

Napake

Jih je veliko in so nasploh zelo depresivne in vse metode so slabe.

Nelinearne enačbe

Iščemo ničle α funkcije f . Občutljivost $\frac{1}{f'(\alpha)}$, za dvojno ničlo $\sqrt{\frac{2}{f''(x)}}$.

BISEKCIJA: razpolavljamo interval, na katerem imamo ničlo. Št korakov za natančnost ε : $k \geq \log\left(\frac{|b-a|}{\varepsilon}\right)$.

NAVADNA ITERACIJA: Iščemo fiksno točko $g(\alpha) = \alpha$. Metoda: $x_{r+1} = g(x_r)$. Če je $|g'(\alpha)| < 1$ je točka privlačna, če $|g'(\alpha)| > 1$ je odbojna. Red konvergence je p , če je α p -kratna ničla g .

TANGENTNA METODA: $x_{r+1} = x_r - \frac{f(x_r)}{f'(x_r)}$. Konvergenca je za enojne ničle kvadratična, za večkratne ničle linearna. Če za enostavno ničlo velja $f''(\alpha) = 0$ je konvergenca kubična, itn. . . Vse ničle so privlačne.

SEKANTNA METODA: $x_{r+1} = x_r - \frac{f(x_r)(x_r - x_{r-1})}{f(x_r) - f(x_{r-1})}$. Red konvergence: $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$.

LAGUERROVA METODA za iskanje ničel polinomov: $z_{r+1} = z_r - \frac{np(z_r)}{p'(z_r) \pm \sqrt{(n-1)((n-1)p'^2(z_r) - np(z_r)p''(z_r))}}$

Pri stabilni metodi izberemo predznak tako, da je absolutna vrednost imenovalca največja. Če izbiramo vedno $-$ ali $+$ skonvergiramo k levi oz. desni ničli, če so vse ničle realne. Konvergenca v bližini enostavne ničle je kubična. Metoda najde tudi kompleksne ničle.

REDUKCIJA POLINOMA: Imamo eno ničlo, radi bi jo faktorizirali ven. Poznamo obratno in direktno redukcijo, pri katerih je stabilno izločati ničle v padajočem in naraščajočem vrstnem redu po absolutni vrednosti. V praksi uporabimo kombinirano metodo: do nekega r uporabimo z ene strani obratno, z druge pa direktno. Ta r izberemo tako, da je $|\alpha^r a_{n-r}|$ maksimalen.

DURAND-KERNERJEVA METODA: Iščemo vse ničle naenkrat: $x_k^{(r+1)} = x_k^{(r)} - \frac{p(x_k^{(r)})}{\prod_{j \neq k}^n (x_k^{(r)} - x_j^{(r)})}$. Kvadratična konvergenca. Za kompleksne ničle je treba začeti s kompleksnimi približki.

Linearni sistemi

Rešujemo sistem $Ax = b$. Za napako x velja ocena:

$$\frac{\|\Delta x\|}{\|x\|} \leq \frac{\kappa(A)}{1 - \kappa(A) \frac{\|\Delta A\|}{\|A\|}} \left(\frac{\|\Delta A\|}{\|A\|} + \frac{\|\Delta b\|}{\|b\|} \right)$$

Količina $\kappa(A)$ se imenuje občutljivost matrike. $\kappa(A) = \|A\| \|A^{-1}\| = \frac{\sigma_1(A)}{\sigma_n(A)} \geq 1$

LU RAZCEP s kompletnim pivotiranjem: matriko A zapišemo kot $PAQ = UL$, L sp. trikotna z 1 na diagonali in U zg. trikotna, ter P, Q permutacijski matriki stolpcev in vrstic. Algoritem:

```
Q = I, P = I
for j = 1 to n:
  r, q taka, da a_rq največji v podmatriki A(j+1:n)
  zamenjaj vrstici r in j v A, L, P
  zamenjaj stolpca q in j v A, L, Q
  for i = j+1 to n:
    l_ij = a_ij / a_jj
    for k = j+1 to n:
      a_ik = a_ik - l_ij * a_jk
```

Postopek na roke:

- * Če delamo pivotiranje zamenjamo primerne vrstice in stolpce v A, P, Q , da je a_{00} največji.
- Prvi stolpec delimo z a_{00} , razen a_{00} , ki ga pustimo na miru.
- Za vsak element v podmatriki $A(2, n)$: $a_{ij} = a_{ij} - a_{i1} \cdot a_{1j}$ (odštejemo produkt \leftarrow in \uparrow).
- Ponovimo postopek na matriki $A(2, n)$.

Delno pivotiranje uporablja samo matriko P , za LU razcep brez pivotiranja pa preskočimo 1.

Nelinearni sistemi

Problem najmanjših kvadratov

Lastne vrednosti

Interpolacija

Integriranje