

Algorytm Min-Max na przykładzie gry w kółko i krzyżyk

Mikołaj Szawerda 318731

Opis polecenia

Zadanie polega na zaimplementowaniu terminalowej wersji gry w kółko i krzyżyk na planszy 3X3. Kolejne ruchy każdego z graczy są generowane przez algorytm MiniMax. Algorytm polega na generowaniu możliwych stanów gry o x ruchów w przód, a następnie oceny każdej z ścieżek przy pomocy funkcji heurystycznej (w przypadku braku dotarcia do stanu terminalnego) lub funkcji wypłaty (w przeciwnym wypadku(wygrywa x, lub o lub remis)) z założeniem wybrania przez graczy optymalizujących wyborów.

W mojej implementacji wykorzystałem zaproponowaną na wykładzie funkcję heurystyczną z wykorzystaniem macierzy

| | | |
|---|---|---|
| 3 | 2 | 3 |
|---|---|---|

| | | |
|---|---|---|
| 2 | 4 | 2 |
|---|---|---|

| | | |
|---|---|---|
| 3 | 2 | 3 |
|---|---|---|

Macierz obrazuje w ilu konfiguracjach potencjalnie bierze udział dane pole. Funkcja heurystyczna to suma poszczególnych wartości macierzy razy odpowiednio (1 - dla gracza max, 0 dla pustego pola, -1 dla gracza min)

Ponieważ istnieje możliwość, że parę pól uzyska najlepszą etykietę, w mojej implementacji z puli pól maksymalnych jest losowo wybierane jedno - zwiększa to różnorodność gry i w przypadku mniejszych głębokości zwiększa szanse na wygraną.

Planowane eksperymenty numeryczne

Algorytm minimax zostanie uruchomiony dla każdej kombinacji głębokości poszukiwań obu graczy z zakresu <1,9> (gdzie 1 oznacza wygenerowanie przyszłego ruchu i ocenę przez funkcję heurystyczną)

Ponieważ występuje element losowy, gra zostanie wykonana 15 razy dla każdej kombinacji.

Pomiarowi podlega również średni czas wykonania się programu w zależności od głębokości(w tym przypadku zaprezentowane zostaną wyniki dla głębokości graczy równych sobie).

Przyjmuję, że gracz grający symbolem X zaczyna pierwszy.

Dla głębokości obu graczy = 1 nie widać 100% przewagi jednego z graczy. Jest to spowodowane niemożnością przewidzenia przez gracza ruchu przeciwnika, który kończy grę - natychmiast po wygenerowaniu możliwych ruchów jest liczona funkcja heurystyczna, która nie zawiera informacji o możliwym przyszłym stanie terminalnym. W przypadku, gdy głębokość jednego z gracza = 1, a drugiego != 1 występuje 100% przewaga danego gracza - gracz, który ma możliwość zobaczenia większej ilości potencjalnych ruchów przeciwnika, może go zablokować, jednocześnie zapewniając sobie wygraną w przyszłym ruchu. Gdy głębokość obu graczy jest ≥ 2 gra praktycznie zawsze kończy się remisem.

Wizualizacja przykładowych gier

Głębokość gracza X: 1, Głębokość gracza O: 1, Wynik: Wygrał x

| | | |
|--|---|--|
| | | |
| | x | |
| | | |

| | | |
|---|---|--|
| o | | |
| | x | |
| | | |

| | | |
|---|---|--|
| o | | |
| | x | |
| x | | |

| | | |
|---|---|---|
| o | | |
| | x | |
| x | | o |

| | | |
|---|---|---|
| o | | x |
| | x | |
| x | | o |

Głębokość gracza X: 1, Głębokość gracza O: 1, Wynik: Wygrał o

| | | |
|--|---|--|
| | | |
| | x | |
| | | |

| | | |
|--|---|---|
| | | o |
| | x | |
| | | |

| | | |
|---|---|---|
| | | o |
| | x | |
| x | | |

| | | |
|---|---|---|
| o | | o |
| | x | |
| x | | |

| | | |
|---|---|---|
| o | | o |
| | x | |
| x | | x |

| | | |
|---|---|---|
| o | o | o |
| | x | |
| x | | x |

Głębokość gracza X: 1, Głębokość gracza O: 9, Wynik: Wygrał o

| | | |
|--|---|--|
| | | |
| | x | |
| | | |

| | | |
|--|---|---|
| | | |
| | x | |
| | | o |

| | | |
|---|---|---|
| | | |
| | x | |
| x | | o |

| | | |
|---|---|---|
| | | o |
| | x | |
| x | | o |

| | | |
|---|---|---|
| x | | o |
| | x | |
| x | | o |

| | | |
|---|---|---|
| x | | o |
| | x | o |
| x | | o |

Głębokość gracza X: 9, Głębokość gracza O: 1, Wynik: Wygrał x

| | | |
|--|---|--|
| | | |
| | x | |
| | | |

| | | |
|--|---|---|
| | | |
| | x | |
| | | o |

| | | |
|--|---|---|
| | x | |
| | x | |
| | | o |

| | | |
|---|---|---|
| | x | |
| | x | |
| o | | o |

| | | |
|---|---|---|
| | x | |
| | x | |
| o | x | o |

Widać, że w każdej z gier gracze nie zauważyli przyszłego stanu terminalnego.

Głębokość gracza X: 3, Głębokość gracza O: 7, Wynik: Wygrał o

| | | | | | | | | |
|--|---|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | | |
| | | | | | | | | |
| | X | | | | | | | |
| | | | | | | | | |
| | | | | | | | | |

| | | | | | | | | |
|--|--|---|---|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | | |
| | | | O | | | | | |
| | | X | | | | | | |
| | | | | | | | | |
| | | | | | | | | |

| | | | | | | | | |
|--|--|---|---|---|--|--|--|--|
| | | | | | | | | |
| | | | X | O | | | | |
| | | X | | | | | | |
| | | | | | | | | |
| | | | | | | | | |

| | | | | | | | | |
|--|--|---|---|---|--|--|--|--|
| | | | | | | | | |
| | | | X | O | | | | |
| | | X | | | | | | |
| | | | | | | | | |
| | | O | | | | | | |

| | | | | | | | | |
|--|--|---|---|---|--|--|--|--|
| | | | | | | | | |
| | | X | X | O | | | | |
| | | | X | | | | | |
| | | | | | | | | |
| | | O | | | | | | |

| | | | | | | | | |
|--|--|---|---|---|--|--|--|--|
| | | | | | | | | |
| | | X | X | O | | | | |
| | | | X | | | | | |
| | | | | | | | | |
| | | O | O | | | | | |

| | | | | | | | | |
|--|--|---|---|---|--|--|--|--|
| | | | | | | | | |
| | | X | X | O | | | | |
| | | | X | | | | | |
| | | | | | | | | |
| | | X | O | O | | | | |

| | | | | | | | | |
|--|--|---|---|---|--|--|--|--|
| | | | | | | | | |
| | | X | X | O | | | | |
| | | | X | | | | | |
| | | | | | | | | |
| | | X | O | O | | | | |

Graczowi O udało się zastawić pułapkę - w 7. ruchu nie ważne gdzie zagrałby X, O i tak wygra.

Głębokość gracza X: 9, Głębokość gracza O: 3, Wynik: Wygrał x

| | | | | | | | | |
|---|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | | |
| | | | | | | | | |
| X | | | | | | | | |
| | | | | | | | | |
| | | | | | | | | |

| | | | | | | | | |
|---|---|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | | |
| | | | | | | | | |
| X | O | | | | | | | |
| | | | | | | | | |
| | | | | | | | | |

| | | | | | | | | |
|---|---|--|--|---|--|--|--|--|
| | | | | | | | | |
| | | | | X | | | | |
| X | O | | | | | | | |
| | | | | | | | | |
| | | | | | | | | |

| | | | | | | | | |
|---|---|--|---|---|--|--|--|--|
| | | | | | | | | |
| | | | O | X | | | | |
| X | O | | | | | | | |
| | | | | | | | | |
| | | | | | | | | |

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|--|--|--|--|
| | | | | | | | | |
| | | | O | X | | | | |
| X | O | | | | | | | |
| | | | | | | | | |
| | | X | | | | | | |

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|--|--|--|
| | | | | | | | | |
| | | | O | O | X | | | |
| X | O | | | | | | | |
| | | | | | | | | |
| | | X | | | | | | |

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|--|--|--|
| | | | | | | | | |
| | | | O | O | X | | | |
| X | O | | | | | | | |
| | | | | | | | | |
| | | X | X | | | | | |

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|--|--|--|
| | | | | | | | | |
| | | | O | O | X | | | |
| X | O | | | | | | | |
| | | | | | | | | |
| O | X | X | | | | | | |

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|--|--|--|
| | | | | | | | | |
| | | | O | O | X | | | |
| X | O | | | | | | | |
| | | | | | | | | |
| O | X | X | | | | | | |

W podobny sposób graczowi X udało się zastawić pułapkę dla gracza O, jednakże warte jest spostrzeżenia iż gracz wymagał do tego możliwości maksymalnej głębokości przeszukiwań.

Głębokość gracza X: 9, Głębokość gracza O: 9, Wynik: Remis

| | | | | | | | | |
|--|---|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | | |
| | | | | | | | | |
| | X | | | | | | | |
| | | | | | | | | |
| | | | | | | | | |

| | | | | | | | | |
|--|---|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | | |
| | | | | | | | | |
| | X | | | | | | | |
| | | | | | | | | |
| | | | | | | | | |

| | | | | | | | | |
|--|--|---|---|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | | |
| | | | X | | | | | |
| | | X | | | | | | |
| | | | | | | | | |
| | | | O | | | | | |

| | | | | | | | | |
|---|--|---|---|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | | |
| | | | X | | | | | |
| | | X | | | | | | |
| | | | | | | | | |
| O | | | O | | | | | |

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | | |
| | | | X | | | | | |
| | | X | | | | | | |
| | | | | | | | | |
| O | X | O | | | | | | |

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|--|--|--|--|
| | | | | | | | | |
| | | | X | O | | | | |
| | | X | | | | | | |
| | | | | | | | | |
| O | X | O | | | | | | |

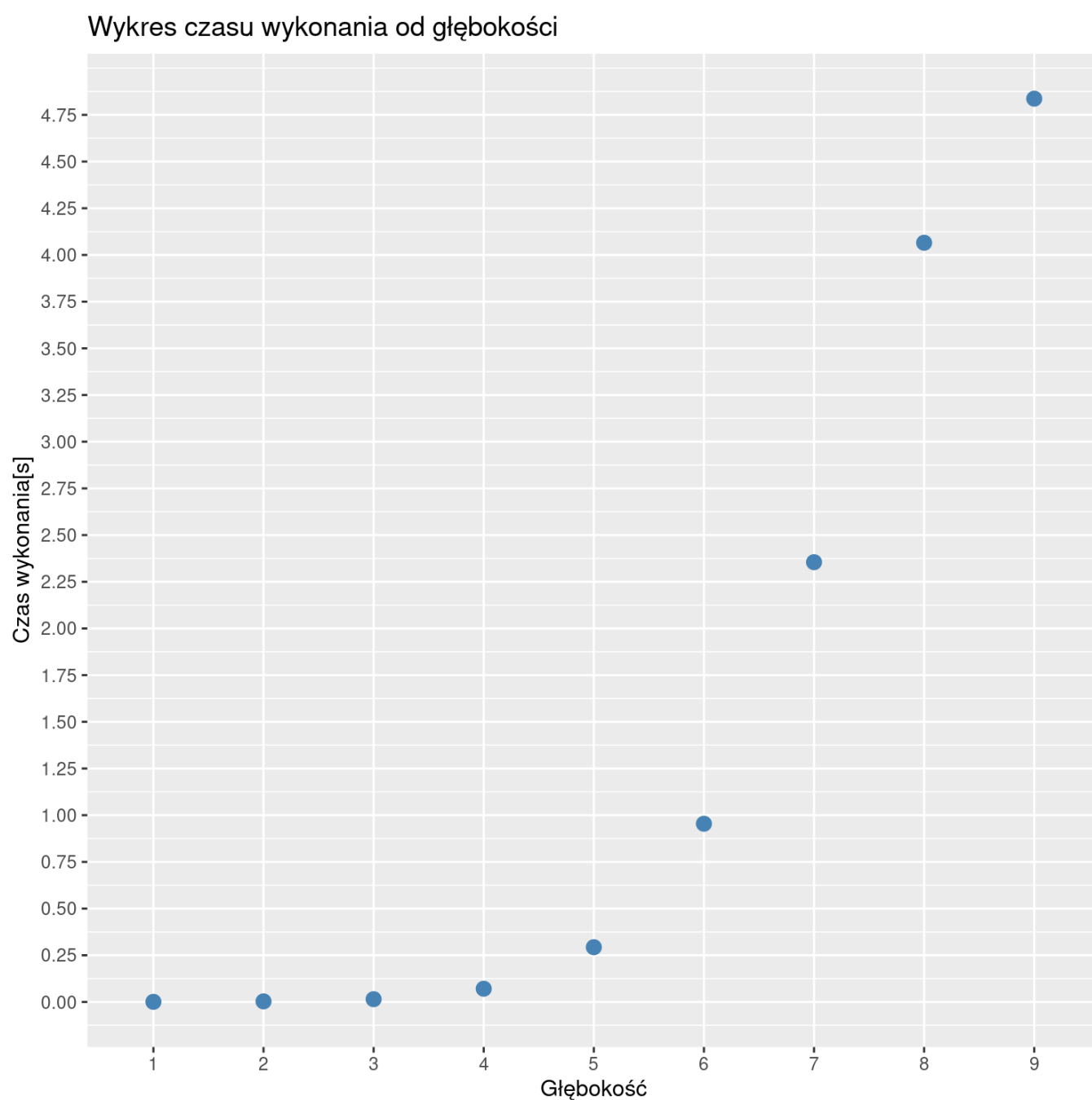
| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|--|--|--|--|
| | | | | | | | | |
| | | | X | O | | | | |
| | | X | X | | | | | |
| | | | | | | | | |
| O | X | O | | | | | | |

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|--|--|--|--|
| | | | | | | | | |
| | | | X | O | | | | |
| | | X | X | O | | | | |
| | | | | | | | | |
| O | X | O | | | | | | |

Większość gier kończyła się remisem, ponieważ każdy z graczy był w stanie odpowiednio wcześniej zablokować przyszłe potencjalnie wygrywające ruchy przeciwnika.

W prawie każdej z gier można zaobserwować, że najbardziej opłacalnym ruchem na początku jest środek(wynika to z przyjętej funkcji heurystycznej).

Średni czas wykonania



Można zaobserwować złożoność wykładniczą algorytmu minmax - w mojej implementacji nie występują możliwe optymalizacji w postaci cache'owania już raz policzonych ewaluacji stanów, implementacji iteracyjnej, lub wariantu alpha-beta algorytmu.

Wnioski

Z przeprowadzonych eksperymentów wynika, iż w grę kółko i krzyżyk najłatwiej jest zremisować - kiedy gracze nawzajem się blokują blisko przyszłych stanów terminalnych. Jedyną możliwością wygranej drugiej strony jest niezauważenie przyszłego stanu terminalnego, lub doprowadzenie do sytuacji w której dwa możliwe ruchy kończą grę.

Eksperymenty pokazały również, że wystarczy iż gracz potrafią ocenić dwa ruchy w przyszłość, by z prawie 100% pewnością zremisować.

Wyróżniającym się rezultatem są wyniki, gdzie głębokość 1. gracza = 3, natomiast 2. gracza > 6. W niektórych grach gracz 2. znajdował pułapkę, w której w następnym ruchu istniały dwa stany terminalne - gracz 1. nie widział tego przez swoją niższą głębokość, a jednocześnie gracz 2. był w stanie przeszukać odpowiedni stan. Podobnie dla gracza 1 gdy głębokość wynosiła 9, a dla gracza 2. 2,3 gracz 1. był w stanie odpowiednio zastawić pułapkę, a gracz 2. nie był w stanie przewidzieć możliwych dwóch stanów terminalnych.