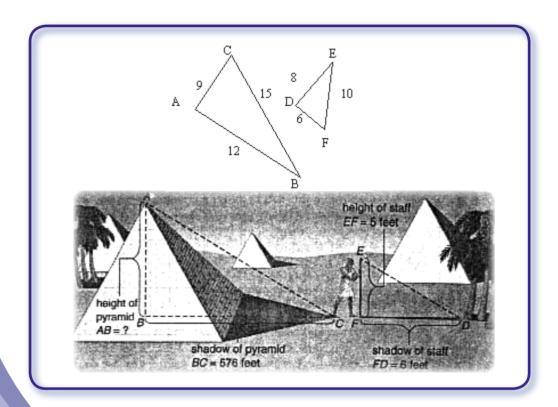
# Kesebangunan dan Kekongruenan

# Standar Kompetensi

Memahami kesebangunan bangun datar dan penggunaannya dalam pemecahan masalah



# Kompetensi Dasar

- 1. Mengidentifikasi bangun-bangun datar yang sebangun dan kongruen
- 2. Mengidentifikasi sifat-sifat dua segitiga sebangun dan kongruen
- 3. Menggunakan konsep kesebangunan segitiga dalam pemecahan masalah

# Bangun-bangun yang Sebangun

# Apa yang akan kamu pelajari?

- Membedakan dua bangun datar sebangun atau tidak seba ngun, dengan menye but syaratnya.
- Menghitung panjang sisi yang belum diketahui dari dua bangun yang sebangun.

#### Kata Kunci:

- Sebangun
- Faktor skala



# Syarat Dua Bangun Datar Sebangun

Jika kamu uang pecahan Rp50,00dan amati Rp100,00 yang terbuat dari logam aluminium akan tampak bahwa gambar burung Garuda di dua uang logam itu sama tetapi ukurannya berbeda. Permukaan kedua uang pecahan itu dapat dipandang sebagai bangun datar.

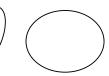




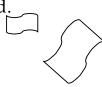
Gambar 1.1

Amatilah pasangan bangun-bangun berikut ini.









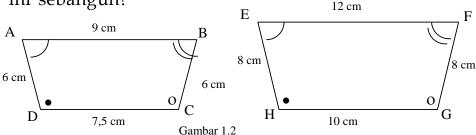
Manakah pasangan bangun yang bentuknya berbeda? Jelaskan.

Manakah pasangan bangun yang bentuknya sama tetapi ukurannya berbeda? Jelaskan

Bagaimana dua bangun datar dikatakan sebangun?

Apakah segiempat ABCD dan segiempat EFGH di bawah

ini sebangun?



Sudut-sudut yang bersesuaian dari ABCD dan EFGH sama besar yaitu:

$$\angle A = \angle E$$
,  $\angle B = \angle F$ ,  $\angle C = \angle G$ ,  $\angle D = \angle H$ .

Sisi-sisi yang bersesuaian mempunyai perbandingan yang sama yaitu:

$$\frac{AD}{EH} = \frac{AB}{EF} = \frac{BC}{FG} = \frac{DC}{HG} = \frac{3}{4} \quad \text{atau}$$

$$\frac{EH}{AD} = \frac{EF}{AB} = \frac{FG}{BC} = \frac{HG}{DC} = \frac{4}{3}$$

Karena sudut-sudut yang bersesuaian sama dan sisi-sisi yang seletak sebanding, maka segiempat ABCD sebangun dengan segiempat EFGH atau ditulis ABCD ≈ EFGH.

Sekarang menurut kamu, apakah syarat dari dua bangun datar yang sebangun? Apakah sudut-sudut yang bersesuaian harus **sama** besar dan sisi-sisi yang bersesuaian sebanding?

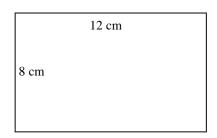
Sebangun

Dua bangun datar dikatakan sebangun jika sudut-sudut yang bersesuaian sama besar dan sisi-sisi yang bersesuaian sebanding

#### Contoh 1

Apakah dua persegipanjang yang masing-masing berukuran 12 cm x 8 cm dan 6 cm x 4 cm sebangun?

Jawab:



6 cm 4 cm

Semua sudut persegipanjang masing-masing siku-siku dengan demikian sudut-sudut yang bersesuaian besarnya sama yaitu 90°.

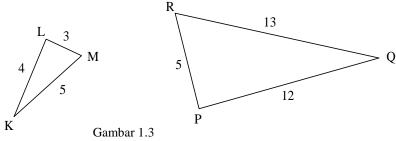
Perbandingan panjang =  $\frac{12}{6}$  = 2.

Perbandingan lebar =  $\frac{8}{4}$  = 2.

Karena sudut yang bersesuaian sama besar dan sisi-sisi yang bersesuaian mempunyai perbandingan yang sama maka kedua persegipanjang tersebut sebangun.

Dari contoh dan penjelasan di depan diperoleh bahwa untuk menunjukkan apakah dua bangun itu sebangun perlu dicari terlebih dahulu sudut-sudut yang bersesuaian sama besar dan sisi-sisi yang bersesuaian sebanding.

#### Cek Pemahaman



Perhatikan dua segitiga di atas.

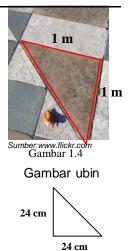
Selidiki sisi-sisinya yang bersesuaian (sisi terpanjang, sedang, dan terpendek) apakah sebanding?

Apakah kedua segitiga itu sebangun?

### Contoh 2

Seorang tukang akan memasang ubin berbentuk segitiga dalam suatu ruang. Ubin sebenarnya seperti Gambar 1.4. Tukang itu membuat model ubin seperti gambar di bawah.

Apakah model di samping sesuai dengan ubin yang akan dipasangkan?



#### Jawab:

Ubin aslinya berbentuk segitiga siku-siku dengan ukuran 1 m × 1 m.

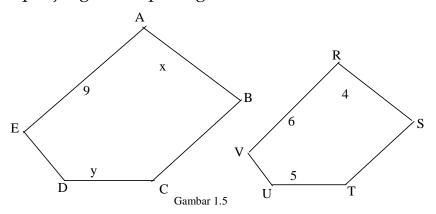
Ubin model bentuknya sama, yaitu segitiga siku-siku ukuran 20 cm × 20 cm.

Sudut-sudut yang bersesuaian sama dan panjang sisi-sisi yang bersesuaian sebanding, sehingga kedua bangun itu **sebangun**. Jadi model itu sesuai dengan ubin yang akan dipasangkan.



# Menghitung Panjang Salah Satu Sisi yang Belum Diketahui dari Dua Bangun yang Sebangun

Segibanyak ABCDE sebangun dengan segibanyak RSTUV dengan panjang sisi seperti gambar berikut.



- a Hitunglah faktor skala dari segibanyak ABCDE terhadap segibanyak RSTUV
- b Hitung nilai dari x dan y.

#### Jawab:

Untuk memecahkan masalah ingatlah langkahnya, yaitu memahami masalah, merencanakan penyelesaian, melaksanakan rencana, dan memeriksa kembali.

#### Memahami Masalah

Diketahui: Segibanyak ABCDE sebangun dengan segibanyak RSTUV.

Panjang sisi-sisi kedua bangun itu seperti pada gambar 1.5.

Ditanya : a. Faktor skala

b. Nilai *x* dan *y* 

Merencanakan Penyelesaian

Sudahkah kalian pahami arti faktor skala?

Faktor skala adalah perbandingan panjang dua sisi yang bersesuaian. Jadi bisa diketahui dari perbandingan AE:RV atau AB:RS atau ED:VU atau DC: UT atau CB: TS.

Perbandingan mana yang dipilih? Strateginya adalah pilih panjang kedua sisi yang diketahui panjang, yaitu AE dan RV.

Nilai x dan y akan diketahui, jika faktor skala sudah didapat. Untuk mencari x dapat membandingkan AB dan RS. Untuk mencari y dapat membandingkan DC dan UT.

#### Melaksanakan Penyelesaian

a. Faktor skala adalah perbandingan panjang dua sisi yang bersesuaian yaitu :

$$\frac{AE}{RV} = \frac{9}{6} = \frac{3}{2}.$$

b. Gunakan perbandingan sisi berikut.

$$\frac{RV}{AE} = \frac{RS}{AB}$$
  $\Leftrightarrow$   $\frac{6}{9} = \frac{4}{x}$   $\Leftrightarrow$   $6x = 36$   $x = 6$ .

$$\frac{\text{VR}}{\text{EA}} = \frac{\text{UT}}{\text{DC}} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{6}{9} = \frac{5}{y} \quad \Leftrightarrow \quad 6y = 45 \qquad y = 7.5.$$

Memeriksa Kembali

Periksa kembali hasil yang sudah diperoleh. Misalkan

karena x = 6, maka faktor skala  $\frac{AB}{RS} = \frac{x}{4} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$ . Jadi sama dengan jawaban a.

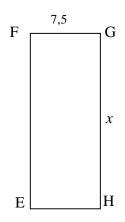
Buatlah simpulan dengan mengembalikan pada pertanyaan yang dicari.

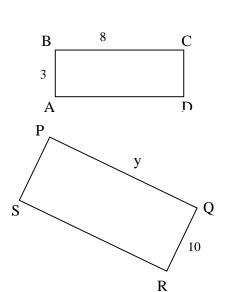
- a. Faktor skala dari segibanyak ABCDE terhadap segibanyak RSTUVadalah  $\frac{3}{2}$ .
- b. Nilai x = 6 dan nilai y = 7.5.

Langkah menyelesaikan masalah itu harus kalian ingat dan perhatikan. Kalian tidak harus menuliskan langkah seperti memahami masalah, merencanakan, melaksanakan penyelesaian, dan memeriksa kembali.

Diketahui tiga persegipanjang yang sebangun, seperti pada gambar di bawah.

Hitunglah x dan y





#### Jawab:

Diketahui: persegipanjang ABCD, EFGH, dan PQRS yang sebangun.

Panjang sisi-sisi seperti pada gambar.

Ditanya: x dan y

Penyelesaian:

Strategi penyelesaian dengan membandingkan langsung panjang sisi-sisi dari ketiga persegipanjang itu.

$$\frac{BC}{GH} = \frac{BA}{GF} \Leftrightarrow \frac{8}{x} = \frac{3}{7.5}$$

$$8 \times 7.5 = 3 \times x$$

$$3x = 60$$

$$x = 20.$$

$$\frac{BC}{PQ} = \frac{BA}{QR} \Leftrightarrow \frac{8}{y} = \frac{3}{10}$$

$$8 \times 10 = 3 \times y$$

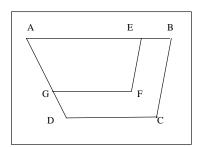
$$3y = 80$$

$$y = 26\frac{2}{3} \text{ atau } 26,67.$$

## Latihan 1.1

- 1. Untuk masing-masing pernyataan di bawah, tulis B jika pernyataan selalu benar, K jika pernyataan kadangkala benar dan S jika pernyataan selalu salah.
  - a. Dua persegipanjang sebangun.
  - b. Dua persegi sebangun.
  - c. Segitiga sebangun dengan segiempat.
  - d. Dua jajargenjang sebangun.
  - e. Dua segitiga samasisi sebangun.
  - f. Dua belahketupat sebangun.
  - g. Dua segilima beraturan sebangun.
  - h. Dua segitiga samakaki sebangun
  - i. Dua layang-layang sebangun

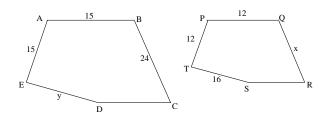
- 2. Segiempat RSTV sebangun dengan segiempat LMNO. Panjang sisi-sisi dari RSTV berturut-turut 6 cm, 10 cm, 12 cm dan 14 cm. Panjang sisi terpendek dari LMNO adalah 9 cm.
  - a Tentukan faktor skala (perbandingan panjang sisisisi yang sesuai) dari RSTV ke LMNO.
  - b Hitunglah panjang sisi yang lain pada segiempat LMNO.
  - c Hitunglah keliling LMNO.
  - d Hitunglah perbandingan keliling RSTV dan LMNO.
- 3. Diketahui trapesium ABCD sebangun dengan trapesium AEFG. Besar ∠AGF = 108°, GF= 14 cm, AD = 12 cm, DG = 4,5 cm, EF = 8 cm dan AB = 26 cm.



Tentukan faktor skala ABCD terhadap AEFG.

Tentukan:

- a. (i) AG (ii) DC (iii) besar ∠ADC (iv) BC
- b. Keliling ABCD
- c. Keliling AEFG
- d. Perbandingan keliling ABCD dan keliling EFGA.
- 4. Pasangan segibanyak dalam gambar berikut adalah sebangun. Tentukan nilai x dan y.



5. Dapatkah kamu memberi contoh dua segiempat yang perbandingan sisi-sisi bersesuaiannya adalah sama, tetapi kedua segiempat itu tidak sebangun?

- 6. Dapatkah kamu memberi contoh dua segiempat yang sudut- sudut bersesuaiannya adalah sama, tetapi kedua segiempat itu tidak sebangun?
- 7. Selidiki apakah dua segitiga yang perbandingan sisisisinya yang bersesuaian sama adalah sebangun?
- 8. Lukisan dan bingkainya pada gambar di samping adalah sebangun. Jika panjang lukisan 80 cm, panjang bingkai 100 cm dan lebar lukisan 60 cm, tentukan lebar bingkainya.



Sumber: www.warungbarangantic. blogspot.com

9. Perhatikan gambar di bawah ini. Jika ketiga gambar di bawah ini sebangun, maka tentukan x dan y.



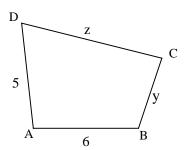
 $\mathbf{X}$ 

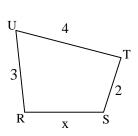




3 cm

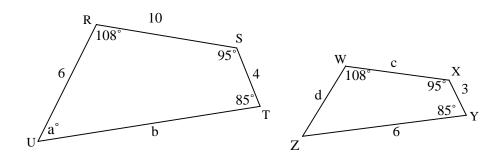
10. Segiempat ABCD dan segiempat RSTU gambar di bawah sebangun. Tentukan x, y, dan z.





6

11. Diketahui segiempat RSTU dan segiempat WXYZ di bawah ini sebangun. Tentukan a, b, c, dan d.



- 12. Sebuah pigura foto berbentuk persegipanjang 40 cm x 60 cm dan sebuah foto berbentuk persegipanjang berukuran 30 cm x 40 cm. Apakah bentuk pigura dan foto sebangun? Ubahlah salah satu ukuran pigura agar pigura dan foto sebangun. Berapakah ukurannya?
- 13. Sebuah map berukuran persegipanjang dengan ukuran 25 cm x 35 cm dan kertas berukuran 21 cm x 32 cm. Apakah bentuk map dan kertas sebangun? Gantilah salah satu ukuran kertas agar bentuk map dan kertas sebangun?
- 14. Padanan sebangun dalam Bahasa Inggris adalah "similar". Segitiga yang sebangun (similar triangle) banyak dijadikan sebagai masalah dalam matematika. Kunjungi <a href="http://www.analyzemath.com/Geometry/similar\_triangle\_problems.html">http://www.analyzemath.com/Geometry/similar\_triangle\_problems.html</a> untuk mengetahui masalah-masalah yang berkaitan dengan segitiga yang sebangun sekaligus

# Segitiga-segitiga yang sebangun

# Apa yang akan kamu pelajari?

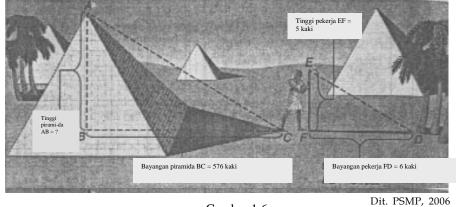
- Syarat dua segitiga sebangun.
- Menentukan perbandingan sisi dua segitiga yang sebangun dan menghitung panjangnya
- Memecahkan masalah yang melibatkan konsep kesebangunan

#### Kata Kunci:

- Segitiga sebangun
- Sisi yang bersesuaian

# Syarat Dua Segitiga Sebangun

Ahli matematika Yunani, Thales, adalah orang pertama yang mengukur tinggi piramida menggunakan sifat geometri. Dia menunjukkan bahwa perbandingan antara tinggi piramida dengan pekerja sama dengan perbandingan antara tinggi masing-masing bayangannya.



Gambar 1.6

### Diskusikan bersama kelompokmu.

Dengan menggunakan keterangan di atas, dapatkah kamu mencari tinggi piramida? Segitiga-segitiga yang sebangun dapat membantumu menyelesaikan masalahmasalah seperti di atas. Bagaimana kamu dapat mengetahui dua segitiga sebangun? Pada pelajaran sebelumnya kamu sudah belajar menentukan apakah dua segibanyak sebangun. Sekarang akan dipelajari caracara untuk menentukan apakah dua segitiga sebangun.

#### Pemodelan Matematika

Dengan bantuan penggaris dan busur derajat:

- 1) gambarlah  $\triangle DEF$  dengan besar  $\angle D = 35^{\circ}$ , besar  $\angle F = 80^{\circ}$ , dan DF = 4cm
- 2) gambarlah  $\Delta$ TRS dengan besar  $\angle$  T = 35°, besar  $\angle$  S = 80°, dan ST = 7cm
- 3) ukurlah panjang EF, ED, RS dan RT.
- 4) hitunglah perbandingan  $\frac{FD}{ST}$ ,  $\frac{EF}{RS}$  dan  $\frac{ED}{RT}$ .

Catat hasil-hasil yang kamu peroleh di atas pada tabel berikut.

Panjang sisi pada Δ DEF		Panjang sisi pada ∆ RST		Nilai Perbandingan		
EF	ED	RS	RT	$\frac{FD}{ST}$	$\frac{EF}{RS}$	$\frac{ED}{RT}$

Apakah ΔDEF dan ΔTRS sebangun?

Apakah hasil yang kamu peroleh menunjukkan bahwa jika pada dua segitiga, sudut-sudut yang bersesuaian sama besar maka sisi-sisi yang bersesuaian sebanding? Jika kamu setuju, berarti bahwa:



Jika pada dua segitiga sudut-sudut yang bersesuaian sama besar, maka kedua segitiga itu sebangun.

Gunakanlah penggaris dan busur derajat.

- 1) Gambarlah segitiga ABC dengan AB = 8 cm, BC = 6 cm, dan AC = 7 cm.
- 2) Gambarlah segitiga PQR dengan PQ = 4 cm, QR = 3 cm dan PR = 3,5 cm.
- 3) Ukurlah besar  $\angle$  A,  $\angle$  B,  $\angle$  C,  $\angle$  P,  $\angle$  Q,  $\angle$  R.
- 4) Apakah besar  $\angle$  A =  $\angle$  P,  $\angle$  B =  $\angle$  Q,  $\angle$  C =  $\angle$  R.

Apakah ΔABC dan ΔPQR sebangun?

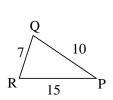
Apakah hasil yang kamu peroleh menunjukkan bahwa jika pada dua segitiga sisi-sisi yang bersesuaian sebanding, maka sudut-sudut yang bersesuaian sama besar?

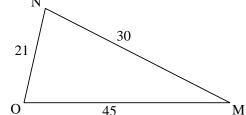
Karena pada dua segitiga, jika sudut-sudut yang bersesuaian sama besar mengakibatkan dua segitiga itu sebangun, maka berarti bahwa:

Segitiga Sebangun Jika pada dua segitiga perbandingan sisi-sisi yang bersesuaian sama maka kedua segitiga tersebut sebangun.

#### Contoh 1

Selidiki apakah  $\Delta$ PQR sebangun dengan  $\Delta$ MNO. Bagaimana dengan sudut yang bersesuaian?





Jawab:

$$\frac{PR}{MO} = \frac{15}{45} = \frac{1}{3}$$
$$\frac{PQ}{MN} = \frac{10}{30} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{PR}{MO} = \frac{PQ}{MN} = \frac{RQ}{ON} = \frac{1}{3}$$

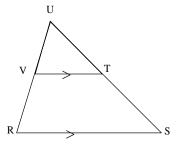
$$\frac{RQ}{ON} = \frac{7}{21} = \frac{1}{3}$$

Jadi  $\Delta PQR$  sebangun dengan  $\Delta MNO.$ 

Akibatnya besar  $\angle$  R = besar  $\angle$  O, besar  $\angle$  P = besar $\angle$  M dan besar  $\angle$  Q = besar  $\angle$  N

# Cek Pemahaman

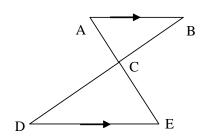
- a. Selidiki apakah  $\Delta$ UTV dan  $\Delta$ USR pada gambar di samping sebangun.
- b. Tuliskan perbandingan sisi-sisi yang bersesuaian.



#### Pemecahan Masalah

Gambar di samping  $\overline{AB} /\!\!/ \overline{DE}$ 

- a ΔEDC sebangun.
- b Tuliskan perbandingan sisi-sisi yang bersesuaian.



Jawab:

Masalah dalam matematika terdiri dari masalah menemukan dan masalah membuktikan. Masalah ini adalah contoh masalah membuktikan.

Langkah menyelesaikan sama dengan masalah menemukan yang terdiri dari memahami masalah, merencanakan penyelesaian, melaksanakan rencana, dan memeriksa kembali.

Diketahui:  $\overline{AB} /\!\!/ \overline{DE}$  seperti pada gambar di atas.

Diminta: a. Buktikan ΔABC ≈ ΔEDC

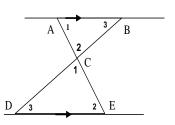
b. perbandingan sisi-sisinya.

Penyelesaian:

a. Strategi untuk menunjukkan bahwa ∆ABC ≈ ∆EDC dapat dengan menggunakan gambar langsung dengan diberi tanda kesejajaran.

Berdasar sifat kesejajaran didapat  $\angle A_1 = \angle E_2$  (Karena dua sudut dalam berseberangan besarnya sama)

 $\angle B_3 = \angle D_3$  (Karena dua sudut dalam berseberangan besarnya sama)



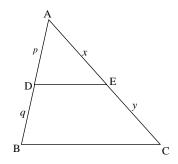
 $\angle C_1 = \angle C_2$  (Karena dua sudut tersebut bertolakbelakang besarnya sama)

Karena  $\Delta ABC$  dan  $\Delta EDC$  memiliki sudut-sudut yang bersesuaian sama besar, maka  $\Delta ABC \approx \Delta EDC$ .

b. Perbandingan sisi-sisinya adalah  $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{DC} = \frac{AC}{CE}$ .



# Menghitung Salah Satu Sisi Segitiga yang Belum Diketahui dari Dua Segitiga Sebangun



Perhatikan gambar di samping.

$$\overline{BC}$$
 //  $\overline{DE}$ 

Kamu sudah dapat membuktikan bahwa  $\triangle$ ADE sebangun dengan  $\triangle$ ABC.

Misal panjang  $\overline{AD} = p$  dan  $\overline{DB} = q$ . Karena  $\Delta ADE$  sebangun dengan  $\Delta ABC$  maka

$$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}.$$

$$\frac{p}{p+q} = \frac{x}{x+y}.$$

$$p(x+y) = x(p+q).$$

$$px + py = px + qx.$$

$$py = qx.$$

$$\frac{p}{q} = \frac{x}{y}.$$

Jadi perbandingan ruasgaris-ruasgaris pada kedua kaki segitiga ABC adalah:

$$\frac{p}{q} = \frac{x}{y}$$

Ini menunjukkan bahwa:

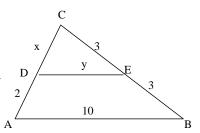
Garis Sejajar Jika suatu garis sejajar dengan salah satu sisi segitiga dan memotong dua sisi lainnya, maka garis tersebut akan membagi dua sisi yang dipotong dan mempunyai perbandingan yang sama.

# Cek Pemahaman

Perhatikan gambar di samping,

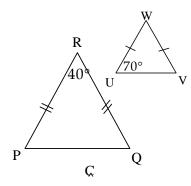
 $\overline{\rm DE}$  //  $\overline{\rm AB}$ 

- a. Buktikan  $\Delta ABC$  sebangun  $\Delta DEC$ .
- b. Hitung x dan y.

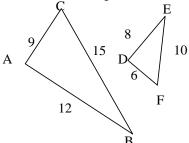


### Latihan 1.:

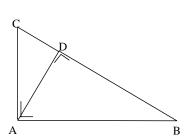
- 1. Perhatikan gambar di samping.
  - a. Tunjukkan bahwa ΔPQR sebangun UVW.
  - b. Tentukan pasangan sisi yang bersesuaian yang mempunyai perbandingan yang sama.



- 2. Perhatikan gambar di samping.
  - a. Tunjukkan  $\triangle ABC \approx \triangle EFD$ .
  - b. Tentukan pasangan ukuran sudut yang sama.



 Tuliskan pasangan-pasangan segitiga pada gambar di samping yang sebangun.
 Beri alasan mengapa pasangan segitiga itu sebangun.



# Petunjuk:

Urutkan sudut-sudut yang sama besar pada segitiga yang sebangun. 4. Pada gambar di samping

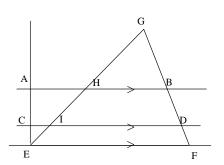
$$\overline{AB}//\overline{CD}//\overline{EF}$$

Lengkapi pernyataan berikut:



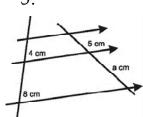
b. 
$$\frac{CE}{IE} = \frac{....}{HI}$$

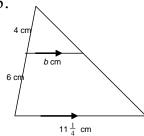
c. 
$$\frac{GH}{GE} = \frac{....}{GF}$$



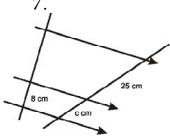
Hitung a,b, c, dan d dari gambar no. 5 - 8 berikut ini. 5.



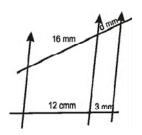




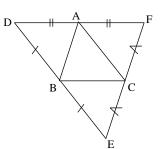
b.



8.



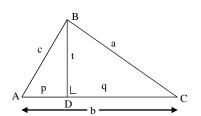
- Pemecahan Masalah. A, B dan C adalah berturut-turut titik tengah dari sisi  $\overline{DF}$ ,  $\overline{DE}$ , dan  $\overline{FE}$ .
  - Jika BC = 11, AC = 13, dan AB = 15, hitung keliling Δ **DEF** 
    - Jika DE = 18, DA = 10, dan FC = 7 hitung AB, BC dan AC.



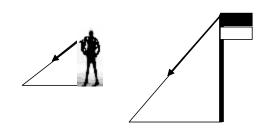
10. **Pemecahan Masalah**. Perhatikan gambar di samping.

Jika besar  $\angle B = 90^{\circ}$ , maka

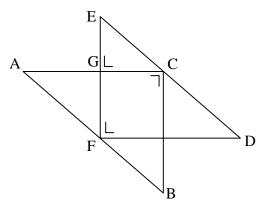
- a. Tunjukkan  $\triangle ADB$  sebangun dengan  $\triangle ABC$  dan  $c^2 = p.b$ .
- b. Tunjukkan  $\triangle BDC$  sebangun dengan DABC dan  $a^2 = q.b$ .



11. **Penerapan**. Pada saat upacara bendera, kamu dan bendera mendapat sinar matahari, sehingga panjang bayanganmu 200 cm dan bayangan tiang bendera 700 cm. Jika tinggimu 160 cm, tentukan tinggi tiang bendera.



12. Jika  $\overline{ED} / / \overline{AB}$ , AB = 10, BC = 6, AC = 8, CD = 5 dan GE = 3. Hitung EC, GC, dan EF.



# Segitiga-segitiga yang Kongruen

# Apa yang akan kamu pelajari?

- Mengenali dua bangun datar yang kongruen atau tak kongruen, dengan menyebut syaratnya.
- Menentukan segitiga yang kongruen.
- Membuktikan dua segitiga kongruen
- Menentukan perbandiingan sisi-sisi dua segitiga yang kongruen dan menghitung panjangnya.
- Menyatakan akibat dari dua segitiga kongruen
- Membedakan pengertian sebangun dan kongruen

#### Kata Kunci:

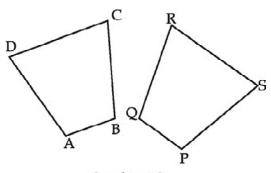
Kongruen



# Syarat Dua Bangun Datar Kongruen

Amati permukaan dua lembar uang seribu rupiah bergambar Kapitan Patimura maka akan tampak permukaan kedua uang itu sama bentuk maupun ukurannya.

Kedua permukaan uang itu dikatakan sama dan sebangun atau sering disebut kongruen. Sekarang perhatikan bangun segiempat di bawah ini.

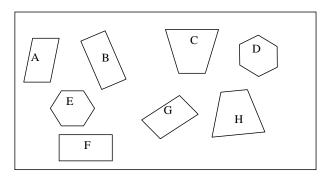


Gambar 1.8

- a. Bagaimana ukuran sisi-sisi segiempat ABCD dan segiempat PQRS? Periksalah dengan cara mengukur sisi-sisi yang bersesuaian dengan menggunakan penggaris.
- b. Bagaimana ukuran sudut-sudut segiempat ABCD dan segiempat PQRS? Periksalah dengan cara mengukur sudutsudut yang bersesuaian dengan menggunakan busur derajat.
- c. Apakah kedua bangun itu kongruen? Jelaskan!

- d. Menurut kamu, apakah syarat dua poligon (segibanyak) kongruen? Jelaskan.
- e. Carilah benda-benda di sekitarmu yang permukaannya menurutmu kongruen. Apakah syarat-syarat yang kamu berikan untuk dua bangun kongruen terpenuhi?

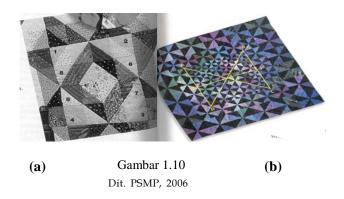
Dengan menggunakan syarat dua bangun kongruen yang telah kamu tetapkan, carilah pasangan-pasangan bangun berikut yang kongruen.



Gambar 1.9

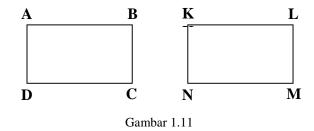
Pernahkah kamu melihat dasi?

Bermacam-macam warna dasi, ada yang polos, bermotif bunga, bermotif garis dan ada juga yang bermotif segitiga. Gambar 1.9(a) dan 1.9(b) di bawah ini merupakan dua contoh kain bahan untuk membuat dasi.



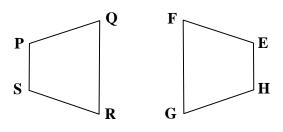
Kedua kain di atas bermotif segitiga. Jika kamu perhatikan, bentuk dan ukuran segitiga-segitiga pada setiap kain tersebut adalah sama. Segitiga-segitiga pada setiap kain di atas merupakan contoh dari segitiga-segitiga yang kongruen. Untuk lebih jelas tentang segitiga yang kongruen, lakukan kegiatan berikut.

#### Perhatikan Gambar 1.11.



- 1). Salinlah persegipanjang pada Gambar 1.11 di atas.
- 2). Jika persegipanjang ABCD digeser ke kanan sepanjang  $\overrightarrow{AK}$ , sedemikian hingga titik A berimpit dengan K, maka apa yang terjadi dengan titik-titik lain?
- 3). Apakah persegipanjang ABCD **tepat** menempati (menutupi) persegipanjang KLMN?

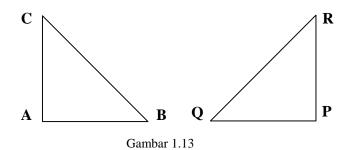
  Jika benar setiap titik tepat menempati titik-titik persegipanjang lain, maka dikatakan bahwa persegipanjang ABCD kongruen dengan persegipanjang KLMN dan disimbolkan dengan ABCD ≅ KLMN.



Gambar 1.12

4). Jiplaklah bangun PQRS (lihat Gambar 1.12) pada kertasmu dan gunting. Jika model trapesium yang kamu buat dan kamu balik kemudian digeser, maka apakah akan menempati EFGH?

Jika benar, maka PQRS  $\cong$  EFGH.



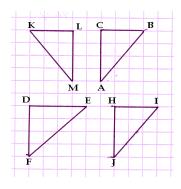
5). Jiplaklah ΔABC (pada gambar 1.13) pada kertasmu dan gunting. Jika model segitiga yang kamu buat dan dibalikkan, kemudian digeser, maka apakah akan menempati ΔPQR?

Jika benar, maka ΔABC kongruen dengan ΔPQR ditulis  $\Delta$ ABC  $\cong$   $\Delta$ PQR.

Berikut ini adalah beberapa contoh segitiga-segitiga yang kongruen.

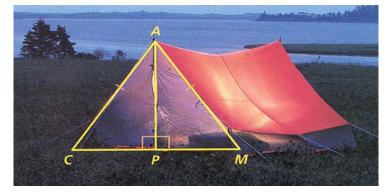
#### Contoh 1

1. Pada gambar 1.14 berikut ini, segitiga manakah yang kongruen dengan  $\Delta ABC$ ? Kemudian sebutkan perlakuan yang dikenakan pada  $\Delta ABC$  agar tepat menempati segitiga yang kongruen dengannya.

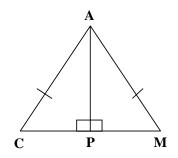


Gambar 1.14

2. **Kaitan dengan dunia nyata.** Perhatikan foto sebuah tenda di bawah ini.



Bagian depan tenda berbentuk segitiga seperti gambar berikut ini.



Apakah  $\triangle$ ACP  $\cong$   $\triangle$ AMP? (jelaskan). **Jawab :** 

 $\Delta$ ACP  $\cong \Delta$ AMP, karena  $\Delta$ ACP dapat tepat menempati  $\Delta$ AMP dengan cara mencerminkan  $\Delta$ ACP terhadap  $\overline{AP}$ .



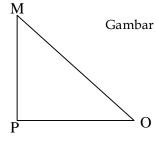
# Sifat Dua Segitiga yang Kongruen

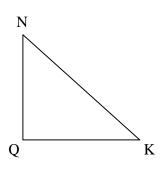


Dit. PSMP, 2006

Perhatikan gambar jembatan di samping.

Supaya kuat, jembatan itu diberi besi yang bagian-bagiannya membentuk segitiga. Perhatikan ΔMPO dan ΔNQK. Jika digambar kembali dan diperbesar, akan tampak seperti Gambar 1.16 berikut ini.





Gambar 1.16

 $^{\text{Gambar}\,1.15}\!Jika\;\Delta\text{MPO}$  digeser sepanjang dan searah dengan PO, maka  $\Delta$ MPO menempati ΔNQK. Oleh karena itu, dua segitiga pada Gambar 1.16 adalah kongruen. Jika ΔMPO digeser sepanjang dan searah  $\overline{PO}$ , maka PO berimpit dengan sisi  $\overline{QK}$ , sisi  $\overline{PM}$  berimpit dengan sisi  $\overline{ON}$  dan sisi OM berimpit dengan sisi KN. Sisi-sisi yang berimpit itu disebut sisi yang bersesuaian (seletak). Jadi, sisi  $\overline{PO}$  bersesuaian (seletak) dengan sisi <u>OK</u>, PM bersesuaian (seletak) dengan QN dan OM bersesuaian (seletak) dengan  $\overline{KN}$ .

Hal itu menunjukkan bahwa:

Sifat Dua Segitiga Kongruen Dua Segitiga kongruen mempunyai sifat sisi-sisi yang bersesuaian sama panjang

Karena titik P berimpit dengan Q, titik O berimpit dengan K dan titik M berimpit dengan N, maka besar  $\angle$ MPO = besar  $\angle$ NQK, besar  $\angle$ POM = besar  $\angle$ QKN dan besar  $\angle$ PMO = besar  $\angle$ QNK. Sehingga  $\angle$ MPO bersesuaian (seletak) dengan  $\angle$ NQK,  $\angle$ POM bersesuaian (seletak) dengan  $\angle$ QKN dan  $\angle$ PMO bersesuaian (seletak) dengan  $\angle$ QNK.

Hal itu menunjukkan bahwa:

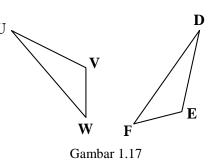
Sifat Dua Segitiga kongruen Dua Sigitiga kongruen mempunyai sifat sudut-sudut yang bersesuaian sama besar

#### Contoh 2

 $\Delta$ UVW dan  $\Delta$ DEF berikut adalah kongruen. Tentukan sisisisi yang sama panjang dan sudut-sudut yang sama besar.

#### Jawab:

Karena ΔUVW kongruen dengan U ΔDEF, menurut sifat dua segitiga yang kongruen maka sisi-sisi yang bersesuaian sama panjang. Jadi : UV = DE, UW = DF dan VW = EF. Disamping itu, sudut-sudut yang bersesuaian juga sama besar.

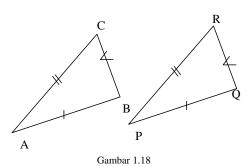


Jadi: besar  $\angle U$  = besar  $\angle D$ , besar  $\angle V$ = besar  $\angle E$ , dan besar  $\angle W$  = besar  $\angle F$ .



# Syarat Dua Segitiga yang Kongruen dan Akibatnya

Perhatikan Gambar berikut.



AB = PQ, AC = PR dan BC = QR. Jika  $\triangle$ ABC digeser sepanjang  $\overline{AP}$ , maka : titik A berimpit dengan P, titik B berimpit dengan Q, titik C berimpit dengan R, sehingga  $\triangle$ ABC tepat menutup  $\triangle$ PQR.

Dengan demikian  $\triangle ABC \cong \triangle PQR$ .

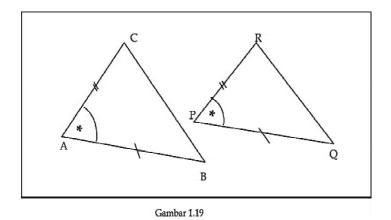
#### Kesimpulannya adalah:

Syarat dua segitiga kongruen

Dua Segitiga akan kongruen jika ketiga sisi yang bersesuaian dari dua segitiga itu sama panjang (s, s, s).

Untuk mempermudah mengingatnya, maka syarat itu hanya ditulis (s, s, s) yang artinya bahwa dua segitiga akan kongruen jika ketiga sisi yang bersesuaian sama panjang.

Selanjutnya, perhatikan gambar di bawah.



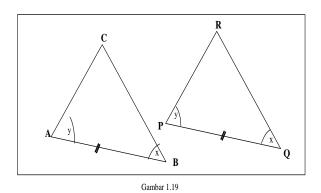
 $\triangle$ ABC dan  $\triangle$ PQR mempunyai dua sisi yang sama panjang dan sudut yang diapitnya adalah sama besar, yaitu: AB = PQ, AC = PR dan  $\angle$ A =  $\angle$ P.

Jika ΔABC digeser sepanjang dan searah  $\overline{AP}$ , maka titik A akan berimpit dengan P. Karena besar  $\angle A$  = besar  $\angle P$ , maka  $\angle A$  berimpit dengan  $\angle P$ . Karena AC = PR, maka titik C berimpit dengan R dan karena AB = PQ, maka titik B berimpit dengan Q. Sehingga ΔABC tepat menempati (berimpit) dengan  $\Delta PQR$ . Oleh karena itu,  $\Delta ABC$  kongruen dengan  $\Delta PQR$ .

#### Kesimpulannya adalah:

Syarat dua Segitiga kongruen Dua segitiga akan kongruen jika dua sisi pada segitiga pertama sama panjang dengan dua sisi yang bersesuaian pada segitiga kedua, dan kedua sudut apitnya sama besar (s, sd, s).

Untuk mempermudah mengingatnya, maka syarat itu (s, sd, s) yang artinya bahwa dua segitiga akan kongruen jika panjang dua sisi dan sudut yang diapitnya sama besar. Apakah akibatnya jika kedua segitiga itu kongruen menurut (s, sd, s)?



BAB 1 Kesebangunan dan Kekungruenan

Besar  $\angle A$  = besar  $\angle P$ , AB = PQ dan besar  $\angle B$ = besar  $\angle Q$ .  $\overline{AB}$  adalah sisi pada  $\angle A$  dan  $\angle B$ .

 $\overline{PQ}$  adalah sisi pada  $\angle P$  dan  $\angle Q$ .

Karena jumlah ketiga sudut pada segitiga adalah 180°, maka:

Besar  $\angle A$  + besar  $\angle B$  + besar  $\angle C$  = 180° dan

Besar  $\angle P$  + besar  $\angle Q$  + besar  $\angle R$  = 180°.

Sehingga diperoleh:

Besar  $\angle C = 180^{\circ}$  - besar  $\angle A$  - besar  $\angle B$  dan besar  $\angle R = 180^{\circ}$  - besar  $\angle P$  - besar  $\angle Q$ .

Karena besar  $\angle A$  =besar  $\angle P$  dan besar  $\angle B$ = besar  $\angle Q$ , maka besar  $\angle R$  = 180° - besar  $\angle A$  - besar  $\angle B$ .

Akibatnya besar  $\angle C$  = besar  $\angle R$ , sehingga diperoleh hubungan:

# Besar $\angle A$ = besar $\angle P$ , besar $\angle B$ = besar $\angle Q$ , dan besar $\angle C$ = besar $\angle R$ .

Dengan demikian ketiga sudut dua segitiga itu sama besar. Karena itu, dua segitiga itu sebangun. Karena dua segitiga itu sebangun, maka akibatnya perbandingan sisi-sisi yang bersesuaian adalah sama, yaitu:

$$\frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR} = \frac{AC}{PR}$$

Diketahui bahwa AB = PQ, maka akibatnya adalah

$$\frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR} = \frac{AC}{PR} = 1$$

Dengan demikian diperoleh hubungan AB = PQ, BC = QR dan AC = PR. Hal itu berarti ketiga sisi pada kedua segitiga tersebut adalah sama panjang. Berdasarkan syarat (s,s,s) seperti yang telah kita bahas, maka  $\Delta ABC \cong \Delta PQR$ . Apakah akibatnya?

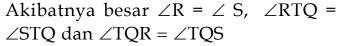
### Kesimpulannya adalah:

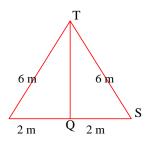
Syarat dua segitiga kongruen Dua segitiga akan kongruen jika dua sudut pada segitiga pertama sama besar dengan dua sudut yang bersesuaian pada segitiga kedua, dan sisi yang merupakan kaki persekutuan kedua sudut sama panjang (sd, s, sd).

1. Perhatikan  $\Delta$ RQT dan  $\Delta$ SQT pada Gambar 1.20. Selidiki apakah  $\Delta$ RQT kongruen dengan  $\Delta$ SQT? Apakah akibatnya?

#### Jawab:

Karena RT = ST, RQ = SQ dan TQ = TQ, maka ketiga sisi yang bersesuaian dari dua segitiga tersebut sama panjang. Berdasarkan syarat (s, s, s), R  $\Delta$ RQT  $\cong \Delta$ SQT.





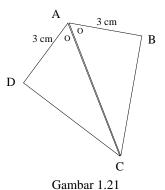
Gambar 1.20

2. Perhatikan Gambar 1.21 berikut. Selidiki apakah ΔDAC kongruen dengan ΔBAC? Apakah akibatnya?

Jawab:

Perhatikan ΔDAC dan ΔBAC.

Karena DA = BA,  $\angle$ DAC =  $\angle$ BAC dan AC = AC, maka berdasarkan syarat (s,sd,s),  $\triangle$ DAC  $\cong$ 



3. Pada gambar di samping diketahui bahwa  $\angle A = \angle M$  dan  $\angle B = \angle L$ . Tunjukkan bahwa  $\triangle ABC \cong \triangle MLK$ .

## Jawab:

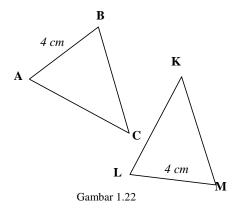
 $\Delta BAC$ .

Diketahui 
$$\angle A = \angle M$$
,  $\angle B = \angle L$ 

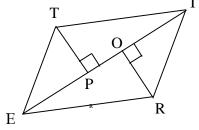
 $\overline{AB}$  adalah sisi pada  $\angle A$  dan  $\angle B$ .

 $\overline{LM}$  adalah sisi pada  $\angle M$  dan  $\angle L$ . AB = ML

Karena  $\angle A = \angle M$ , AB = ML, dan  $\angle B = \angle L$ , berdasarkan syarat (sd, s, sd), maka  $\triangle ABC \cong \triangle MLK$ . Akibatnya  $\angle B = \angle K$ , BC = KL, AC = KM



4. **Pembuktian**. Perhatikan Jajargenjang ERIT di samping Tunjukkan bahwa TP = RO.



Gambar 1.22

#### Penyelesaian:

Untuk menunjukkan bahwa TP = RO, coba kamu ikuti dan lengkapi titik-titik berikut ini.

Pernyataan	Alasan		
Perhatikan ΔTIE dan ΔREI.			
1. $IT = ER$ , $ET = IR$ , $EI = IE$	1. Diketahui dari Gambar 1.22		
2. a. $\Delta TIE \cong \Delta \dots$	2 a. (s,s,s)		
b. besar ∠TIE = besar ∠ dan	b. seletak (bersesuaian)		
besar ∠TEI = besar ∠			
Sekarang perhatikan ΔΤΡΕ dan ΔROI.			
3. besar $\angle$ TPE = besar $\angle$	3. keduanya 90°		
4. besar ∠TEP = besar ∠	4. berdasarkan 2b		
5. besar $\angle PTE = 90^{\circ}$ - besar $\angle TEP$	5. jumlah ketiga sudut segitiga		
	$180^{\circ}$		
6. besar $\angle ORI = 90^{\circ}$ - besar $\angle$	6. jumlah ketiga sudut segitiga		
	$180^{\circ}$		
7. besar ∠PTE = besar ∠ORI	7. berdasarkan 5 dan 6		

Karena besar  $\angle$ TEP = besar  $\angle$ RIO, ET = RI dan besar  $\angle$ PTE = besar  $\angle$ ORI, maka berdasarkan syarat (..., ..., ...),  $\Delta$ TDE  $\cong$   $\Delta$ ROI. Karena TP seletak (bersesuaian) dengan RO, maka TP = RO.

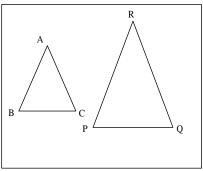
Jadi TP = RO (terbukti).



### Menyelidiki Kekongruenan Dua segitiga yang Sebangun

Perhatikan dua segitiga samasisi di bawah ini.

- a. Apakah ΔABC sebangun dengan PQR? Jelaskan!
- b. Apakah ΔABC kongruen dengan PQR? Jelaskan!
- c. Apakah dua segitiga yang sebangun pasti kongruen? Jelaskan!

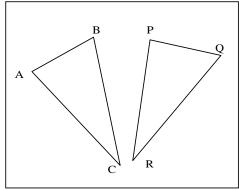


#### Gambar 1.23

#### Menyelidiki : Segitiga yang kongruen adalah sebangun

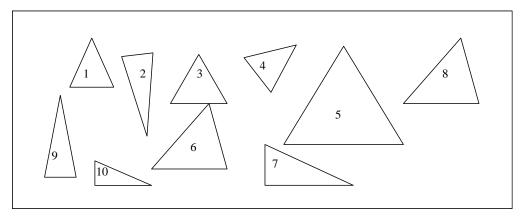
Perhatikan dua segitiga di bawah ini.

- a. Apakah ΔABC sebangun dengan ΔPQR? Jelaskan!
- b. Apakah ΔABC kongruen dengan ΔPQR? Jelaskan!
- c. Apakah segitiga yang kongruen pasti sebangun? Jelaskan!



Gambar 1.24

Carilah pasangan-pasangan segitiga yang kongruen dan pasangan segitiga yang sebangun dari gambar di bawah ini.

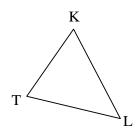


Gambar 1.25

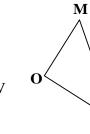
1. Dengan cara mengukur, tentukan apakah dua segitiga berikut kongruen? Jika kongruen, kemukakan alasanmu dan tentukan sisi dan sudut yang bersesuaian.

a.

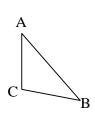




U

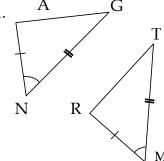


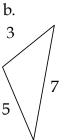
b.

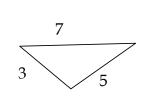


2. Apakah pasangan segitiga berikut ini kongruen? Jika ya, kemukakan alasanmu dan apakah akibatnya?

a.

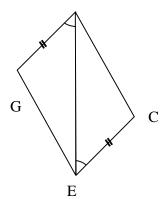




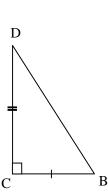


c.

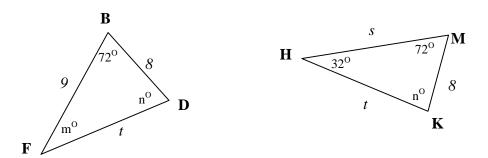




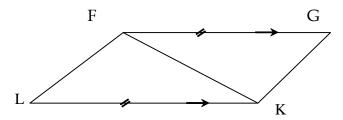
E



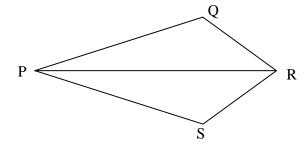
3. Pada gambar berikut ini, jelaskan mengapa  $\Delta BDF \cong \Delta MKH$ , kemudian tentukan nilai m dan n.



4. Apakah  $\Delta$ FKL kongruen dengan  $\Delta$ KFG? Kemukakan alasanmu. Jika kongruen, tentukan sisi yang sama panjang dan sudut yang sama besar.



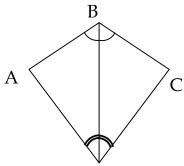
5. PQRS adalah layang-layang. Sebutkan dua segitiga yang kongruen, kemudian sebutkan sisi yang sama panjang dan sudut yang sama besar.



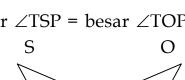
4. AB = CB

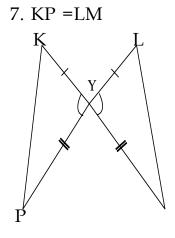
5. besar ∠OME = besar ∠ERO

M

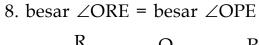


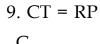
O E

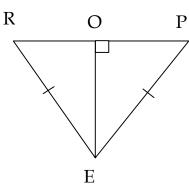


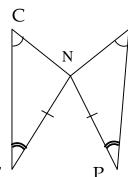


6. besar ∠TSP = besar ∠TOP

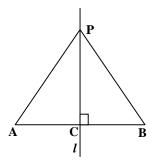








10. Jika garis l tegak lurus  $\overline{AB}$ dan CA = CB, tunjukkan bahwa PA=PB.



Setelah kalian mempelajari bab ini, renungkan dan pikirkan pertanyaaan berikut.

- Bila diketahui dua bangun datar yang ukuran-ukurannya sebanding, apakah pasti kedua bangun itu sebangun? Jelaskan.
- 2. Adakah dua bangun datar yang selalu sebangun? Jelaskan.
- 3. Diketahui dua bangun datar yang sebangun. Salah satu panjang sisi dari satu bangun tidak diketahui. Panjang sisi yang lain dari kedua bangun datar itu diketahui. Bagaimana cara mencari panjang sisi yang tidak diketahui itu?
- 4. Dua segitiga yang kongruen memiliki ciri, yaitu sisi-sisi yang bersesuaian sama panjang. Benarkah pernyataan itu? Jelaskan dan beri contoh.
- 5. Dua segitiga yang kongruen memiliki ciri, yaitu kedua sudut yang bersesuaian dari dua segitiga itu sama besar dan panjang sisi yang diapit kedua sudut itu sama panjang. Benarkah pernyataan itu? Jelaskan dan beri contoh.
- 6. Adakah materi yang masih sulit untukmu? Beranikan untuk bertanya pada guru atau temanmu.

# Rangkuman

- 1. Dua bangun datar dikatakan sebangun jika sudut-sudut yang bersesuaian sama besar dan sisi-sisi yang bersesuaian sebanding.
- 2. Dua segitiga dikatakan sebangun, jika sudut-sudut yang bersesuaian sama besar.
- 3. Dua segitiga dikatakan sebangun, jika perbandingan sisisisi segitiga yang bersesuaian sama.
- 4. Jika dalam suatu segitiga terdapat garis yang sejajar dengan salah satu sisi segitiga tersebut, maka garis sejajar tersebut membagi kedua sisi lainnya pada segitiga itu atas dua ruas garis dengan perbandingan yang sama.

- 5. Dua bangun datar dikatakan kongruen, jika memiliki ukuran dan bentuk yang tepat sama.
- 6. Dua segitiga yang kongruen mempunyai sifat, yaitu sisisisi yang seletak sama panjang.
- 7. Dua segitiga yang kongruen mempunyai sifat, yaitu sudut-sudut yang seletak sama besar.
- 8. Dua segitiga akan kongruen jika:
  - a. ketiga sisi pada segitiga pertama sama panjang dengan ketiga sisi yang bersesuaian pada segitiga yang kedua(s, s, s).
  - b. dua sisi pada segitiga pertama sama panjang dengan dua sisi yang bersesuaian pada segitiga kedua, dan kedua sudut apitnya sama besar (**s**, **sd**, **s**).
  - c. dua sudut pada segitiga pertama sama besar dengan dua sudut yang bersesuaian pada segitiga kedua, dan sisi yang merupakan kaki persekutuan kedua sudut sama panjang (sd, s, sd).

# **Evaluasi** Mandiri

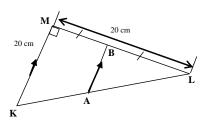
# Pilihlah jawaban yang paling benar dengan memberi tanda silang (X) pada pilihan yang diberikan.

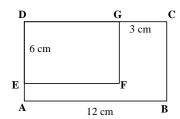
 Perhatikan gambar di bawah ini. Panjang AB adalah ...

A. 5 cm B. 7,5 cm

C. 8,5 cm D. 10 cm

 Perhatikan gambar di bawah ini. Jika segiempat ABCD sebangun dengan segiempat DEFG, maka panjang BC adalah ....

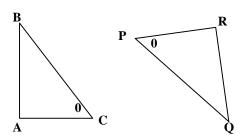




A. 8 cm

B. 9 cm

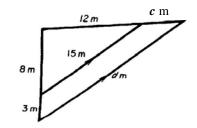
- C. 10 cm
- D. 12 cm
- 3. Segitiga yang ukuran sisinya 3 cm, 4 cm, dan 5 cm sebangun dengan segitiga yang ukuran sisi-sisinya ....
  - A. 8 cm, 15 cm, dan 17 cm
  - B. 5 cm, 12 cm, dan 13 cm
  - C. 9 cm, 12 cm, dan 15 cm
  - D. 20 cm, 16 cm, dan 12 cm.
- 4. Dua buah segitiga pada gambar dibawah ini adalah kongruen, sehingga panjang AB sama dengan ...
  - A. PR
  - B. QR
  - C. PQ
  - D. RP



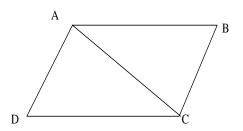
- 5.  $\Delta$ PQR sama kaki dengan PQ = QR = 18 cm dan PR = 12 cm. Jika  $\Delta$ PQR kongruen dengan DABC, maka panjang AB adalah ...
  - A. 8 cm
- B. 12 cm
- C. 16 cm
- D. 18 cm.

### Jawablah soal berikut dengan l

6. Perhatikan segitiga di samping. Tentukan nilai *c* dan *d*.



Misalkan ABCD adalah jajargenjang.
 Dengan kongruensi, tunjukkan bahwa ΔABC ≅ ΔCDA.



- 8. Diketahui  $\Delta$ PQR sebangun dengan  $\Delta$ PST, dengan ST = 9 cm, QR = 6 cm, PQ = 4 cm, dan RT = 3 cm. Hitunglah panjang PR, PT, QS, dan PS.
- 9. Diketahui  $\triangle$ ABC dan  $\triangle$ PQR segitiga siku-siku dengan BC = QR,  $\angle$ C =  $\angle$ R. Tunjukkan bahwa AC = PR.
- 10. Jika sebatang tongkat dengan panjang 3 m membentuk bayangan 8 m, berapakah tinggi cerobong asap yang membentuk bayangan 16 m pada saat itu?