

Raport z Pracowni nr 2

Zadanie 1

1. Cel zadania

Celem zadania było zbadanie wpływu wyboru wektora startowego X_0 na zbieżność algorytmu iteracji prostej przy wykorzystaniu metody IterujAWektor.

2. Metody

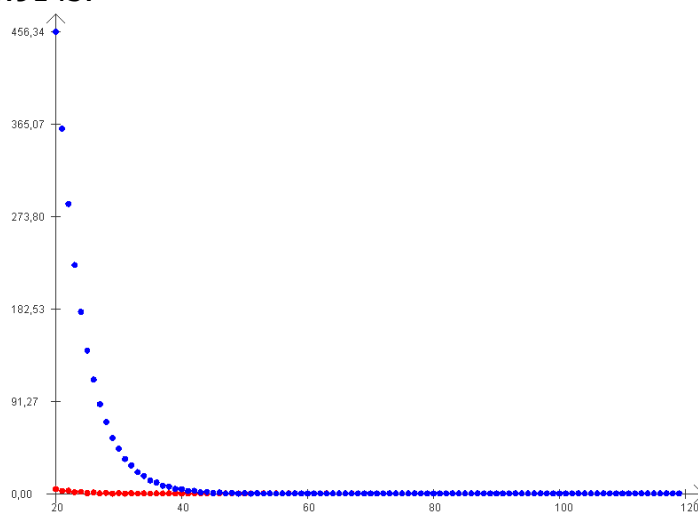
Zadanie rozwiązywano z wykorzystaniem środowiska NetBeans IDE 7.3 zainstalowanym na komputerze przenośnym o procesorze Intel Celeron CPU 1007U, za pomocą klas udostępnionych w ramach zajęć z kursu Metody numeryczne, analizę danych wykonano w programie Excel

3. Przyjęte parametry:

- $\text{eps} = 1.0\text{E-}7$
- $n = 100$
- $\text{alfa} = 0.5$

4. Przebieg eksperymentu

1. Dla wybranych parametrów przeprowadzono kilka testów kontrolnych. Rozważono dwa różne wektory początkowe dla jednej macierzy o normie kolumnowej 0.9145.



Rys. 1. Normy kolejnych przybliżeń rozwiązań dla dwóch różnych wektorów początkowych (czerwony - $\|X_0\|_1 = 473.6$, niebieski - $\|X_1\|_1 = 48485.4$) wyświetlane od 20 iteracji

Uzyskano następujące wyniki:

Wektor	X0	X1
Norma wektora	473.6	48 485.4
Liczba wykonanych iteracji	100	119
Liczba iteracji, po których norma stabilizuje się na 5 miejscach po przecinku	77	96
Błąd rozwiązania	3.92E-6	4.78E-6

2. Sformułowano hipotezę badawczą: liczba iteracji rośnie wraz ze wzrostem wartości normy wektora początkowego.
3. Dobór parametrów: w ramach eksperymentu postanowiono wybrać wektory o normach:
1E-9, 1E-7, 1E-5, 1E-3, 1E-1, 10, 1E3, 1E5, 1E7, 1E9
Dla lepszego zobrazowania wyników postanowiono zmieniać parametr w skali logarytmicznej.
Wydaje się oczywiste, że wraz ze wzrostem wartości normy wektora powyżej 1 liczba przeprowadzonych iteracji powinna wzrastać, autorowi nasuwa się jednak wątpliwość, co będzie się działo, gdy normy będą stosunkowo małe.
4. Przebieg eksperymentu: dla każdej wartości normy wektora początkowego przeprowadzono 3 testy. Średnie wartości poszczególnych parametrów zebrano w poniższej tabeli.

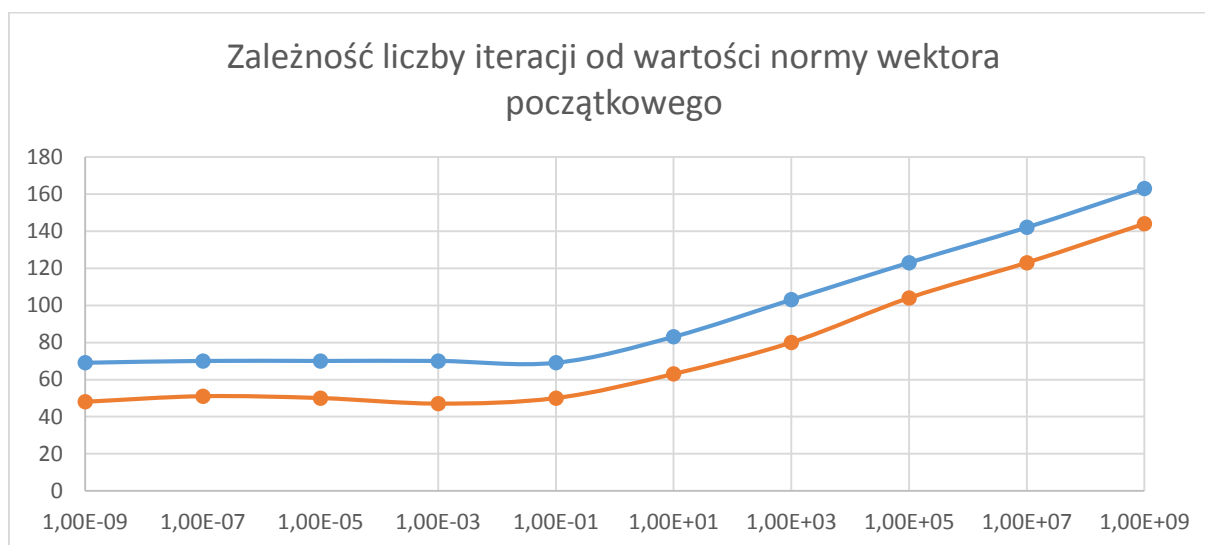
Tabela 1. Zestawienie średnich wyników badania zbieżności metody

Norma wektora	1,00E-09	1,00E-07	1,00E-05	1,00E-03	1,00E-01	1,00E+01	1,00E+03	1,00E+05	1,00E+07	1,00E+09
Norma macierzy	0,91	0,91	0,92	0,91	0,9	0,91	0,9	0,92	0,92	0,92
Liczba iteracji	69	70	70	70	69	83	103	123	142	163
Liczba iteracji 2	48	51	50	47	50	63	80	104	123	144
Błąd rozwiązania	4,72E-06	4,31E-06	4,30E-06	4,20E-06	4,50E-06	4,50E-06	4,20E-06	4,30E-06	4,30E-06	4,28E-06

Wartości norm losowanych macierzy niewiele się zmieniały, w związku z tym można powiedzieć, że na liczbę iteracji dominujący wpływ miały normy wektora początkowego. Błąd rozwiązania zmienia się nieznacznie przy zmieniającej się wartości wektora początkowego. Ciekawe jednak są zmiany liczby iteracji, które wykonała metoda IterujAWektor oraz liczba iteracji, po której norma rozwiązania stabilizuje się na 5 miejscach po przecinku. Zmienność tych dwóch liczb zobrazowano na poniższym wykresie (dla lepszej czytelności wykresu na osi poziomej zastosowano skalę logarytmiczną).

Wbrew wcześniejszym oczekiwaniom liczba iteracji nie maleje zawsze tak samo wraz ze zmianą normy wektora początkowego – dla wektorów o małych normach (mniejszych od 1) liczba iteracji, które muszą być wykonane jest mniej więcej stała. Dla norm wektora większych od 1 wraz ze wzrostem normy wektora początkowego rośnie liczba iteracji, które muszą być wykonane,

by norma różnicy kolejnych przybliżeń była mniejsza od zadanej wartości $\epsilon = 10^{-7}$.



Rys. 2. Zależność liczby iteracji od wartości normy wektora początkowego

Wnioski:

- Nie zaobserwowano zależności błędu rozwiązania od wartości normy wektora początkowego.
- Liczba iteracji, które należy wykonać dla uzyskania zadanej normy różnicy kolejnych przybliżeń rozwiązania jest stała dla wektorów początkowych o normach mniejszych od 1.
- Liczba iteracji, które należy wykonać dla uzyskania zadanej normy różnicy kolejnych przybliżeń rozwiązania rośnie wraz ze wzrostem normy wektora początkowego.