1 Vektorska analiza

$(\vec{a}\times\vec{b})_i = \varepsilon_{ijk}a_jb_k$, kjer $\varepsilon_{ijk}=1$, če je permutacija indeksov soda, -1, če je liha in 0 če sta vsaj dva indeksa enaka

$\varepsilon_{ijk}\varepsilon_{klm} = \delta_{il}\delta_{jm} - \delta_{im}\delta_{jl}$
$\vec{a}\times(\vec{b}\times\vec{c}) = (\vec{a}\vec{c})\vec{b} - (\vec{a}\vec{b})\vec{c}$
$\vec{a}(\vec{b}\times\vec{c}) = -\vec{b}(\vec{a}\times\vec{c}) = \vec{c}(\vec{a}\times\vec{b})$

$(\vec{a}\times\vec{b})\times(\vec{c}\times\vec{d}) = ((\vec{a}\times\vec{b})\vec{d})\vec{c} - ((\vec{a}\times\vec{b})\vec{c})\vec{d}$
$\vec{\nabla}f = \mathrm{grad}\, f, \vec{\nabla}\cdot\vec{f} = \mathrm{div}\,\vec{f}, \vec{\nabla}\times\vec{f} = \mathrm{rot}\,\vec{f}$
$\vec{\nabla}(fg) = g\vec{\nabla}f + f\vec{\nabla}g$

$\vec{\nabla}(f\vec{g}) = f(\vec{\nabla}\vec{g}) + (\vec{\nabla}f)\vec{g}$ (uporabno za $\vec{\nabla}\vec{E}$, določanje porazdelitve naboja ρ)
Pomembno: $\vec{\nabla}(\frac{\vec{r}}{r^3}) = 4\pi\delta(r)$ in $\vec{\nabla}(r^n) = nr^{n-2}\vec{r}$
Pozor: $\vec{\nabla}(\frac{\vec{r}}{r^3}) = 4\pi\delta(r)$

$\vec{\nabla}\times(f\vec{g}) = \vec{\nabla}f\times\vec{g} + f(\vec{\nabla}\times\vec{g})$
$\vec{\nabla}\cdot(\vec{f}\times\vec{g}) = \vec{g}\cdot(\vec{\nabla}\times\vec{f}) - \vec{f}\cdot(\vec{\nabla}\times\vec{g})$

$\vec{\nabla}\times(\vec{\nabla}\times\vec{f}) = \vec{\nabla}(\vec{\nabla}\cdot\vec{f}) - \Delta\vec{f}$
$\vec{\nabla}\times(\vec{f}\times\vec{g}) = \vec{f}(\vec{\nabla}\vec{g}) - \vec{g}(\vec{\nabla}\vec{f}) + (\vec{g}\vec{\nabla})\vec{f} - (\vec{f}\vec{\nabla})\vec{g}$

Stokes: $\oint_{\partial S}\vec{f}\,d\vec{l} = \int_S(\vec{\nabla}\times\vec{f})\,d\vec{S}$
Gauss: $\oint_{\partial V}\vec{f}\cdot d\vec{S} = \int_V\vec{\nabla}\cdot\vec{f}\,dV$
Green: $\oint_{\partial V}(f\vec{\nabla}g - g\vec{\nabla}f)\,d\vec{S} = \int_V(f\Delta g - g\Delta f)\,dV$

2 Elektromagnetizem

Sila med dvema nabojema: $\vec{F} = \dfrac{e_1e_2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\dfrac{\vec{r}}{r}$
Maxwellove enačbe:

$\boxed{\oint_{\partial V}\vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\int\rho_e\,dV = \frac{e}{\varepsilon_0}}$ oz. $\boxed{\vec{\nabla}\cdot\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0},}$ kjer je e celotni zaobjeti naboj in ρ_e gostota naboja v volumnu. Električni pretok: $\Phi_e = \int\vec{E}\cdot d\vec{S}$

$\boxed{\oint\vec{B}\cdot d\vec{S} = 0}$ oz. $\boxed{\vec{\nabla}\cdot\vec{B} = 0}$

$\boxed{\oint_{\partial S}\vec{E}\cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt}\int_S\vec{B}\,d\vec{S} = -\frac{\partial}{\partial t}\Phi_m}$ oz. $\boxed{\vec{\nabla}\times\vec{E} = -\frac{d\vec{B}}{dt},}$ kjer je Φ_m magnetni pretok

$\boxed{\oint_{\partial S}\vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0\int_S(\vec{J} + \varepsilon_0\frac{d\vec{E}}{dt})\,d\vec{S}}$ oz. $\boxed{\vec{\nabla}\times\vec{B} = \mu_0(J + \varepsilon_0\frac{d\vec{E}}{dt}),}$ kjer je $\vec{J} = \frac{d\vec{I}}{dS}$ gostota električnega toka

Maxwellove enačbe v snovi: $\vec{E}$ je el. poljska jakost, $\vec{D}$ el. poljaka gostota, $\vec{H}$ je mag. poljska jakost, $\vec{B}$ mag. poljska gostota.
V snovi velja $\vec{D} = \varepsilon\vec{E}, \vec{B} = \mu\vec{H}$
$\oint_{\partial V}\vec{D}\cdot d\vec{S} = \int_V\rho\,dV$ oz. $\vec{\nabla}\cdot\vec{D} = \rho$
$\oint\vec{B}\cdot d\vec{S} = 0$ oz. $\vec{\nabla}\cdot\vec{B} = 0$
$\oint_{\partial S}\vec{E}\cdot d\vec{l} = -\int_S\frac{d\vec{B}}{dt}\,d\vec{S}$ oz. $\vec{\nabla}\times\vec{E} = -\frac{d\vec{B}}{dt}$
$\oint_{\partial S}\vec{H}\cdot d\vec{l} = \int_S(\vec{J} + \frac{d\vec{D}}{dt})\,d\vec{S}$ oz. $\vec{\nabla}\times\vec{H} = (\vec{J} + \frac{d\vec{D}}{dt})$
Kontinuitetna enačba: $\frac{\partial\rho}{\partial t} + \vec{\nabla}\vec{J} = 0$

Vektorski potencial: $(\varphi,\vec{A}), \vec{B} = \vec{\nabla}\times\vec{A}, \vec{E} = -\vec{\nabla}\varphi - \frac{\partial}{\partial t}\vec{A}$
Umeritvena invarianca: skalarno polje ψ, $\vec{A}\to\vec{A} + \vec{\nabla}\psi, \varphi\to\varphi - \frac{\partial}{\partial t}\psi$ ($\vec{E}$ in $\vec{B}$ se pri tem ne spremenita)
Maxwellovi enačbi (samo 2):
$\Delta\varphi + \frac{\partial}{\partial t}\vec{\nabla}\vec{A} = -\frac{\rho}{\varepsilon_0}$
$\Box\vec{A} + \vec{\nabla}(\vec{\nabla}\vec{A} + \frac{1}{c^2}\frac{\partial}{\partial t}\varphi) = \mu_0\vec{j}$, kjer $\Box = \frac{1}{c^2}\frac{d^2}{dt^2} - \nabla^2$ in $\mu_0\varepsilon_0 = \frac{1}{c^2}$
Pogoste umeritve: Weyl: $\varphi = 0$; Coulomb: $\vec{\nabla}\vec{A} = 0$; Lorenz: $\vec{\nabla}\vec{A} + \frac{1}{c^2}\frac{\partial}{\partial t}\varphi = 0$ (v tem primeru sta Max. enačbi $\Box\vec{A} = \mu_0\vec{j}$ in $\Box\varphi = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$)

EMV v vakuumu: $\vec{\nabla}^2\vec{E} = \mu_0\varepsilon_0\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2}, \vec{\nabla}^2\vec{B} = \mu_0\varepsilon_0\frac{\partial^2\vec{B}}{\partial t^2}$, $c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}} = \nu\lambda = \frac{\omega}{k}$ je hitrost valovanja.
Ravni val: $\vec{E}(t) = \vec{E}_0e^{i(\vec{k}\vec{x}-\omega t)}$, kjer je $\vec{k}$ smer širjenja valovanja.
Velja: $\vec{B}, \vec{E}, \vec{k}$ so paroma pravokotni!

EMV v snovi: Dobimo robne pogoje pri prehodu med snovjo 1 in 2. Normalno oz. tangentno smer

gledamo glede na prehod med snovema. Velja $D_i = \varepsilon_i E_i, B_i = \mu_i H_i$, σ in j sta del meritve – izmerimo ju na meji med snovema.
V normalni smeri: $D_{1n} - D_{2n} = (\varepsilon_1 E_1)_n - (\varepsilon_2 E_2) n = (\vec{D}_1 - \vec{D}_2)\vec{n} = \sigma$ in $B_{1n} - B_{2n} = 0$
V tangentni smeri: $E_{1t} - E_{2t} = 0$ in $H_{1t} - H_{2t} = j$
Uporabno: če se valovanje širi le v z smeri (torej v eksponentu le z namesto vektorja $\vec{x}$), lahko $\vec{\nabla} = \vec{\nabla}_T + \vec{\nabla}_z$.
Za vodnik (plašč 4-kotnega valja) dobimo (tu $\vec{z}$ enotski):
$\vec{\nabla}_T E_z \times \vec{z} + ik\vec{z} \times \vec{E}_T = i\omega\mu\vec{H}_T$
$\vec{\nabla}_T \times \vec{E}_T = i\omega\mu\vec{H}_z$
$\vec{\nabla}_T H_z \times \vec{z} + ik\vec{z} \times \vec{H}_T = -i\omega\varepsilon\vec{E}_T$
$\vec{\nabla}_T \times \vec{H}_T = -i\omega\varepsilon\vec{E}_z$
$\vec{\nabla}_T \cdot \vec{E}_T + ikE_z = 0$
$\vec{\nabla}_T \cdot \vec{H}_T + ikH_z = 0$

telo	električno polje
točkasti naboj e	$E(r) = \frac{e}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\frac{\vec{r}}{r}$
enakomerno nabita sfera polmera R, $\sigma = e/S$	$E(r) = \begin{cases} 0 & \text{če } r \le R \\ \frac{e}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\frac{\vec{r}}{r} & \text{če } r \ge R \end{cases}$
enakomerno nabita krogla, e	$E(r) = \begin{cases} \frac{re}{4\pi\varepsilon_0 R^3}\frac{\vec{r}}{r} & \text{če } r \le R \\ \frac{e}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\frac{\vec{r}}{r} & \text{če } r \ge R \end{cases}$
neskončno dolga žica, $\sigma_e = de/dz$	$E(r) = \frac{\sigma_e}{2\pi\varepsilon_0 r}\frac{\vec{r}}{r}$
enakomerno nabit valj z luknjo, polmera $R_1 < R_2$, volumska gostota naboja na višino L $\rho_e = \frac{e}{L\pi(R_2^2 - R_1^2)}$; če rabim poln valj, vstavim $R_1 = 0$	$E(r) = \begin{cases} 0 & \text{če } r \le R_1 \\ \frac{\rho_e}{2\varepsilon_0 r}(r^2 - R_1^2) & \text{če } R_1 \le r \le R_2 \\ \frac{\rho_e}{2\varepsilon_0 r}(R_2^2 - R_1^2) & \text{če } R_1 \le r \le R_2 \end{cases}$
neskončna plošča, $\sigma_S = de/dS$	$E(z) = \frac{\sigma_S}{2\varepsilon_0}\frac{\vec{z}}{z}$
kondenzator (plošči σ in $-\sigma$)	$E(r) = \begin{cases} \frac{\sigma}{\varepsilon_0} & \text{med ploščama} \\ 0 & \text{sicer} \end{cases}$

telo	magnetno polje
neskončna žica, tok I	$B_r = B_z = 0, B_\varphi = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\vec{e_\varphi}$
neskončna valjasta lupina polmera R	$B(r) = \begin{cases} 0 & \text{če } r \le R \\ \frac{\mu_0 I}{2\pi r} & \text{če } r \ge R \end{cases}$
neskončni poln valj polmera R	$B(r) = \begin{cases} \frac{\mu_0 I r}{2\pi R^2} & \text{če } r \le R \\ \frac{\mu_0 I}{2\pi r} & \text{če } r \ge R \end{cases}$

3 Relativnost

Postulata:

- Hitrost svetlobe je v vseh inercialnih KS enaka.
- Fizikalni zakoni so enaki v vseh inercialnih KS.

Oznaki: $\beta = \frac{v}{c}, \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$
Transformacija med sistemi (sistem S' se giblje glede na S s hitrostjo v v smeri x):

$$\begin{aligned} ct' &= \gamma(ct - \beta x) \\ x' &= \gamma(x - \beta ct) \\ y' &= y \\ z' &= z \end{aligned}$$

$$\Lambda(\beta) = \Lambda^\mu_\nu = \begin{bmatrix} \gamma & -\gamma\beta & & \\ -\gamma\beta & \gamma & & \\ & & 1 & \\ & & & 1 \end{bmatrix}$$

$$x'^\mu = \Lambda^\mu_\nu x^\nu$$

$$\Lambda(\beta)\Lambda(-\beta) = 1$$

$$\Lambda(\beta_1)\Lambda(\beta_2) = \Lambda(\frac{\beta_1+\beta_2}{1+\beta_1\beta_2})$$

Sistem S' se glede na S giblje s hitrostjo v_0:
Podalšanje časa: $t' = \gamma t$
Skrčenje dolžin: $L' = \frac{L}{\gamma}$, $\tan\alpha' = \gamma\tan\alpha$
Četverci:

- Pozicija: $x^\mu = (ct, x, y, z), x_\mu = (ct, -x, -y, -z)$, invarianta: $x^\mu x_\mu = (ct)^2 - x^2 - y^2 - z^2$
- Hitrost: $u^\mu = \frac{\partial x}{\partial \tau} = \frac{\partial x}{\partial t}\frac{\partial t}{\partial \tau} = \gamma_v(c, \vec{v})$, $\|u\|^2 = u^\mu u_\mu = c^2$ =konst.
  Seštevanje hitrosti: Če se S' giblje glede na S z v_0 in S'' glede na S z v_1, potem se S'' giblje glede na S' s hitrostjo v'_1, ki jo dobimo kot: $v'_1 = \frac{v_1 - v_0}{1 - \frac{v_1 v_0}{c^2}}$ ali $\beta_{v'_1} = \frac{\beta_{v_1} - \beta_{v_0}}{1 - \beta_{v_1}\beta_{v_0}}$.
- Odvod: $\partial_\mu = (\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}, \frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}) = (\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}, \vec{\nabla})$; $\partial^\mu\partial_\mu = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2 = \Box$.
- Gibalna količina: $p_\mu = m_0 u_\mu = (\frac{E}{c}, p)$, $\|p\|^2 = \frac{E^2}{c^2} - p \cdot p$, zakon: $E^2 = c^2 p \cdot p + (m_0 c^2)^2$, $E = c\sqrt{p^2 + c^2 m^2}$ in $\frac{pc}{E} = \beta$.
  Mirovna energija: $E_m = mc^2$, polna: $E = mc^2 + T = \gamma mc^2$, kinetična: $W_k = W - W_m$
  Splača se pogledati, če $E >> mc^2$, posledično $m^2c^2 \approx 0$ in $E/c \approx p$
  Brezmasni delci: $== (E/c)^2 - p_x^2 - p_y^2 - p_z^2$, če le v smeri x: $E = p_x c$
- Tok: $J^\mu = (\rho c, j)$, ρ je gostota naboja, j je gostota toka.
- EM potencial: $A^\mu = (\frac{\varphi}{c}, A)$, kjer je φ električni potencial in A magnetni potencial.

4 Kvantna mehanika

Operatorji:

- Gibalna količina: $\hat{p} = -i\hbar\frac{\partial}{\partial x}$
- Hamiltonian: $\hat{H} = \hat{T} + \hat{V} = \frac{\hat{p}^2}{2m} + \hat{V}$
- Povprečje operatorja $\hat{O}$: $\langle \hat{O} \rangle = \int \psi^* \hat{O} \psi \, dx$ (v splošnem velja $\langle \hat{p}^2 \rangle = 2m\langle E \rangle$). Le operatorji x, p, H so neodvisno od časa.

$E = h\nu$, $\omega = 2\pi\nu$, $E = \hbar\omega$
Interferenca valovanj: maksimum: $d\sin\vartheta = N\lambda$, minimum: $d\sin\vartheta = (N + \frac{1}{2})\lambda$
Velja: $\lambda = \frac{h}{p}$, p gibalna količina.

Schrodingrjeva enačba: $i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t} = \hat{H}\psi$

Lastne funckije in lastne energije za delec v neskončni potencialni jami širine a:
$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{a}}\sin(\frac{n\pi x}{a})$, $E_n = \frac{n^2\pi^2\hbar^2}{2ma^2}$
$\langle x \rangle = a/2, \langle x^2 \rangle = \frac{a^2}{6}(2 - \frac{3}{n^2\pi^2})$, $\langle p \rangle = 0, \langle p^2 \rangle = 2mE_n$
$\delta p \, \delta x = \frac{\hbar}{2}\sqrt{\frac{n^2\pi^2}{3} - 2}$
Če je jama simetrična, torej na $(-a/2, a/2)$: (pišem le tisto, kar je drugače)
$\psi_n^S = \psi_n(n - a/2) = \sqrt{\frac{2}{a}}\left(\sin(\frac{n\pi x}{a})\cos(\frac{n\pi}{2}) - \cos(\frac{n\pi x}{a})\sin(\frac{n\pi}{2})\right)$
$\langle x \rangle = 0, \langle x^2 \rangle = \frac{a^2}{12}(1 - \frac{6}{n^2\pi^2})$

Lastne funkcije in lastne energije za delec v potencialni jami širine a z globino h: TODO

Razvoj lastnih stanj po času: $\psi_n(t) = \psi_n(0)\exp(\frac{E_n}{i\hbar}t)$
Povprečja operatorjev so neodvisna od časa!

Transmisivnost: T, odbojnost je $R = 1 - T$
$k = \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}}$, $k' = \sqrt{\frac{2m(E \mp V_0)}{\hbar^2}}$ (−, če stopnica, + če jama)
Stopnica višine V_0 (v desno neskončna): $T = \frac{k'}{k}\frac{|C|^2}{|A|^2} = \frac{4kk'}{(k+k')^2}$, $R = \frac{|B|^2}{|A|^2} = \frac{(k-k')^2}{(k+k')^2}$
Če $E < V_0$ je vedno $R = 1$.
Končna stopnica višine V_0, z različno visokim začetkom in koncem: $T = \frac{k''}{k}\frac{|E|^2}{|A|^2}$
Končna stopnica širine a, višine V_0, ki se začne in konča na isti višini:
Če $E > V_0$: $T = \frac{|E|^2}{|A|^2} = \frac{1}{1+\left(\frac{k^2-k'^2}{2kk'}\right)^2 \sin^2(k'a)}$. Če $E < V_0$: pišemo $k' = i\varkappa$, $T = \frac{1}{1+\left(\frac{k^2+\varkappa^2}{2k\varkappa}\right)^2 \sinh^2(\varkappa a)}$

Heisenbergovo načelo nedoločenosti: $\delta x\,\delta p \geq \frac{\hbar}{2}$, $\delta x = \langle x^2\rangle - \langle x\rangle^2$, $\delta E\,\delta t \geq \frac{\hbar}{2}$, $\delta m = \frac{1}{c^2}\delta E$

Bohrov model atoma:
$r_N = \frac{N^2 h^2 \varepsilon_0}{Z e_0^2 m\pi}$ radij, ko se ujame N valovnih dolžin
$W_N = -\frac{Z^2}{N^2}\frac{\alpha^2}{2}mc^2$ energija pri N-ti črti
$\alpha = \frac{e_0^2}{4\pi\varepsilon_0\hbar c} = \frac{1}{137}$ konstanta fine strukture

5 Uporabno

Aproksimacije: $\sqrt{1+x} = 1 + x/2, \frac{1}{\sqrt{1+x}} = 1 - x/2, (1+x)^n = 1 + nx$
Za integrale: sfera $dS = r^2 \sin\vartheta\, d\varphi\, d\vartheta$
valj $dS = r\, d\varphi\, dz$
kocka $dS = dy\, dz$
$\int_0^{k\frac{\pi}{2}} \sin^2(x)dx = \frac{1}{2}\cdot\frac{k\pi}{2}$
Konstante:

- $\varepsilon_0 = 8{,}9 \times 10^{-12}\,\frac{\mathrm{As}}{\mathrm{Vm}}$
- $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\,\frac{\mathrm{Vs}}{\mathrm{Am}}$
- $\hbar = \frac{h}{2\pi}$
- $\hbar = 6.582119514 \times 10^{-16}\,\mathrm{eVs}$
- $\hbar c = 0.19732697\,\mathrm{eV}\mu\mathrm{m} \approx 200\,\mathrm{eVnm}$
- $1eV = 1.6 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{J}$
- masa elektrona: $m_e = 511 \cdot 10^3\,\mathrm{eV/c^2}$

Enote:

- $\mathrm{N} = \mathrm{kg}\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$
- $\mathrm{V} = \frac{\mathrm{kgm}^2}{\mathrm{As}^3}$
- $\mathrm{J} = \frac{\mathrm{kgm}^2}{\mathrm{s}^2}$