Premočrtno gibanje

Osnovni vektorji: $\vec{r} = r\vec{e}_r, \qquad \dot{\vec{r}} = \dot{r}\vec{e}_r + r\dot{\vartheta}\vec{e}_\vartheta, \qquad \ddot{\vec{r}} = (\ddot{r} - r\dot{\vartheta}^2)\vec{e}_r + (2\dot{r}\dot{\vartheta} + r\ddot{\vartheta})\vec{e}_\vartheta$
Newtonov zakon na krivulji: $m(\ddot{s}\vec{e}_T + \kappa\dot{s}^2\vec{e}_N) = \vec{F} + \vec{S}$
Sila je potencialna, če je $\vec{F} = -\operatorname{grad} U = -\frac{\partial F}{\partial r}\vec{e}_r$.
Energijska enačba: $\frac{1}{2}m\dot{x}^2 + U(x) = E_0$
Ravnovesna lega: $U'(x) = 0$, stabilna če $U''(x) > 0$.

Relativno gibanje

Količine s $'$ so zapisane v AKS.
$P' = P_0' + Q(t)(P - P_0)$
$W = Q^T\dot{Q}, \qquad W\vec{a} = \vec{\omega} \times \vec{a}$
$\vec{\zeta} = P - P_0, \qquad \vec{v}_{rel} = \dot{\vec{\zeta}}, \qquad \vec{a}_{rel} = \ddot{\vec{\zeta}}$
Newtonove enačbe v RKS:

$$m\ddot{\vec{\zeta}} = \vec{F} - \underbrace{m\vec{a}_0}_{(1)} - \underbrace{m\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{\zeta})}_{(2)} - \underbrace{m\dot{\vec{\omega}} \times \vec{\zeta}}_{(3)} - \underbrace{2m\vec{\omega} \times \dot{\vec{\zeta}}}_{(4)}$$

(1) inercijska sila, a_0 je pospešek RKS glede na AKS,
(2) centrufugalna sila,
(3) inercijska sila zaradi kotnega pospeška,
(4) Coriolisova sila.

Sistem materialnih točk in togo telo

Masno središče za Sistem točk P_i z masami m_i in homogeno togo telo:

$$P_* = O + \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{n}(P_i - O)m_i \qquad P_* = \frac{1}{V}\int_B (x\vec{\imath} + y\vec{\jmath} + z\vec{k})dV$$

Aksiomi za togo telo:
$m\ddot{P}_*{}' = \vec{F}'$

$$\frac{d\vec{L}'(O')}{dt} = \vec{N}'(O')$$

$\vec{N}'(O') = \vec{N}(P_0') + (P_0' - O') \times \vec{F}'$
Za kinetično energijo velja: $T = T_* + T_r$, kjer je $T_* = \frac{1}{2}m\vec{v}_*$ in $T_r = \frac{1}{2}\vec{\omega} \cdot J\vec{\omega}$
Velja energijski zakon: $T + U = E_0$.

Vztrajnostni tenzor

V telesni bazi je vztrajnostni tenzor enak:

$$J = \int \begin{bmatrix} y^2 + z^2 & -xy & -xz \\ -xy & x^2 + z^2 & -yz \\ -xz & -yz & x^2 + y^2 \end{bmatrix} dm$$

Znani vztrajnostni tenzorji v telesni bazi:
krogla: $J = \frac{2}{5}mr^2 I$, sfera: $J = \frac{2}{3}mr^2 I$, palica okrog sredine: $J = \frac{1}{12}ml^2$, okrog krajišča: $J = \frac{1}{3}ml^2$,
disk okrog središča: $J = \frac{1}{2}mr^2$, okrog premera: $J = \frac{1}{4}mr^2$, obroč: $J = mr^2$,
elipsoid: $J = \begin{bmatrix} \frac{1}{5}m(b^2 + c^2) & & \\ & \frac{1}{5}(a^2 + c^2) & \\ & & \frac{1}{5}m(a^2 + b^2) \end{bmatrix}$
stožec ($x^2 + y^2 = z^2$) z radijem r in višino h okrog z osi: $\begin{bmatrix} \frac{3}{5}mh^2 + \frac{3}{20}mr^2 & & \\ & \frac{3}{5}mh^2 + \frac{3}{20}mr^2 & \\ & & \frac{3}{10}mr^2 \end{bmatrix}$
pokončen valj okrog z osi: $J = \begin{bmatrix} \frac{1}{12}m(3r^2 + h^2) & & \\ & \frac{1}{12}m(3r^2 + h^2) & \\ & & \frac{1}{2}mr^2 \end{bmatrix}$
V prostorsko bazo ga pretvorimo: $J' = Q^T JQ$.
Steinerjev izrek: $J(P_0) = J(P_*) + m|P_* - P_0|^2 I - m(P_* - P_0) \otimes (P_* - P_0)$

Rotacije

Rotacije okrog spremenljive osi: $R(\vec{e}(t),\varphi(t))\vec{r} = \cos\varphi\vec{r} + (\vec{e}\vec{r})(1-\cos\varphi)\vec{e} + \sin\varphi(\vec{e}\times\vec{r})$
Rotacijska matrika za rotacijo:

$$R(\vec{\imath},\varphi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\varphi & -\sin\varphi \\ 0 & \sin\varphi & \cos\varphi \end{bmatrix} \quad R(\vec{\jmath},\varphi) = \begin{bmatrix} \cos\varphi & 0 & \sin\varphi \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\varphi & 0 & \cos\varphi \end{bmatrix} \quad R(\vec{k},\varphi) = \begin{bmatrix} \cos\varphi & -\sin\varphi & 0 \\ \sin\varphi & \cos\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Če je dana rotacijska matrika, potem velja $1+2\cos\varphi = \mathrm{sl}(Q)$. Vektor rotacije je lastni vektor, smer pa določimo tako, da en vektor preslikamo.

Eulerjeve dinamične enačbe

Vektorska oblika: $J(P_*)\dot{\vec{\omega}} + \vec{\omega}\times J(P_*)\vec{\omega} = \vec{N}(P_*)$

$$\begin{aligned} J_1\dot{\omega}_1 - \omega_2\omega_3(J_2-J_3) &= N_1 \\ J_2\dot{\omega}_2 - \omega_3\omega_1(J_3-J_1) &= N_2 \\ J_3\dot{\omega}_3 - \omega_1\omega_2(J_1-J_2) &= N_3 \end{aligned}$$