Formalne potenčne vrste:
Konvolucija: $F(x)G(x) = \sum_n c_n x^n$, kjer je $c_n = \sum_{k=0}^n a_k b_{n-k}$
Enota za $\cdot$: $1 \longleftrightarrow (\delta_{n0})_n$
F ima obrat za množenje $\iff F(0) \neq 0$
Valuacija: $v(F) = \min\{n\ ;\ a_n \neq 0\}$ oz. ∞, če $a_n = 0 \forall n$
$v(F+G) \geq \min\{v(f), v(G)\}$, $v(FG) = v(F) + v(G)$
$F \circ G$ lahko definiramo, če $G(0) ==$ ali F polinom.
F ima inverz ta $\circ \iff F(0) = 0, F'(O) \neq 0 \iff v(F) = 1$

Običajne rodovne funkcije:
$\frac{1}{(1-x)^{d+1}} = \sum_n \binom{n+d}{d} x^n$ za $d \in \mathbb{N}$
Če moraš izračunat neko vrsto: v njej zagledaš rodovno funkcijo pri npr. $x = 1$ in uporabiš spodnje formule.
$(a_{n+d})_n \longleftrightarrow \frac{F(x)-a_0-a_1x-\cdots-a_{d-1}x^{d-1}}{x^d}$
$(p(n)a_n)_n \longleftrightarrow p(xD)F(x)$
$F(x)G(x) \longleftrightarrow (\sum_{k=0}^n a_k b_{n-k})_n$

Eksponentne rodovne funkcije:
$(p(n)a_n)_n \longleftrightarrow p(xD)F$
$(a_{n+d})_n \longleftrightarrow F^{(d)}(x)$
$F(x) \cdot G(x) \longleftrightarrow (\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} a_k b_{n-k})_n$
struktura množice $= (1)_n \longleftrightarrow e^x$, $(n)_n \longleftrightarrow xe^x$
struktura urejenih podmnožic/urejene particije $\longleftrightarrow \frac{1}{1-x}$
grafovski cikel $\longleftrightarrow 1/2(\log(\frac{1}{1-x}) - x - x^2/2)$
struktura cikla $\longleftrightarrow \log(\frac{1}{1-x}) = \sum_{n\geq 1} \frac{x^n}{n}$
(#grafov na n vozliščih)$_n \longleftrightarrow \sum_n 2^{\binom{n}{2}} \frac{x^n}{n!}$
$(B(n))_n \longleftrightarrow e^{e^x-1}$
(#involucij)$_n \longleftrightarrow e^{x+\frac{x^2}{2}}$
(#premestitev)$_n \longleftrightarrow \frac{e^{-x}}{1-x}$
(#2-regularnih grafov)$_n \longleftrightarrow \frac{\exp(-x/2-x^2/4)}{\sqrt{1-x}}$
Število premutacij, katerih dolžine ciklov so v A: $e^{\sum_{k\in A} \frac{x^k}{k}}$
Eksponentna formula: $e^{F(x)}$ je erf za: $[n]$ razdelimo na neprazne podmnožice in damo vsaki strukturo S, ki jo opisuje erf $F(x)$ (veljati mora $F(0) = 0$)
Izrek o kompoziciji: $[n]$ razdelimo na bloke. Na množico blokov damo strukturo z erf $G(x)$, znotraj blokov pa strukturo z erf $F(x)$. Erf celotne strukture je $G(F(x))$.
Trditev: Če je $H(x) = e^{F(x)}$ in $F \longleftrightarrow (a_n)_n, H \longleftrightarrow (b_n)_n$, potem je $nb_n = \sum_k \binom{n}{k} a_k b_{n-k}$.
Izrek o kompoziciji 2: n objektov damo v k blokov; $\sum_n \sum_k c_{n,k} \frac{x^n}{n!} y^k = G(y \cdot F(x))$, G na vseh blokih, F znotraj bloka.
Trditev: $H(x)$ erf za strukturo "razdelimo na neprazne množice, vsaki damo strukturo S", potem je mešana rodovna funkcija za to strukturo, kjer štejemo število teh podmnožic, oblike $H(x)^y$.
Trditev: Množico razdelimo na k blokov, vsakemu damo strukturo, ki jo šteje $F(x)$ (pri pogoju $F(0) \neq 0$), dobimo erf $\frac{1}{k!}F^k(x)$.

Povprečje in varianca:
Pozor, tu je F običajna rf za dano zaporedje!
$\mu = \frac{F'(1)}{F(1)} = (\log F(x))'|_{x=1}$
$\sigma^2 = \frac{F'(1)}{F(1)} + \frac{F''(1)}{F(1)} - \frac{F'(1)^2}{F(1)^2} = \mu + (\log F(x))''|_{x=1}$

Lagrangeeva inverzija: najdemo inverz za kompuzitum od neke rodovne funkcije
Če $v(F) = 1$: $n[x^n](F^{(-1)}(x))^k = k[x^{-k}](F(x))^{-n}$
F, G formalni pot. vrsti, $v(F) = 1, v(G) = 0, F(x) = xG(F(x))$, potem je
$x[x^n]F^j(x) = j[x^{n-j}]G^n(x)$

Rekurzivne enačbe:
- z običajnimi rf
- z eksponentnimi rf
- z nastavkom: za homogeno enačbo $a_n = \lambda^n$, za partikularno rešitev (desna stran je oblike $q(n)\lambda^n$) je nastavek oblike $r(n)n^k\lambda^n$, kjer je $\deg q = \deg r$ in k kratnost λ v karakterističnem polinomu. Splošna rešitev je vsota homogenege in partikularne rešitve. - če so rešitve karakteristične enačbe kompleksne, jih zapišeš kot sinuse in kosinuse, da se vidi, da pride v resnici realno (skupaj s konstantami).

Catalanova števila: So fajn. Definitivno.
$C_{n+1} = \sum_{k=0}^{n} C_k C_{n-k}, \quad C_n = \frac{1}{n+1}\binom{2n}{n} \approx \frac{2^{2n}}{\sqrt{\pi}n^{3/2}}$
C_n liho $\iff n = 2^k - 1, k \in \mathbb{N}_0$

- število Dyckovih poti
- število binarnih dreves na n točkah
- Število pravilno gnezdenih oklepajev na $x_1 \cdots x_{n+1}$
- Število triangulacij $(n+2)$-kotnika

$d(n) = \#$ dreves na n točkah $= \#$ besed dolžine $n-2$ z n znaki, tj. $d(n) = n^{n-2}$, bijekcija je Pruferjeva koda drevesa
Stirlingova formula: $n! \approx \sqrt{2\pi n}(\frac{n}{e})^n$
k-Catalanova števila, $C_n^k = \frac{1}{k(n+1)}\binom{k(n+1)}{n} = \frac{1}{(k-1)n+1}\binom{kn}{n}$
C_n^k štejejo polna k-narna drevesa (0 ali k potpmcev) s $(k-1)n+1$ listi oz. $k(n+1)$ vozlišči
$C_n^k = \#$ prirejenih Dyckovih poti dolžine kn (poti od (0,0) do (kn,0) s koraki $(1, k-1)$ in $(1, -1)$, ki nikoli ne gredo pod x-os), orf za te poti je $C_k(x) = \sum_n C_n^k(x)x^n = 1 + xC_k^k(x)$.

Asimptotika:

- F v z_0 pol reda r, $c_{-r} = \lim_{z\to z_0} F(z)(z-z_0)^r$, $a_n \approx (-1)^r \frac{c_{-r}n^{r-1}}{(r-1)!z_0^{n+r}}$
- $F(z) = (z_0 - z)^\beta g(z)$, kjer $\beta \notin \mathbb{Z}, z_0 > 0$, $g(z)$ analizična v okolici z_0, F ima v z_0 edino singularnost, najbližjo izhodišču, $g(z_0) \neq 0$.
  $a_n \approx \frac{g(z_0)z_0^\beta}{z_0^n n^{\beta+1}\Gamma(-\beta)}$ (kjer je $\Gamma(z+1) = z\Gamma(z), \Gamma(1/2) = \sqrt{\pi}, \Gamma(-1/2) = -2\sqrt{\pi}$)
- F cela dopustna funkcija, $\alpha(r) = \frac{rF'(r)}{F(r)}$. Poišči pozitivno rešitev (enolična je) $\alpha(r_n) = n, r_n > 0$, $a_n \approx \frac{F(r_n)}{r_n^n\sqrt{2\pi r_n \alpha'(r_n)}}$

Motzkinova števila: $\#$ poti od (0,0) do (n,0) s koraki $(1,1), (1,0)$ in $(1,-1)$, ki nikoli ne gredo pod x-os
$M(x) = 1 + xM(x) + x^2M^2(x)$, $M(x) = \frac{1-x-\sqrt{1-2x-3x^2}}{2x^2}$

Mobiusova inverzija:
P lokalno končna, če je $[x, y]$ končen za vsak x, y iz dum.
$I(P, K) = \{f : \{\text{intervali v P}\} \to K\}$ incidenčna algebra. (To pomeni, da je $f(x, y)$ definiran le za $x \leq y$.) Operaciji $f + g$, λf standardno, produkt: $(fg)(x, y) = \sum_{x\leq z\leq y} f(x, z)g(z, y)$. Enota je δ_{xy}.

Inverz za množenje obstaja $\iff f(x,x) \neq 0$.
Def: $\zeta(x,y) = 1, \mu = \zeta^{-1}$. $\zeta^2(x,y) = |[x,y]|, \zeta^k(x,y) = $ #multiverig dolžine k med x in y.
$(\zeta - 1)(x,y) = |(x,y)|$, $(\zeta-1)^k(x,y) = $ #verig dolžine k med x in y.

$\mu(x,x) = 1$ za vsak x
$\mu(x,y) = -\sum_{x<z\leq y} \mu(z,y)$
$\mu(x,y) = -\sum_{x\leq z<y} \mu(x,z)$

$g(x) = \sum_{y\leq x} f(y) \iff f(x) = \sum_{y\leq x} \mu(y,x) g(y)$
$g(x) = \sum_{y\geq x} f(y) \iff f(x) = \sum_{y\geq x} \mu(x,y) g(y)$
Veriga, $\underline{n}$: $\mu(i,j) = \mathtt{1}(i=j) - \mathtt{1}(j-i=1)$
Bool, B_n: $\mu(S,T) = (-1)^{|T\setminus S|}$
Delitelji, D_n: $\mu(a,b) = 0\cdot\mathtt{1}(p^2|\frac{b}{a}, p\in\mathbb{P}) + (-1)^k\cdot\mathtt{1}(\frac{b}{a}$ je produkt k različnih praštevil)
$\mu(n) = 0\cdot\mathtt{1}(p^2|n, p\in\mathbb{P}) + (-1)^k\cdot\mathtt{1}(n$ je produkt k različnih praštevil)
$g(n) = \sum_{d|n} f(d) \iff f(n) = \sum_{d|n} \mu(n/d) g(d) = \sum_{d|n} \mu(d) g(n/d)$
$\sigma(n) = \#$ deliteljev n, $\sum_{d|n} \sigma(d)\mu(n/d) = 1$
Eulerjeva funkcija: $\Phi(n) = \#$ števil, ki so tuja n; $\Phi(n) = n\Pi_{p\in\mathbb{P},p|n}(1-1/p)$
$\Phi(n) = \sum_{d|n} \mu(d)\frac{n}{d}$ in $n = \sum_{d|n}\Phi(d)$

Izrek 1. *P,Q lokalno končni dum. Potem $\mu_{P\times Q}((x,y),(x',y')) = \mu_P(x,x')\mu_Q(y,y')$*

Mreže Mreža: vsaka dva elementa imata skupno zgornjo in spodnjo mejo.
$x\vee y = $ najmanjša skupnja zgornja meja (spoj, kupa)
$x \wedge y = $ največja skupna spodnja meja (stik, kapa)
$\hat{0}, \hat{1} = $ najmanši element dum, največji element dum

Izrek 2. *P končna mreža, $a\in P\setminus\{\hat{1}\}$. Potem $\mu(\hat{0},\hat{1}) = \sum_{x\in P, x\neq\hat{0}, x\wedge a = \hat{0}} \mu(x,\hat{1})$.*

Končni avtomati Narediš graf, ki povezuje možne prehode med stanji, npr. veljavna nadaljevanja zaporedja. Napišeš matriko sosednosti A. Potem je rodovna funkcija za število sprehodov med i in j enaka: $\sum A_{ij}(n)x^n = \frac{(-1)^{i+j}\det((I-xA)^{ji})}{\det(I-xA)}$.