17

Tabela 4: Macierz pomylek dla zbioru testowego dla przypadku o rozszerzonej liczbie cech.

Błąd klasyfikacji wynosi 0.04.

Po przeanalizowaniu wykresów (3) i (4) dochodzimy do wniosku, że w tym przypadku zjawisko maskowania klas zostało zniwelowane.

2.5 Wnioski

Przede wszystkim zauważamy, że model oparty na rozszerzonej ilości cech dał znacznie lepsze rezultaty — błędy klasyfikacji były mniejsze zarówno dla zbioru uczącego, jak i testowego. W drugim modelu nie wystąpiło także zjawisko maskowania.

3 Zadanie 2

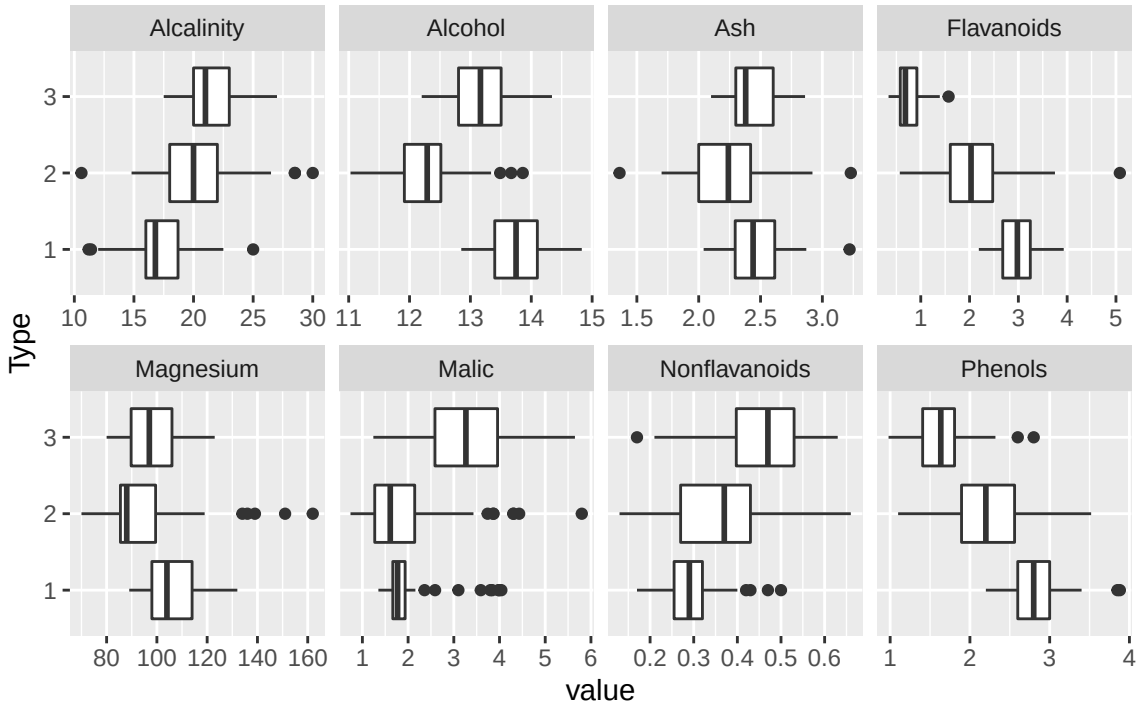
3.1 Wczytanie i krótka anliza danych

Wczytajmy i zapoznajmy się z danymi.

```
data(wine)
n <- dim(wine)[1]
variable.number <- ncol(wine)
observations.number <- nrow(wine)
NaN.number <- sum(is.na(wine))
class.number <- length(unique(wine$Type))
```

Mamy 14 zmiennych i 178 obserwacji. Są trzy klasy, informację o nich zawiera zmienna `Type`. Nie występują wartości brakujące (`NaN.number` = 0).

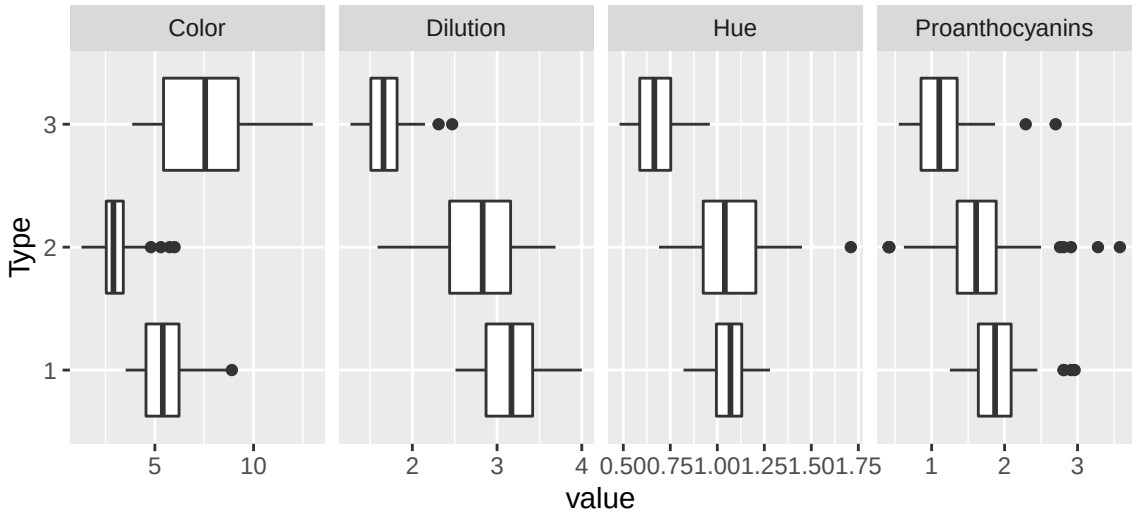
Przyjrzyjmy się naszym danym na wykresach pudełkowych — wykresy (5) i (6).



Rysunek 5: Wykresy pudelkowe naszych danych.

Możemy zauważyć, że zmiennymi, które dobrze dywersyfikują klasy są: `Alcohol` i `Flavanoids`. `Phenols` też dobrze dywersyfikują nasze zmienne, ale są silne skorelowane z `Flavanoids` (współczynnik korelacji Pearsona wynosi 0.8645635).

Podzielimy nasze dane na zbiór uczący i testowy w stosunku 2 : 1. Utworzymy także podzbiory, które będą zawierać tylko najlepiej dywersyfikujące cechy.



Rysunek 6: Wykresy pudelkowe naszych danych.

```
set.seed(42)
train.index <- sample(n, 2/3 * n)
train.data <- wine %>% slice(train.index)
test.data <- wine %>% slice(-train.index)
train.subset <- data.frame(train.data[, c(1, 2, 8)])
test.subset <- data.frame(test.data[, c(1, 2, 8)])
```

Zdefiniujmy też od razu rzeczywiste etykietki klas dla wcześniej utworzonych zbiorów.

```
train.etiquettes <- train.data$Type
test.etiquettes <- test.data$Type
subset.train.etiquettes <- train.subset$Type
subset.test.etiquettes <- test.subset$Type
```

Poniżej tworzymy także obiekt `trainControl`, który wykorzystamy przy przeprowadzaniu 5-krotnej walidacji krzyżowej.

```
cv <- trainControl(method="cv", number=5)
```

3.2 Metoda k-najbliższych sąsiadów

Na początku wytrenujmy nasz klasyfikator na zbiorze uczącym zawierającym wszystkie cechy (przyjmujemy $k = 5$).

```
model.knn.basic <- ipredknn(Type ~ ., data = train.data, k=5)

basic.knn.test.pred <- predict(model.knn.basic, test.data, type="class")
basic.knn.train.pred <- predict(model.knn.basic, train.data, type="class")
```

Wyznaczmy dla niego macierze pomyłek.

	1	2	3
1	32	5	1
2	2	39	8
3	2	7	22

(a) Zbior uczacy

	1	2	3
1	21	1	2
2	0	15	9
3	2	4	6

(b) Zbior testowy

Tabela 5: Macierze pomylek dla metody KNN — wszystkie cechy.

Błędy klasyfikacji to 0.2118644 i 0.3.

Teraz stworzymy klasyfikator na zbiorze uczącym zawierającym wybrane cechy (przyjmujemy $k = 5$).

```
knn.model.subset <- ipredknn(Type ~ ., data = train.subset, k=5)

subset.knn.test.pred <- predict(knn.model.subset, test.subset, type="class")
subset.knn.train.pred <- predict(knn.model.subset, train.subset,
                                 type="class")
```

Macierze pomyłek wyglądają następująco:

	1	2	3
1	35	2	0
2	1	47	1
3	0	2	30

(a) Zbior uczacy

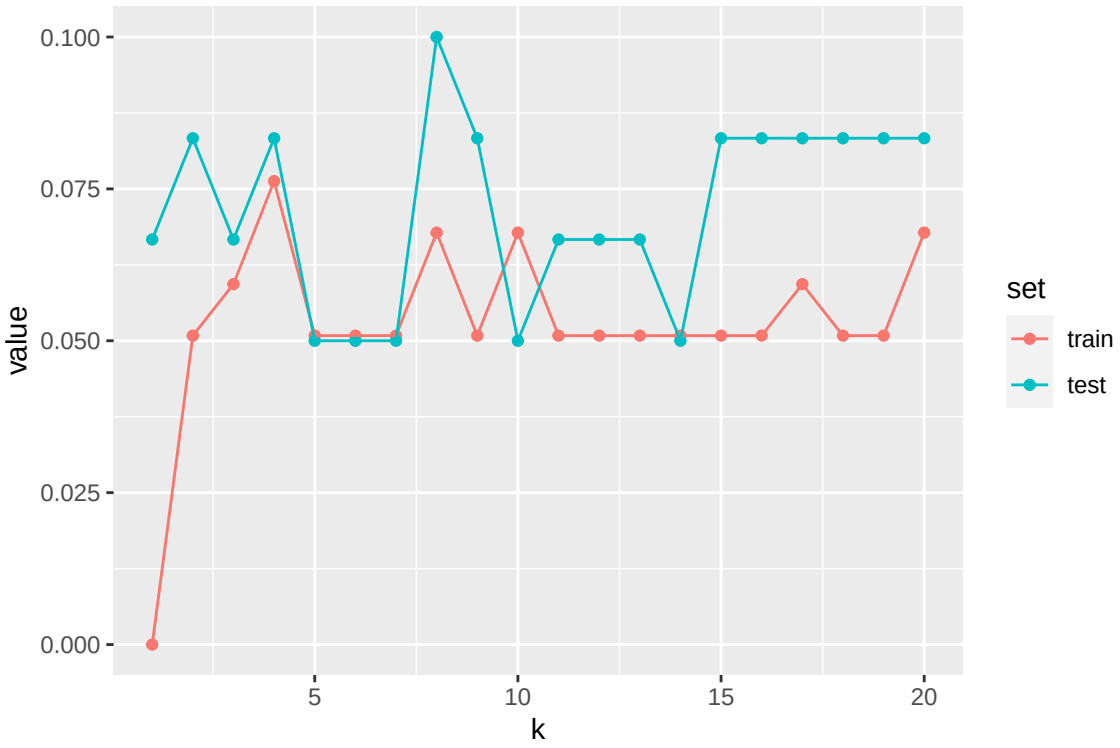
	1	2	3
1	23	2	0
2	0	17	0
3	0	1	17

(b) Zbior testowy

Tabela 6: Macierze pomylek dla metody KNN — wybrance cechy.

Błędy klasyfikacji to 0.0508475 i 0.05.

Widzimy, że klasyfikator wyćwiczony na `train.subset` poradził sobie lepiej. Zobaczmy więc jak zmienia się błąd klasyfikacji w zależności od parametru k na zbiorze z ograniczoną liczbą cech.



Rysunek 7: Blad klasyfikacji w zaleznosci od parametru k.

Widzimy, że najlepsze rezultaty otrzymujemy dla $k = 5, 6, 7$.

Wykorzystamy teraz pakiet `caret` do stworzenia modelu stuningowanego. By taki model powstał, wykorzystamy 5-krotną walidację krzyżową.

```
model <- train(Type ~ ., data = train.subset, method = "knn", trControl=cv)

tuned.knn.test.pred <- predict(model, test.data)
tuned.knn.train.pred <- predict(model, train.data)
```

Jak się okazuje, model ten również przyjmuje k = 5.

Dla tego klasyfikatora także wyznaczymy macierze pomyłek i błędy klasyfikacji.

	1	2	3
1	35	2	0
2	1	46	1
3	0	3	30

(a) Zbior uczacy

	1	2	3
1	22	2	0
2	1	17	1
3	0	1	16

(b) Zbior testowy

Tabela 7: Macierze pomylek dla metody KNN — stuningowany model.

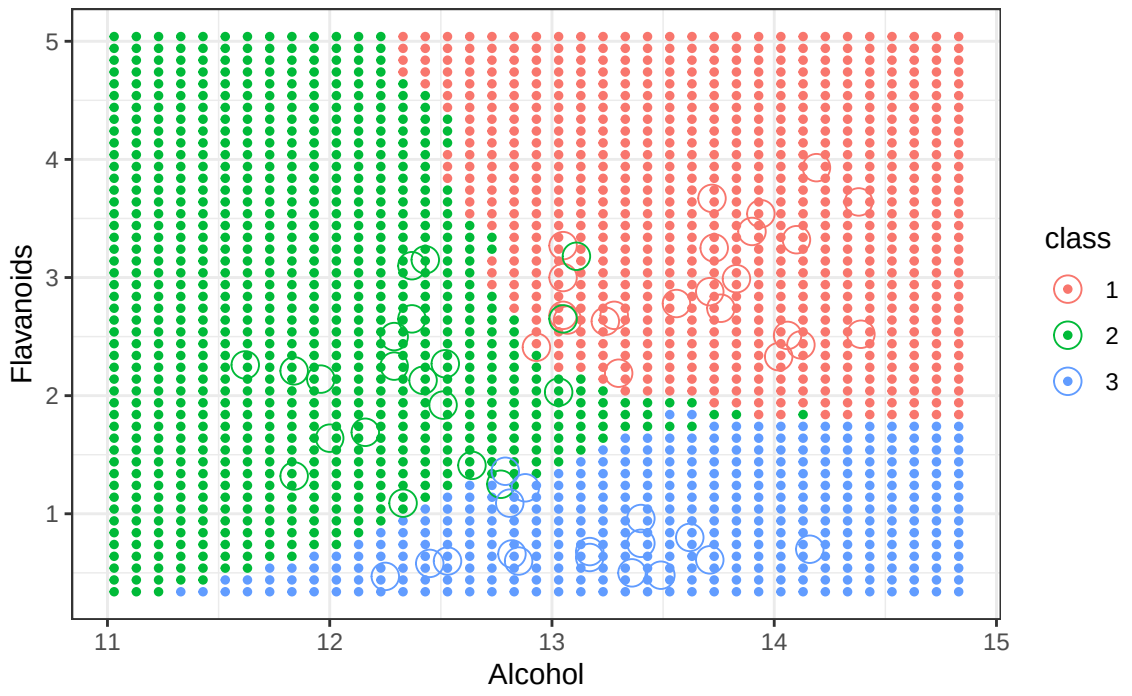
Błędy klasyfikacji to 0.059322 i 0.0833333.

Jak widzimy model stuningowany poradził sobie najlepiej. Wyznaczymy teraz dla niego błąd predykcji — skorzystamy z 5-krotnej walidacji krzyżowej, metody bootstrap oraz .632+.

```
predictor  <- function(model, newdata)
{ predict(model, newdata=newdata) }

knn.predictor <- function(formula, data)
{ train(formula, data = data, method = "knn", trControl = cv)}

knn.error.cv <- errorest(Type~., wine[, c(1, 2, 8)], model=knn.predictor,
                         predict=predictor, estimator="cv",
                         est.para=control.errorest(k = 5))

knn.error.boot <- errorest(Type~., wine[, c(1, 2, 8)], model=knn.predictor,
                         predict=predictor, estimator="boot",
                         est.para=control.errorest(nboot = 25))

knn.error.632 <- errorest(Type~., wine[, c(1, 2, 8)], model=knn.predictor,
                         predict=predictor, estimator="632plus",
                         est.para=control.errorest(nboot = 25))
```

Błędy wyniosły kolejno 0.0505618, 0.0940962 oraz 0.085608.

Poniżej wykres granic decyzyjnych dla najlepszego modelu.



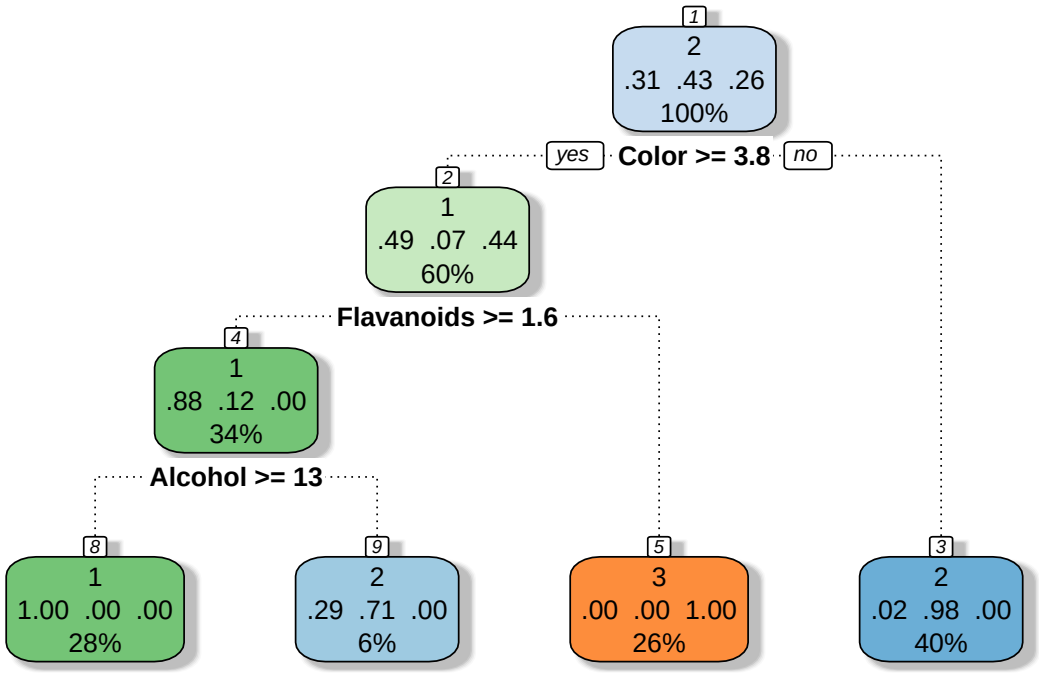
Rysunek 8: Obszary decyzyjne dla $k = 5$.

3.3 Drzewa klasyfikacyjne

Najpierw wytrenujemy model na zbiorze uczącym zawierającym wszystkie cechy.

```
basic.tree.model <- rpart(Type ~ ., data = train.data)

basic.tree.test.pred <- predict(basic.tree.model, newdata = test.data,
                                type = "class")
basic.tree.train.pred <- predict(basic.tree.model, newdata = train.data,
                                 type = "class")
```

To drzewo klasyfikacyjne wygląda następująco (9).



Rysunek 9: Drzewo decyzyjne — wszystkie cechy.

Wyznaczymy dla tego modelu macierze pomyłek i błędy klasyfikacji.

	1	2	3
1	33	0	0
2	3	51	0
3	0	0	31

(a) Zbior uczacy

	1	2	3
1	17	1	0
2	6	18	0
3	0	1	17

(b) Zbior testowy

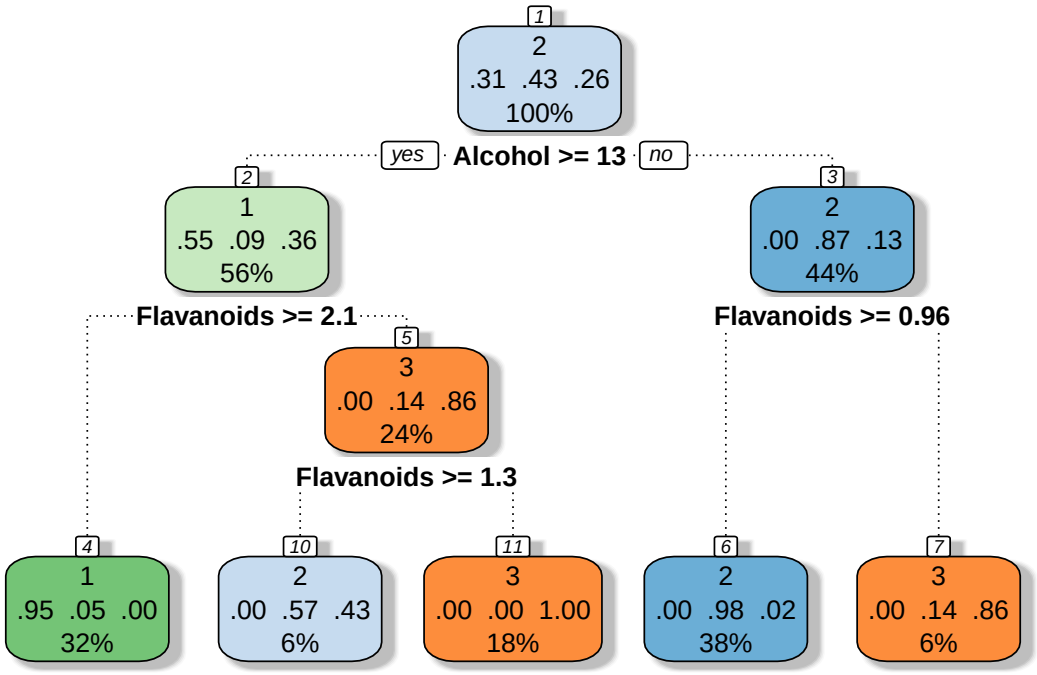
Tabela 8: Macierze pomylek dla metody drzew klasyfikacyjnych — wszystkie cechy.

Błędy klasyfikacji to 0.0254237 i 0.1333333.

Teraz stworzymy model, który wytrenujemy na `train.subset`.

```
subset.tree.model <- rpart(Type ~ ., data = train.subset)

subset.tree.test.pred <- predict(subset.tree.model, newdata = test.subset,
                                 type = "class")
subset.tree.train.pred <- predict(subset.tree.model, newdata = train.subset,
                                  type = "class")
```

To drzewo decyzyjne wygląda następująco (10).



Rysunek 10: Drzewo decyzyjne — wybrane cechy.

Podobnie jak wcześniej, wyznaczymy dla niego macierze pomyłek i błędy klasyfikacji.

	1	2	3
1	36	2	0
2	0	48	4
3	0	1	27

(a) Zbior uczacy

	1	2	3
1	23	2	0
2	0	17	1
3	0	1	16

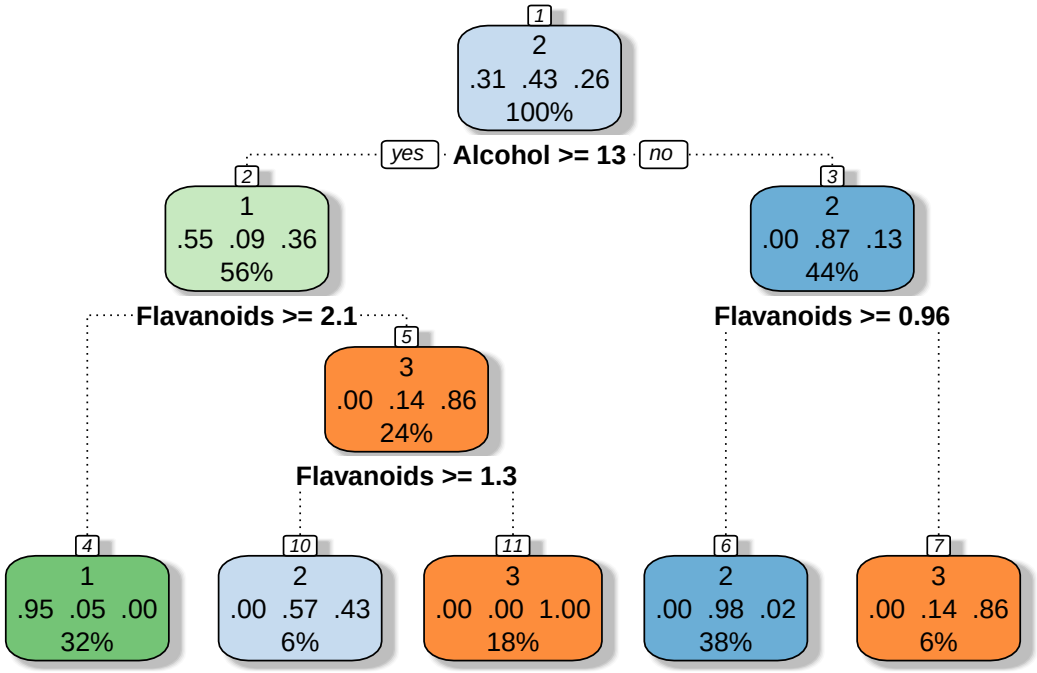
(b) Zbior testowy

Tabela 9: Macierze pomylek dla metody drzew klasyfikacyjnych — wybrane cechy.

Błędy klasyfikacji to 0.059322 i 0.0666667.

Ponownie stworzymy stuningowany model, zmieniając parametr `cp`, przy pomocy 5-krotnej walidacji krzyżowej.

```
tuned.tree.model <- train(Type ~ ., data = train.subset, method = "rpart",
                          trControl = cv, tuneLength = 10)

tuned.tree.test.pred <- predict(tuned.tree.model, test.subset)
tuned.tree.train.pred <- predict(tuned.tree.model, train.subset)
```



Rysunek 11: Drzewo decyzyjne — stunigowany model.

	1	2	3
1	36	2	0
2	0	48	4
3	0	1	27

(a) Zbior uczacy

	1	2	3
1	23	2	0
2	0	17	1
3	0	1	16

(b) Zbior testowy

Tabela 10: Macierze pomylek dla metody drzew klasyfikacyjnych — stuningowany model.

Błędy klasyfikacji to 0.059322 i 0.0666667.

Zobaczmy jak wpłynie na model wytrenowany na `train.subset` zmiana parametrów drzewa — tabela (11).

```
search_grid <- expand.grid(cp=seq(0,0.1,0.001))

best.model.tree <- train(Type ~., data = train.subset, method = "rpart",
                         trControl = cv, tuneGrid = search_grid)

a  <- best.model.tree$results %>% top_n(5, wt = Accuracy) %>%
  arrange(desc(Accuracy))
```

	cp	Accuracy	Kappa	AccuracySD	KappaSD
1	0.000	0.898	0.847	0.065	0.096
2	0.001	0.898	0.847	0.065	0.096
3	0.002	0.898	0.847	0.065	0.096
4	0.003	0.898	0.847	0.065	0.096
5	0.004	0.898	0.847	0.065	0.096

Tabela 11: 5 najlepszych modeli drzewa decyzyjnego.

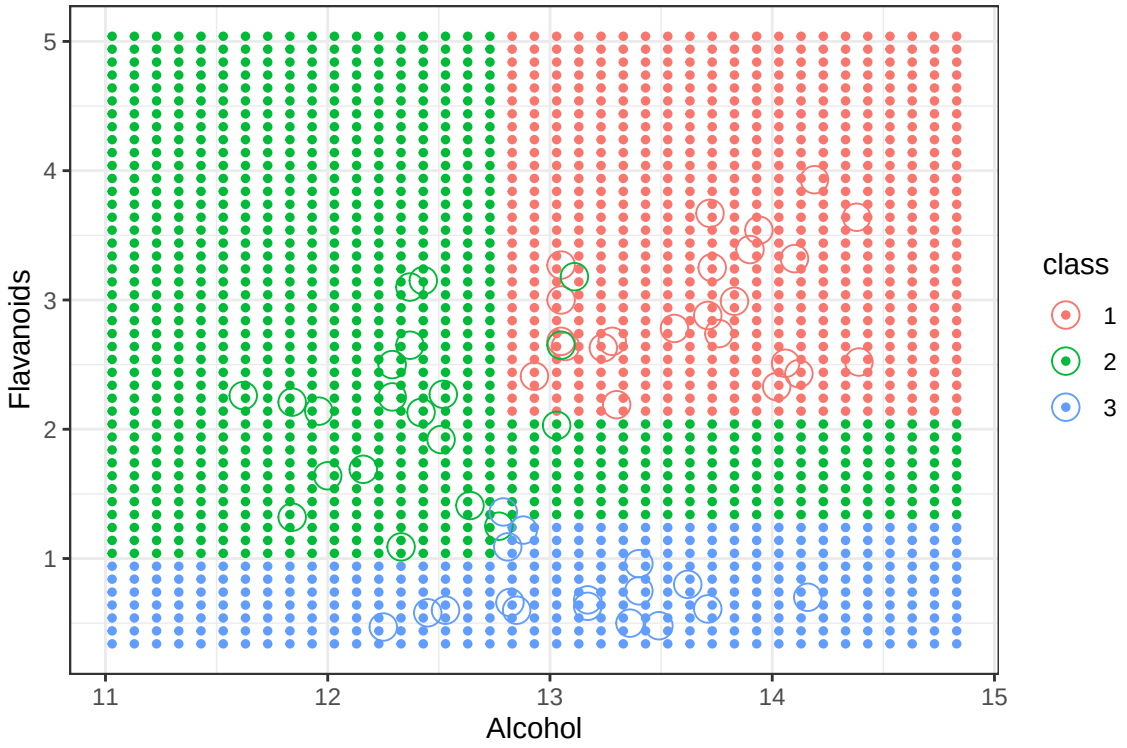
Widzimy, że najlepsze reultaty otrzymujemy dla `cp` $= 0$ — drzewa nie trzeba w ogóle przycinać.

Jak widzimy model stuningowany poradził sobie najlepiej. Wyznaczymy teraz dla niego błąd predykcji — skorzystamy ponownie z 5-krotnej walidacji krzyżowej, metody bootstrap oraz `.632+`.

```
predictor  <- function(model, newdata)
{ predict(model, newdata=newdata, type = "class") }

decision.tree.predictor <- function(formula, data)
{ rpart(formula, data = data, cp = 0)}

decision.tree.error.cv <- errorest(Type~., wine[, c(1, 2, 8)],
                                   model=decision.tree.predictor,
                                   predict=predictor, estimator="cv",
                                   est.para=control.errorest(k = 5))

decision.tree.error.boot <- errorest(Type~., wine[, c(1, 2, 8)],
                                     model=decision.tree.predictor,
                                     predict=predictor, estimator="boot",
                                     est.para=control.errorest(nboot = 25))

decision.tree.error.632 <- errorest(Type~., wine[, c(1, 2, 8)],
                                    model=decision.tree.predictor,
                                    predict=predictor, estimator="632plus",
                                    est.para=control.errorest(nboot = 25))
```

Błędy wyniosły kolejno 0.1235955, 0.1191633 oraz 0.0984642.

Poniżej wykres granic decyzyjnych dla najlepszego modelu.



Rysunek 12: Obszary decyzyjne dla drzewa decyzyjnego.

3.4 Naiwny klasyfikator bayesowski

Najpierw wytrenujemy model na zbiorze uczącym zawierającym wszystkie zmienne.

```
bayes.model.basic <- naiveBayes(Type ~ ., data = train.data)

basic.bayes.train.pred <- predict(bayes.model.basic, train.data)
basic.bayes.test.pred <- predict(bayes.model.basic, test.data)
```

Wyznaczmy dla tego modelu macierze pomyłek i wartości błędów klasyfikacji.

	1	2	3
1	36	0	0
2	0	50	1
3	0	0	31

(a) Zbior uczacy

	1	2	3
1	22	1	0
2	0	19	1
3	0	0	17

(b) Zbior testowy

Tabela 12: Macierze pomylek dla klasyfikatora bayesowskiego — wszystkie cechy.

Błędy klasyfikacji to kolejno 0.0084746 i 0.0333333.

Powtórzmy teraz powyższe dla wybranego podzbioru naszych danych.

```
bayes.model.subset <- naiveBayes(Type ~ ., data = train.subset)

bayes.subset.train.pred <- predict(bayes.model.subset, train.subset)
bayes.subset.test.pred <- predict(bayes.model.subset, test.subset)
```

	1	2	3
1	34	2	0
2	2	47	2
3	0	1	30

(a) Zbior uczacy

	1	2	3
1	21	2	0
2	2	17	1
3	0	1	16

(b) Zbior testowy

Tabela 13: Macierze pomylek dla klasyfikatora bayesowskiego — wybrane cechy.

Błędy klasyfikacji to kolejno 0.059322 i 0.1.

Ponownie skorzystamy z pakietu `caret`, by stworzyć model stunigowany, wytrenowany na wszystkich cechach. Wyznaczymy dla niego macierze pomyłek i błędy klasyfikacji.

```
model <- train(Type ~ ., data = train.data, method = "naive_bayes",
               trControl = cv)
```

	1	2	3
1	36	0	0
2	0	50	1
3	0	0	31

(a) Zbior uczacy

	1	2	3
1	22	1	0
2	0	19	1
3	0	0	17

(b) Zbior testowy

Tabela 14: Macierze pomylek dla klasyfikatora bayesowskiego — model stuningowany.

Błędy klasyfikacji w tym przypadku to kolejno 0.0084746 i 0.0333333.

Widzimy, że poradził on sobie najlepiej z trzech rozważanych modeli.

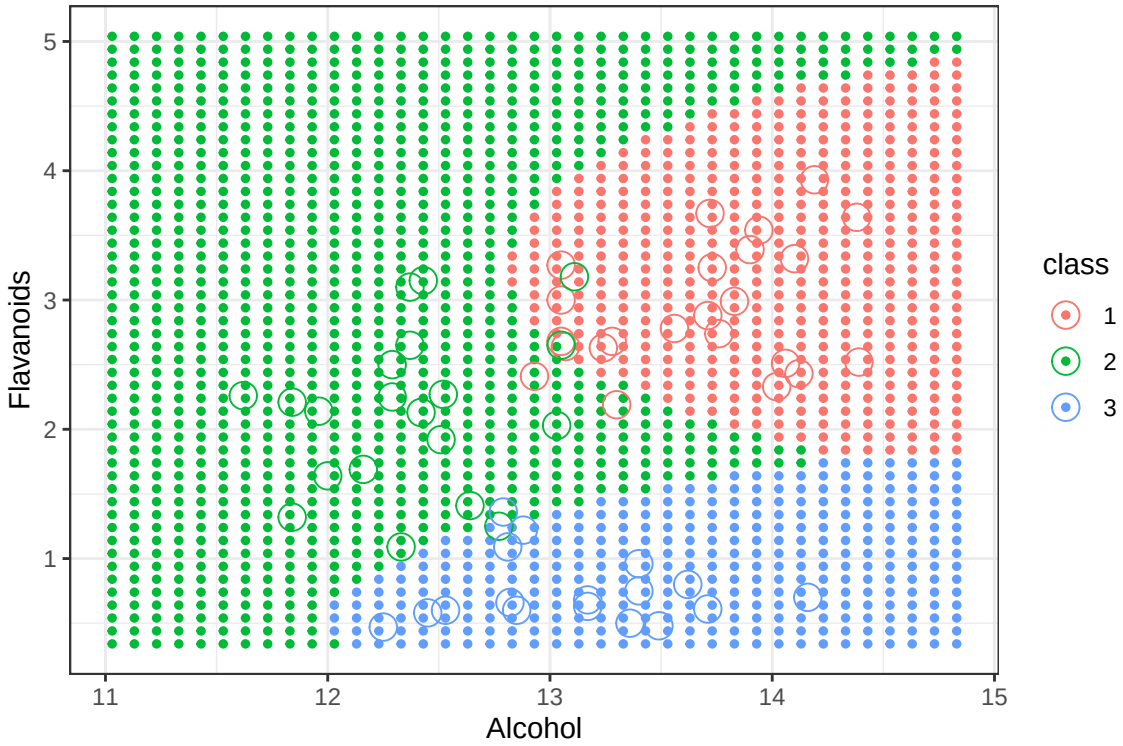
Powtórzymy teraz ocenę klasyfikacji, podobnie jak dla wcześniej, dla stuningowanego klasyfikatora bayesowskiego.

```
predictor  <- function(model, newdata)
{ predict(model, newdata=newdata) }

naiveBayes.predictor <- function(formula, data)
{ train(formula, data = data, method = "naive_bayes", trControl = cv)}

naiveBayes.error.cv <- errorest(Type~., wine, model=naiveBayes.predictor,
                                predict=predictor,
```

```
                                    estimator="cv",
                                    est.para=control.errorest(k = 5))

naiveBayes.error.boot <- errorest(Type~., wine, model=naiveBayes.predictor,
                                    predict=predictor, estimator="boot",
                                    est.para=control.errorest(nboot = 25))

naiveBayes.error.632 <- errorest(Type~., wine, model=naiveBayes.predictor,
                                    predict=predictor, estimator="632plus",
                                    est.para=control.errorest(nboot = 25))
```

Błędy predykcji wyniosły kolejno 0.0393258, 0.0239424 oraz 0.0204592.

Poniżej wykres granic decyzyjnych dla najlepszego modelu.



Rysunek 13: Obszary decyzyjne dla naiwnego klasyfikatora Bayesowskiego.

3.5 Wieloklasowa regresja logistyczna

Najpierw wytrenujemy model na zbiorze uczącym zawierającym wszystkie zmienne.

```
mlr.model.basic <- multinom(Type ~ ., data = train.data)

basic.mlr.train.pred <- predict(mlr.model.basic, newdata = train.data,
                                type = "class")
```

```
basic.mlr.test.pred <- predict(mlr.model.basic, newdata = test.data,
                               type = "class")
```

Wyznaczmy dla tego modelu macierze pomyłek i wartości błędów klasyfikacji.

	1	2	3
1	36	0	0
2	0	51	0
3	0	0	31

(a) Zbior uczacy

	1	2	3
1	22	0	1
2	1	18	1
3	0	0	17

(b) Zbior testowy

Tabela 15: Macierze pomylek dla regresji wieloklasowej — wszystkie cechy.

Błędy klasyfikacji to kolejno 0 i 0.05.

Powtórzmy teraz powyższe dla wybranego podzbioru naszych danych.

```
mlr.model.subset <- multinom(Type ~ ., data = train.subset)

mlr.subset.train.pred <- predict(mlr.model.subset, train.subset,
                                 type = "class")
mlr.subset.test.pred <- predict(mlr.model.subset, test.subset,
                                type = "class")
```

	1	2	3
1	34	2	0
2	3	46	2
3	0	1	30

(a) Zbior uczacy

	1	2	3
1	19	4	0
2	1	19	0
3	0	1	16

(b) Zbior testowy

Tabela 16: Macierze pomylek dla wieloklasowej regresji — wybrane cechy.

Błędy klasyfikacji to kolejno 0.0677966 i 0.1.

Ponownie skorzystamy z pakietu `caret`, by stworzyć model stunigowany. Wyznaczymy dla niego macierze pomyłek i błędy klasyfikacji.

```
model <- train(Type ~ ., data = train.data, method = "multinom",
               trControl = cv)
```

	1	2	3
1	36	0	0
2	0	51	0
3	0	0	31

(a) Zbior uczacy

	1	2	3
1	22	1	0
2	1	18	1
3	0	0	17

(b) Zbior testowy

Tabela 17: Macierze pomylek dla klasyfikatora regresji wieloklasowej — model stuningowany.

Błędy klasyfikacji w tym przypadku to kolejno 0 i 0.05.

Powtórzymy teraz podobną jak wcześniej ocenę klasyfikacji dla stuningowanego modelu regresji wieloklasowej.

```
predictor  <- function(model, newdata)
{ predict(model, newdata=newdata) }

mlr.predictor <- function(formula, data)
{ train(formula, data = data, method = "multinom", trControl = cv)}

mlr.error.cv <- errorest(Type~., wine, model=mlr.predictor,
                         predict=predictor,
                         estimator="cv", est.para=control.errorest(k = 5))

mlr.error.boot <- errorest(Type~., wine,
                                    model=mlr.predictor,
                                    predict=predictor, estimator="boot",
                                    est.para=control.errorest(nboot = 25))

mlr.error.632 <- errorest(Type~., wine,
                                    model=mlr.predictor,
                                    predict=predictor, estimator="632plus",
                                    est.para=control.errorest(nboot = 25))
```

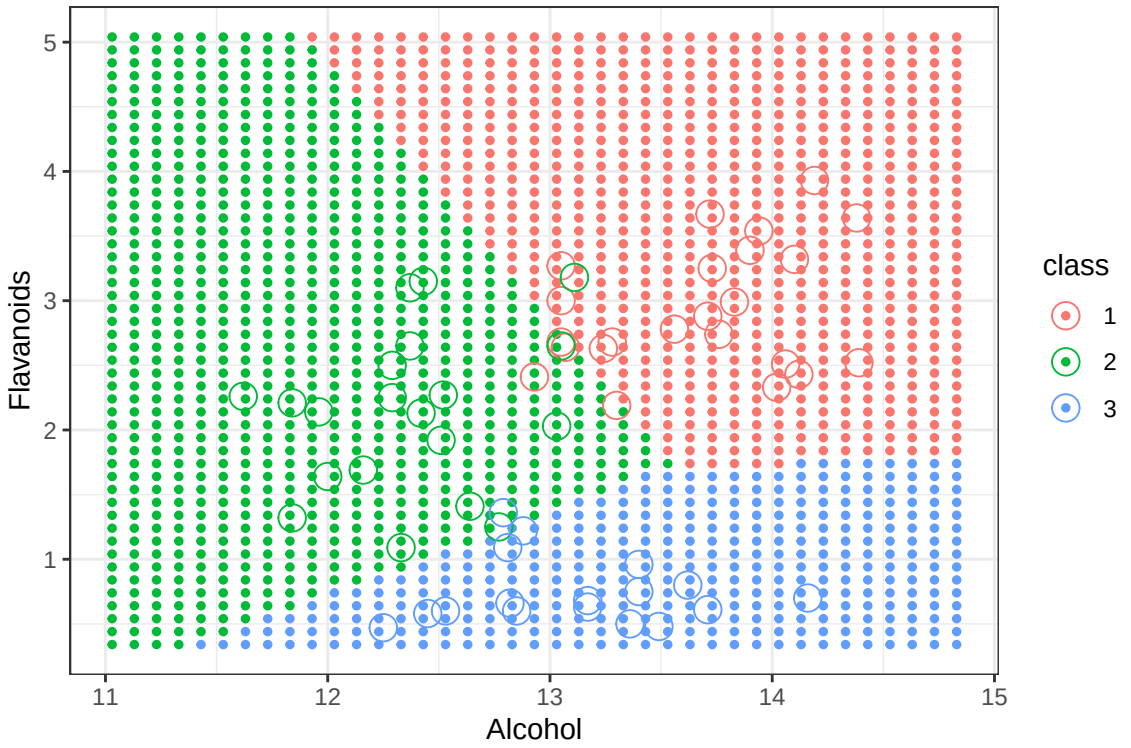
Błędy predykcji wyniosły 0.0561798, 0.0621059 oraz 0.0518783.

Poniżej wykres granic decyzyjnych dla najlepszego modelu — rysunek (14).

3.6 Podsumowanie

Porównaliśmy ze sobą 4 klasyfikatory. Dla każdego z nich badaliśmy jaki wpływ na dokładność ich predykcji ma zmiana charakterystycznych dla nich parametrów czy zmiany w zbiorze uczącym (klasyfikatory trenowaliśmy na zbiorach, które albo zawierały wszystkie zmienne, albo te wybrane przez nas, które wprowadziły najlepszy podział na zmienne).

- Dla metody k najbliższych sąsiadów najlepsze rezultaty otrzymaliśmy dla $k = 5$ i zbioru uczącego o zawężonej liczbie cech.



Rysunek 14: Obszary decyzyjne dla wieloklasowej regresji logistycznej.

- Dla metody drzew decyzyjnych najlepsze okazało się przyjęcie wartości parametru $cp = 0$ i wyuczenie modelu na zbiorze z wybranymi przez nas cechami.
- Dla naiwnego klasyfikatora bayesowskiego najlepsze efekty otrzymaliśmy, gdy wyuczyliśmy model na zbiorze uczącym zawierającym wszystkie zmienne.
- Dla wieloklasowej regresji logistycznej najefektywniejsze okazało się wyuczenie modelu na zbiorze zawierającym wszystkie zmienne.

Błędy predykacji dla 5-krotnej walidacji krzyżowej, metody bootstrap oraz `.632+` wyglądają następująco — tabela (18).

Metoda	KNN	Drzewa decyzyjne	Naiwny klasyfikator bayesowski	Wieloklasowa regresja logistyczna
CV	0.0505618	0.1235955	0.0393258	0.0561798
Bootstrap	0.0940962	0.1191633	0.0239424	0.0621059
632+	0.085608	0.0984642	0.0204592	0.0518783

Tabela 18: Wartości błędów predykcji.

Możemy zauważyć, że najlepszą metodą okazał się naiwny klasyfikator bayesowski. Najgorzej natomiast poradziły sobie drzewa decyzyjne.