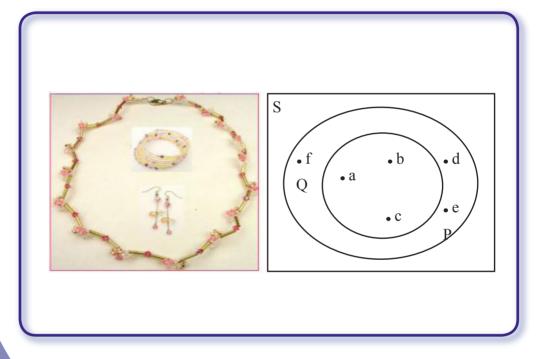
Bab 6 Himpunan

Standar Kompetensi

Menggunakan konsep himpunan dan diagram Venn dalam pemecahan masalah.



Kompetensi Dasar

- 4.1 Memahami penertian dan notasi himpunan, serta penyajiannya.
- 4.2 Memahami konsep himpunan bagian.
- 4.3 Melakukan operasi irisan, gabungan, kurang (difference), dan komplemen pada himpunan.
- 4.4 Menyajikan himpunan dengan diagram Venn.
- 4.5 Mengggunakan konsep himpunan dalam pemecahan masalah

Pengertian Himpunan dan Anggota Himpunan



Pengertian Himpunan

Apa yang akan kamu pelajari?

- ✓ Menyatakan pengertian himpunan
- Mengenal lambang suatu himpunan
- Menyatakan suatu obyek merupakan anggota/ elemen suatu himpunan atau bukan
- Mengenal lambang
 "anggota" suatu
 himpunan dan "bukan
 anggota" suatu himpunan

Kata Kunci:

- Kumpulan obyek
- Himpunan
- Lambang himpunan
- Anggota/elemen himpunan
- Lambang "anggota" dan "bukan anggota"

Pernahkah kamu melihat pertandingan sepak bola? Apa saja yang dapat kamu lihat dalam suatu pertandingan sepak bola?



Sumber:http://mysportblogs.com/09-07-elie-aiboy.jpg Gambar 6.1 Pertandingan Sepak Bola

Sebutkan sebanyak mungkin yang dapat kamu lihat!

Di lapangan terdapat bola, gawang pertandingan, rumput lapangan dan lain-lain.

Jika kamu perhatikan, di lapangan sepakbola terdapat bermacam-macam kumpulan, antara lain kumpulan:

- 1. pemain sepakbola
- 2. wasit pertandingan sepakbola
- 3. pelatih sepakbola
- 4. petugas kesehatan sepakbola
- 5. pemain sepakbola cadangan
- 6. bola
- 7. gawang pertandingan
- 8. rumput lapangan

Sekarang, perhatikan apa saja dan siapa saja yang terdapat di kelasmu?



Gambar 6.2 Sumber:Dit. PSMP, 2006 Interaksi Belajar Mengajar di Kelas

Jika kamu perhatikan, ter-nyata di kelasmu terdapat kumpulan:

- 1. murid yang sedang belajar
- 2. guru yang sedang mengajar
- 3. bangku murid
- 4. meja guru
- 5. papan tulis
- 6. murid perempuan
- 7. murid laki-laki

Sebutkan, masih terdapat benda apa lagi di dalam kelasmu?

Selanjutnya, perhatikan apa saja dan siapa saja yang terdapat di rumahmu. Coba sebutkan kumpulan apa saja yang dapat kamu bentuk dari benda-benda di rumahmu.

Jadi, pada umumnya, kita berpikir suatu himpunan sebagai suatu koleksi objek-objek yang memberikan suatu sifat bersama. Misalnya dalam matematika, biasanya untuk memperhatikan, suatu himpunan garis, suatu himpunan segitiga, suatu himpunan bilangan real, dsb.

Dapatkah kamu secara pasti menentukan kumpulan itu? Mengapa?

Dengan demikian, jika kita pergi ke lapangan tempat pertandingan sepakbola kita dapat membentuk, antara lain:

- 1. Himpunan pemain sepakbola
- 2. Himpunan wasit sepakbola
- 3. Himpunan penonton sepakbola

Himpunan apa lagi yang dapat kita bentuk dari lapangan sepak bola?

- 1. Himpunan guru-guru yang mengajar di kelasku.
- 2. Himpunan tempat duduk murid yang ada di ruang kelasku.

Sebutkan himpunan lain yang dapat kamu bentuk dari kumpulan benda-benda di kelasmu.

Selanjutnya, himpunan apa saja yang dapat dibentuk dari kumpul-an benda-benda di rumahmu? Dari kumpulan benda-benda di dalam tas sekolahmu? Dari kumpulan benda-benda di dalam lema-rimu?

Dapatkah kamu membentuk himpunan yang diperoleh dari kum-pulan benda-benda di tempat lain? Diskusikan dengan teman-temanmu.

Seperti kita ketahui, jika kita pergi ke lapangan sepakbola kita dapat membentuk beberapa himpunan, antara lain:

Himpunan pemain sepak bola di lapangan itu

Jika kata himpunan kita hapuskan dan kata-kata berikutnya disaji-kan di antara dua kurung kurawal, menjadi:

{ pemain sepakbola di lapangan itu }

Pernyataan di atas merupakan salah satu cara untuk menyatakan himpunan.

Selanjutnya, cobalah kamu bersama teman-temanmu membentuk himpunan yang berasal dari:

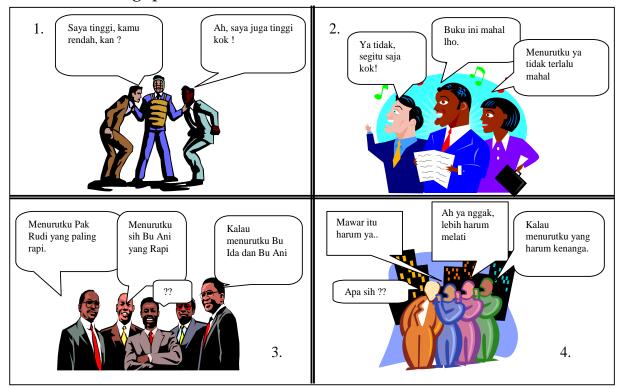
- 1. kumpulan murid-murid di kelasmu yang tingginya di atas 125 cm.
- 2. kumpulan benda-benda di kelasmu yang harganya kurang dari Rp25.000,00
- 3. kumpulan guru-guru di sekolahmu yang sedang mengenakan pakaian seragam.
- 4. kumpulan bunga berwarna merah.

Sekarang coba kamu pikirkan dengan teman-temanmu dapatkah kamu membentuk himpunan yang berasal dari:

- 1. kumpulan murid-murid yang tinggi di kelasmu.
- 2. kumpulan benda-benda yang mahal.
- 3. kumpulan guru-guru yang berpenampilan rapi di sekolahmu.
- 4. kumpulan bunga yang harum.

Pikirkan, samakah himpunan yang kamu bentuk dari kumpulan-kumpulan di atas dengan himpunan yang dibentuk oleh teman-temanmu?

Dapatkah kamu secara pasti menentukan kumpulan itu? Mengapa?



Gambar 6.3 Ilustrasi tentang Relasi antar Himpunan

Sumber:Dit. PSMP, 2006

Sekarang bandingkan, himpunan yang kamu bentuk dengan him-punan yang dibentuk oleh teman-temanmu.

Dari pembentukan himpunan-himpunan tersebut apakah yang dapat kamu simpulkan? (Misal: tentang banyaknya anggota masing-masing himpunan).

Untuk membentuk suatu himpunan, apakah benda yang dihimpun harus mempunyai tanda-tanda atau ciri-ciri **tertentu** dan **jelas**?

Untuk memberi nama pada suatu himpunan, pada umumnya digu-nakan lambang huruf kapital (huruf besar), misal-nya: A, B, C, . . .

Contoh

P = {pemain sepakbola PERSIB}

G = Himpunan guru-guru yang mengajar di kelasku.

R = {rumah ibadah di desaku}

I = Himpunan ikan dalam suatu akuarium.



Anggota Himpunan

Perhatikan kembali himpunan pemain sepakbola. Masingmasing pemain yang tergabung di dalamnya disebut **anggota** atau **elemen** dari himpunan tersebut. Masing-masing pelatih **bukan anggota** atau **bukan elemen** himpunan pemain sepakbola tersebut. Bagaimana dengan setiap penonton sepak-bola, apakah merupakan anggota dari himpunan tersebut?

Jika A = Himpunan murid kelas VII SMP yang sekelas denganmu, maka setiap murid kelas VII SMP yang seke-las denganmu merupakan **anggota** dari himpunan A tersebut.

Sudah tentu setiap murid kelas VIII SMP di sekolahmu bukan anggota dari himpunan A tersebut. Apakah guru-guru yang mengajar di kelasmu merupakan anggota himpunan A tersebut?

Sekarang perhatikan himpunan H = Himpunan hari yang namanya berhuruf awal S.

Hari-hari apa sajakah yang merupakan anggota H?

Hari-hari apa sajakah yang bukan merupakan anggota H?

Untuk menyatakan anggota suatu himpunan digunakan lambang \in dan untuk menyatakan bukan anggota suatu himpunan digunakan lambang \notin .

Karena Senin merupakan anggota himpunan H, maka dapat dituliskan:

Senin \in H

Sedangkan Rabu bukan merupakan anggota himpunan H, maka dapat dituliskan:

Rabu ∉ H

Sekarang perhatikan himpunan A = Himpunan bilangan asli kurang dari lima. Maka kita dapat menuliskan:

$1 \in A$,		$5 \notin A$,
$2 \in A$,	dan	$7 \notin A$,
$3 \in A$,		$9 \notin A$,
$4 \in A$.		11 ∉A.

Selanjutnya perhatikan himpunan P = Himpunan nama-nama bulan berhuruf awal J.

Manakah di antara pernyataan berikut yang merupakan pernyataan yang benar?

- a. Januari $\in P$
- b. Februari ∉ P
- Maret ∉ P C.

- d. April ∉ P
- e. Mei ∉ P
- f. Juni ∈ P

- g. Juli \in P
- h. Agustus ∉ P
- i. September ∉ P

- j. Oktober Ï P
- k. November ∉ P
- Desember ∉ P 1.

Latihan

- 1. Kumpulan-kumpulan berikut ini, nyatakan "dapat" atau membentuk suatu himpunan.
 - a. kumpulan bunga-bunga yang indah.
 - b. kumpulan siswa-kelas I SMP yang berulang tahun pada tanggal 1 Juli.
 - c. kumpulan guru-guru SMP yang berusia kurang dari 40 tahun.
 - d.kumpulan guru-guru SMP yang bijaksana.
 - e. kumpulan bilangan genap antara 1 dan 10.
 - f. kumpulan bilangan prima kurang dari 20.
 - g. kumpulan siswa kelas I SMP yang pandai.
 - h. kumpulan walimurid SMP yang sabar.
 - i. kumpulan buku paket matematika SMP.
 - j. kumpulan orang-orang yang rajin belajar.
- 2. Diketahui P = {bilangan pembagi dari 24}

Periksalah apakah pernyataan berikut ini benar atau salah.

- a. $1 \in P$
- b. $2 \in P$
- c. 3 ∉ P
- d. $4 \in P$

- e. 5 ∉ P
- f. $6 \in P$
- $g. 8 \in P$
- h. $9 \in P$

- i. 10 ∉ P
- i. $12 \in P$
- $k. 20 \in P \quad 1. 24 \notin P$

3. Kaitan dengan dunia nyata



Gambar 6.4 Peta Kepulauan Indonesia Sumber:Dit. PSMP, 2006

Diketahui M = Himpunan semua propinsi di Indonesia. Periksalah dan tentukan apakah pernyataan berikut ini benar atau salah.

- a. $Jakarta \in M$
- b. Kalimantan Timur \in M
- c. Jawa Timur $\in M$
- d. Banjarmasin \in M
- e. Timor Timur ∉ M
- f. Ujung Pandang ∉ M

- g. D. I. Yogyakarta ∉ M
- $h. \quad Bali \in M$
- i. Jayapura ∈ M
- j. Palembang \in M
- k. Banda Aceh \in M
- $l. \quad Maluku \in M$

6.2 Menyatakan Himpunan



Cara Menyatakan Himpunan

Apa yang akan kamu pelajari?

- Menyebutkan macammacam cara menyatakan himpunan
- Mengubah himpunan dari salah satu cara penyajian ke cara penyajian yang lain

Kata Kunci:

- Cara menyatakan himpunan
- Mendaftar
- Notasi pembentuk himpunan

Seperti telah kamu ketahui bahwa himpunan pemain sepak bola PERSIB dapat disajikan dalam bentuk {pemain sepak bola PERSIB}. Himpunan dapat dinyatakan dengan beberapa cara. Misal kita mempunyai himpunan: Himpunan bilangan prima kurang dari 10. Himpunan ini dapat ditulis sebagai: {bilangan prima kurang dari 10}.

Cara menyatakan himpunan seperti di atas disebut cara menyatakan himpunan dengan kata-kata.

Jika kita mempunyai P = {bilangan prima kurang dari 10}, maka kita dapat menyebutkan masing-masing anggota dari P, yaitu 2, 3, 5, 7.

Jika semua anggota himpunan P tersebut disajikan di antara dua kurung kurawal dan dua anggota yang berdekatan dipisahkan oleh tanda "," maka diperoleh: {2, 3, 5, 7}

Cara tersebut disebut cara menyatakan himpunan dengan cara mendaftar.

Jadi:

P = Himpunan bilangan prima kurang dari 10 dapat ditulis menjadi:

$$P = \{2, 3, 5, 7\}$$

Beberapa contoh himpunan yang dinyatakan dengan cara mendaftar adalah:

- 1. $K = \{1, 3, 5, 7, 9\}$
- 2. L = {Januari, Juni, Juli}
- 3. $M = \{1, 2, 3, 4, \dots, 100\}$
- 4. $N = \{7, 14, 21, 28, \ldots\}$

Perhatikan contoh himpunan $P = \{2, 3, 5, 7\}$.

Untuk menjadi anggota himpunan P sudah tentu ada persyaratannya, yaitu setiap anggota P merupakan bilangan prima kurang dari 10.

Oleh karena itu himpunan P dapat dinyatakan dengan **syarat keanggotaan himpunan** atau dengan **notasi pembentuk himpunan**_sebagai berikut:

 $P = \{x : x \text{ adalah bilangan prima kurang dari } 10\}$ atau:

 $P = \{x : x < 10, x \text{ adalah bilangan prima}\}$

yang dibaca:

Himpunan P adalah himpunan yang anggota-anggotanya x sedemikian hingga x kurang dari 10 dan x adalah bilangan prima.

Contoh lain cara menyatakan himpunan dengan notasi pembentuk himpunan, misalnya:

a. $W = \{0, 1, 2, 3, ..., 10\}$ dapat ditulis:

W = {n : n adalah bilangan cacah yang tidak lebih dari 10}

<u>atau</u>

 $W = \{n : n \text{ adalah bilangan cacah kurang dari } 11\}$

atau

 $W = \{n : n \le 10, n \in W\}; W = Himpunan bilangan cacah.$

<u>atau</u>

 $W = \{n : n < 11, n \in W\}; W = Himpunan bilangan cacah$

b. $N = \{1, 2, 3, ..., 99\}$ dapat ditulis:

N = {a : a bilangan asli kurang dari 100}

<u>atau</u>

 $N = \{a : a < 100, a \in N\}; N = Himpunan bilangan asli$

c. $N = \{7, 14, 21, 28, ...\}$ dapat ditulis:

N = {m : m adalah bilangan asli kelipatan 7}

Dari pembahasan di atas, dapat dilihat bahwa suatu himpunan dapat dinyatakan dengan tiga cara.

Sebutkan, dengan cara apa saja?



Mengenal Beberapa Macam Himpunan Bilangan

Di sekolah dasar kamu telah mengenal dan mempelajari berbagai macam bilangan. Jika dari masing-masing kumpulan bilangan tertentu dibentuk suatu himpunan, maka akan terbentuk bermacam-macam himpunan bilangan, di antaranya:

Catatan

- * Bilangan prima adalah bilangan asli yang mempunyai tepat dua faktor, yaitu 1 dan bilangan itu sendiri.
- * Bilangan komposit adalah bilangan asli yang mempunyai lebih dari dua faktor.

- 1. W = Himpunan bilangan cacah, atau
 - $W = \{0, 1, 2, 3, \ldots\}$
- 2. N = Himpunan bilangan asli, atau
 - $N = \{1, 2, 3, 4, \ldots\}$
- 3. E = Himpunan bilangan cacah genap, atau
 - $E = \{0, 2, 4, 6, \ldots\}$
- 4. O = Himpunan bilangan cacah ganjil, atau
 - $O = \{1, 3, 5, 7, \ldots\}$
- 5. S = Himpunan kuadrat bilangan asli, atau
 - $S = \{1, 4, 9, 25, \ldots\}$
- 6. T = Himpunan pangkat tiga bilangan asli, atau
 - $T = \{1, 8, 27, 64, \ldots\}$
- 7. P = Himpunan bilangan prima, atau
 - $P = \{2, 3, 5, 7, \ldots\}$
- 8. K = Himpunan bilangan komposit (bilangan cacah yang bukan prima), atau K = {4, 6, 8, 9, . . .}

Contoh

- 1. Nyatakan himpunan berikut ini dengan notasi pembentuk himpunan.
 - a. N = Himpunan bilangan asli antara 2 dan 7
 - b. $L = \{10, 11, 12, 13, \ldots\}$
 - c. $M = \{2\}$

Jawab:

- a. $N = \{x : 2 \le x \le 7, x \text{ adalah bilanan asli}\}$
- b. $L = \{n : n \ge 10, n \text{ adalah bilangan cacah}\}$
- c. $M = \{x : x \text{ adalah bilangan prima yang genap}\}$

- 2. Nyatakan himpunan berikut dengan cara mendaftar anggota-anggotanya.
 - a. $P = \{x \mid x \text{ adalah bilangan prima lebih dari } 10 \}$
 - b. S = Himpunan bilangan kuadrat yang lebih dari 15
 - c. $P = \{ n \mid 1 \le n \le 5, n \text{ adalah bilangan asli } \}$

Jawab:

- a. $N = \{ 11, 13, 17, 19, \dots \}$
- b. $O = \{ 16, 25, 36, 49, \dots \}$
- c. $P = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

Latihan 6.2

- 1. Nyatakan himpunan di bawah ini dengan cara mendaftar.
 - a. A = Himpunan bilangan cacah genap antara 20 dan 30
 - b. B = Himpunan 6 bilangan asli yang pertama.
 - c. C = Himpunan faktor dari 24.
 - d. D = Himpunan kuadrat 5 bilangan asli yang pertama.
 - e. E = Himpunan 7 bilangan cacah genap yang pertama.
 - f. F = Himpunan bilangan kelipatan 5 antara 1 dan 100
 - g. G = Himpunan huruf pada kata "matematika".
 - h. H = Himpunan kelipatan tiga bilangan asli.
 - i. I = Himpunan 8 bilangan komposit yang pertama.
 - j. J = Himpunan bilangan prima antara 10 dan 40.
- 2. Nyatakan himpunan berikut ini dengan kata-kata.
 - a. $A = \{6, 12, 18, 24, \dots\}$
 - b. $B = \{ 23, 29, 31, 37 \}$
 - c. $C = \{3, 5, 7, 9, 11\}$
 - d. $D = \{0, 2, 4, \dots 16\}$
 - e. $E = \{1, 4, 9, 16, 25\}$
 - f. F = { 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18 }
 - g. $G = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$
 - h. $H = \{4, 8, 12, 16, 20\}$
 - i. $I = \{5, 10, 15, 20, \dots\}$
 - J. $J = \{1, 8, 27, 64, \ldots\}$

- 3. Nyatakan himpunan berikut dengan notasi pembentuk himpunan.
 - a. $A = \{12, 13, 14, 15, \dots, 25\}$
 - b. $B = \{11, 13, 17, 19, \ldots\}$
 - c. C = Himpunan bilangan cacah genap tidak lebih dari 50
 - d. D = Himpunan bilangan ganjil antara 10 dan 20.
 - e. $E = \{4, 6, 8, 10, 12, 14\}$
 - f. $F = \{a, i, u, e, o\}$
 - g. G = Himpunan 4 bilangan cacah ganjil yang pertama.
 - h. $H = \{0, 1, 4, 9, 16, 25\}$
 - i. I = Himpunan 8 bilangan prima yang pertama.
 - j. J = Himpunan bilangan kelipatan 7 dari bilangan asli.

Kaitan dengan kehidupan dunia nyata

- 4. Nyatakan setiap himpunan berikut dengan dua cara yang lain.
 - a. A = Himpunan bulan yang lamanya tidak 31 hari
 - b. B = Himpunan huruf vokal dalam abjad Latin.
 - c. C = Himpunan hari dalam satu minggu yang namanya berhuruf akhir "u".
 - d. D = {Senin, Selasa, Sabtu}
 - e. E = {Januari, Februari, Mei, Juni, Juli}
 - f. $F = \{merah, kuning, hijau\}$
 - g. $G = \{merah, putih\}$
 - h. H = {merah, jingga, kuning, hijau, biru, nila, ungu}
 - i. I = Himpunan tahun kabisat antara 1900 dan 1925.
 - j. J = Himpunan panca indera manusia.

Himpunan Berhingga dan Tak Beringga



Cara Menyatakan Himpunan

Apa yang akan kamu pelajari?

- ✓ Membedakan himpunan berhingga dan himpunan tak berhingga
- ✓ Menentukan banyak anggota suatu himpunan

Kata Kunci:

- Kardinalitas himpunan
- Banyak anggota himpunan
- Himpunan berhingga
- Himpunan tak berhingga

Perhatikan himpunan-himpunan berikut.

1.
$$P = \{m, a, t, e, i, k\}$$

2.
$$Q = \{1, 3, 5, 7, 9\}$$

3.
$$R = \{2, 4, 6, 8, \dots, 20\}$$

4.
$$S = \{0, 1, 2, 3, \ldots\}$$

5.
$$T = \{5, 10, 15, 20, \ldots\}$$

Pada himpunan P di atas, semua anggota himpunan didaftar di antara dua kurung kurawal, yaitu m, a, t, e, i, k. Jadi banyak anggota himpunan P ada 6 buah.

Pada himpunan Q di atas, semua anggota himpunan juga didaftar di antara dua kurung kurawal, yaitu 1, 3, 5, 7, 9. Jadi banyak anggota himpunan Q ada 5 buah.

Pada himpunan R di atas, tidak semua anggota himpunan didaftar di antara dua kurung kurawal tetapi kita bisa menentukan bilangan yang paling besar sebagai anggo-tanya, yaitu 20. Dengan demikian kita bisa membilang banyak anggotanya. Jika kita urutkan anggotanya mulai dari 2, 4, 6, . . dan berakhir pada 20, dan kita membi-lang banyak anggotanya, ternyata ada 10.

Himpunan seperti himpunan P, Q, dan R tersebut dinamakan **himpunan berhingga**. Jadi, kapan suatu himpunan dikatakan berhingga?

Pada himpunan S dan T di atas, tidak semua anggota-nya didaftar di antara dua kurung kurawal, dan kita tidak dapat menentukan ber-apa bilangan terbesar yang merupakan anggota himpunan S mau-pun T. Jadi, jika kita membilang banyak anggotanya, maka kita tidak bisa menemukan anggota terakhirnya.

Himpunan seperti himpunan S dan T tersebut dinamakan himpun-an tak berhingga.

Jadi, kapan suatu himpunan dikatakan tak berhingga?

Contoh

Catatan

- * Banyak anggota suatu himpunan P dilambangkan dengan n(P).
- * Jika banyaknya anggota itu berhingga, maka n(P) merupakan suatu bilangan cacah dan dapat disebut bilangannya berapapun besarnya.
- * Jika banyaknya anggota itu tidak berhingga, maka banyaknya anggota itu tidak dapat disebut dengan suatu bilangan, tetapi dilambangkan dengan n(P) = ∞.

1. Jika A = himpunan nama bulan dalam setahun yang namanya berhuruf awal J, maka banyak anggota himpunan A ditulis n(A).

Tentu-kan n(A) Apakah himpunan A berhingga?

Jawab:

A = {Januari, Juni, Juli}

Karena banyak anggota A ada 3 buah, maka n(A) = 3.

Ya, himpunan A berhingga

2. Jika B = himpunan bilangan ganjil antara 2 dan 10, maka tentukan n(B). Apakah himpunan B berhingga?

Jawab:

$$B = \{3, 5, 7, 9\}$$

Karena banyak anggota B ada 4 buah, maka n(B) = 4.

Ya, himpunan B berhingga

3. Dapatkah kamu menyebutkan dua contoh himpunan tak berhingga?

Jawab:

- Himpunan semua bilangan asli
- Himpunan semua bilangan bulat

Latihan 6.3

Tentukan banyak anggota himpunan-himpunan berikut.

- 1. $A = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$
- 2. $B = \{1000\}$
- 3. C = Himpunan bilangan komposit kurang dari 10.
- 4. D = Himpunan bilangan cacah yang kurang dari 20.
- 5. $E = \{6, 12, 18, \dots, 36\}$
- 6. F = Himpunan bilangan prima antara 5 dan 20.
- 7. $G = \{x : x \le 25, x \text{ bilangan asli}\}.$

- 8. $H = \{n : n < 6, n \text{ adalah bilangan cacah}\}.$
- 9. I = Himpunan bilangan prima kurang dari 35.
- 10. $J = \{5, 10, 15, \dots, 50\}$
- 11. Jika P = Himpunan bilangan kuadrat antara 5 dan 40.
 - Q = Himpunan huruf vokal pada kata "trigonometri".
 - Apakah n(P) = n(Q)?

Kaitan dengan kehidupan dunia Nyata

Berapa banyak anggota setiap himpunan berikut.

- 12. K = Himpunan huruf vokal pada kata "indonesia".
- 13. L = Himpunan bulan dalam satu tahun yang namanya berhuruf akhir "er"
- 14. M = Himpunan warna pelangi.
- 15. N = $\{x : x \text{ adalah hari yang namanya tidak berhuruf awal } S\}$
- 16. O = $\{x : x \text{ adalah orang tua kandung saya}\}$

Berpikir kritis

- 17. Jika A = Himpunan warna lampu pada rambu lalu lintas, B = Himpunan hari yang namanya berawalan S. Apakah n(A) = n(B)?
- 18. Termasuk himpunan **berhingga** atau **tak berhingga**, masing-masing himpunan berikut?
 - a. Himpunan buku dalam satu lemari.
 - b. Himpunan batu kerikil dalam satu kaleng susu.
 - c. Himpunan penduduk Indonesia.
 - d. Himpunan bilangan cacah.
 - e. Himpunan bilangan bulat yang kurang dari 10.
 - f. Himpunan murid SMP di Surabaya
 - g. Himpunan guru matematika di Medan.
 - h. Himpunan kelipatan 5 dari bilangan asli.

6.4 Diagram Venn



Himpunan Semesta

Apa yang akan kamu pelajari?

- Pengertian himpunan semesta dan lambangnya.
- ➤ Diagram Venn suatu himpunan.
- ▼ Pengertian himpunan bagian.
- ▼ Banyak himpunan bagian dari suatu himpunan
- → Pengertian himpun- an kosong dan lambangnya

Kata Kunci:

- Himpunan semesta.
- Diagram Venn.
- Himpunan bagian.
- Himpunan Kosong

Misalkan $A = \{merah, putih\}.$

B = {merah, hijau}.

C = {merah, putih, biru}.

Apakah himpunan C memuat semua anggota himpunan A?

Apakah himpunan C memuat semua anggota himpunan B?

- Karena C memuat semua anggota A, maka dikata-kan bahwa C merupakan himpunan semesta dari himpunan A.
- ★ Karena ada anggota B yang tidak termuat pada C, yaitu hijau (h); h ∉ C, maka dikatakan bahwa C bukan himpunan semesta dari himpunan B.

Misalkan kita punya himpunan D = {merah, kuning, putih, ungu}. Apakah D memuat semua anggota A? Ya, bukan?

Jadi, D juga merupakan himpunan semesta dari A.

Apakah D memuat semua anggota himpunan B?

Tidak, bukan?

Karena D tidak memuat semua anggota B, berarti D bukan merupakan himpunan semesta dari himpunan B.

Jadi, jika kita punya himpunan A = { merah, putih }, maka himpunan semesta dari A yang mungkin antara lain:

- 1. $C = \{ merah, putih, biru \}, atau \}$
- 2. D = { merah, kuning, putih, ungu }.

Dapatkah kamu menyebutkan himpunan semesta yang lain?

Dapatkah kamu menarik kesimpulan, apa yang dimaksud dengan himpunan semesta dari suatu himpunan A?

Dari penjelasan tersebut, dapat dikatakan bahwa:

Himpunan Semesta

Himpunan semesta adalah himpunan yang memuat semua anggota himpunan yang sedang dibicarakan. Himpunan semesta disebut juga **semesta pembicaraan**. Himpunan semesta dilambangkan dengan **S**.

Sekarang perhatikan contoh berikut.

Contoh

Misalnya kita mempunyai himpunan $P = \{1, 3, 5, 7\}$.

Himpunan semesta yang mungkin dari P, antara lain:

- 1. $S = \{1, 3, 5, 7, 9\}$
- 2. S = Himpunan 10 bilangan asli yang pertama
- 3. $S = \{1, 2, 3, \dots, 100\}$
- 4. $S = \{1, 3, 5, 7, \dots, 51\}$
- 5. S = Himpunan bilangan asli.

Latihan 6.4a

Sebutkan dua himpunan semesta yang mungkin untuk masingmasing himpunan berikut ini.

- 1. $A = \{1, 2, 3\}.$
- 2. $B = \{a, i, u\}.$
- 3. $C = \{x : 2 \le x \le 10, x \text{ adalah bilangan asli} \}$.
- 4. D = $\{x : x \ge 100, x \text{ adalah bilangan bulat}\}$.
- 5. $E = \{n : n < 15, n \text{ adalah bilangan prima}\}$.
- 6. F = Himpunan bilangan prima yang genap.
- 7. G = Himpunan bilangan asli yang habis dibagi 6.
- 8. H = Himpunan bilangan komposit antara 1 dan 10.
- 9. I = Himpunan bilangan genap yang habis dibagi 3.
- 10. J = Himpunan bilangan prima kurang dari 20.

Kaitan dengan kehidupan dunia nyata

Sebutkan dua himpunan semesta yang mungkin untuk masingmasing himpunan berikut ini.

- 11. $K = \{kerbau, kuda\}.$
- 12. L = {Indonesia, Malaysia, Singapura}.
- 13. M = {merah, kuning, hijau}.
- 14. N = {jeruk, mangga, nanas}.
- 15. O = {Juni, Juli}.
- 16. $P = \{ayam, itik, angsa\}.$
- 17. Q = {Surabaya, Bandung, Semarang}.
- 18. $R = \{SD, SMP, SMA\}.$
- 19. S = {pensil, penggaris}.
- 20. T = Himpunan guru-guru yang mengajar di kelas K



Diagram Venn

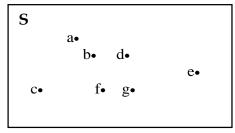
Cara yang memudahkan kita untuk menyatakan dan melihat hubungan antara beberapa himpunan adalah dengan menggunakan diagram atau gambar himpunan yang disebut dengan diagram Venn.

Dalam membuat suatu diagram Venn, perlu diperhatikan beberapa hal, antara lain:

- 1. Himpunan semesta biasanya digambarkan dengan bentuk **persegipanjang**.
- 2. Setiap himpunan lain yang sedang dibicarakan digambarkan dengan lingkaran atau kurva tertutup sederhana.
- 3. Setiap anggota masing-masing himpunan digambarkan dengan **noktah** atau **titik**.
- 4. Jika banyak anggota himpunannya tak berhingga, maka masing-masing anggota himpunan tidak perlu digambarkan dengan suatu titik.

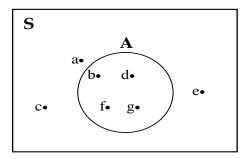
Contoh 1

Jika diketahui himpunan semesta $S = \{a, b, c, d, e, f, g\}$ dan $A = \{b, d, f, g\}$, maka diagram Venn dari S sebagai berikut:



Gambar 6.5 Elemen-elemen dalam Himpunan Semesta

Sedangkan diagram Venn dari himpunan S dan A adalah



Gambar 6.6 Himpunan Bagian dalam Himpunan Semesta

Soal

Diketahui S = $\{1, 2, 3, ..., 10\}$

A = Himpunan bilangan prima yang tidak lebih dari 10

B = Himpunan bilangan genap antara 1 dan 10

Tentukan diagram Vennya!

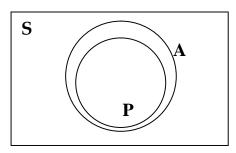
Contoh 2

Misalkan S = Himpunan bilangan bulat

A = Himpunan bilangan asli

P = Himpunan bilangan prima

maka diagramnya:



Gambar 6.7 Diagram Venn Himpunan bagian

Latihan 6.4b

Gambarlah diagram Venn dari himpunan-himpunan berikut.

1. $S = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$

 $A = \{3, 5, 7\}$

2. $S = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$

A = Himpunan bilangan cacah genap antara 1 dan 10

3. $S = \{a, b, c, d, ..., j\}$

 $A = \{a, i, e\}$

 $B = \{b, c, d, i, e\}$

4. $S = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$

A = Himpunan bilangan kuadrat yang kurang dari 10

B = Himpunan bilangan ganjil antara 1 dan 10

5. $S = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$

 $A = \{x : x < 4, x \text{ adalah bilangan asli}\}$

B = $\{x : x \le 10, x \text{ adalah bilangan prima}\}$

 $C = \{4, 7, 8, 9, 10\}$

Diskusikan soal-soal berikut secara berkelompok!

Gambarlah diagram Venn dari himpunan-himpunan berikut.

- 6. S = Himpunan siswa dikelasmu yang nama depannya dengan huruf hidup.
 - A = Himpunan siswa dikelasmu yang nama depannya dengan huruf O.
 - B = Himpunan siswa dikelasmu yang nama depannya dengan huruf E.
- 7. S = Himpunan semua siswa di sekolahku.
 - A = Himpunan siswa laki-laki di sekolahku.
 - B = Himpunan siswa perempuan di sekolahku.
 - C = Himpunan siswa laki-laki di kelasku.
 - D = Himpunan siswa perempuan di kelasku.
- 8. S = Himpunan bilangan asli.
 - P = Himpunan bilangan asli kelipatan 2.
 - Q = Himpunan bilangan asli kelipatan 3.
 - R = Himpunan bilangan asli kelipatan 4.
- 9. S = Himpunan bilangan cacah.
 - K = Himpunan bilangan cacah genap.
 - L = Himpunan bialngan prima.
 - M= Himpunan bilangan komposit.

Berpikir kritis:

10. Jika diketahui banyaknya kepala keluarga dari warga RT 02 adalah 75 orang. Di antara kepala keluarga ini yang berlangganan koran ada 50 orang, yang berlangganan majalah ada 25 orang, yang berlangganan majalah dan koran ada 10 orang.

Dengan menggunakan bantuan diagram Venn, tentukan banyaknya kepala keluarga dari warga RT 02 yang tidak berlangganan keduanya!

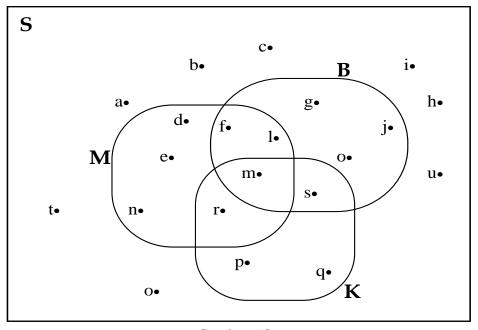
11. Perhatikan diagram Venn berikut.

Misalkan S = Himpunan siswa di kelasmu

M= Himpunan siswa yang menyukai matematika

B = Himpunan siswa yang menyukai bahasa Inggris

K = Himpunan siswa yang menyukai kesenian



Gambar 6.8 Diagram Venn tentang Irisan tiga Himpunan

Jika setiap siswa diwakili oleh sebuah titik, maka tentukan:

- a. berapa orang siswa yang menyukai matematika?
- b. berapa orang siswa yang menyukai matematika dan kesenian?
- c. berapa orang yang menyukai bahasa Inggris tetapi tidak menyukai kesenian?
- d. berapa orang siswa yang menyukai ketiga-tiganya?
- e. berapa orang yang hanya menyukai kesenian saja?
- f. berapa orang yang menyukai matematika dan bahasa Inggris tetapi tidak menyukai kesenian?
- g. berapa orang yang tidak menyukai ketiga-tiganya?
- h. berapa orang yang hanya menyukai salah satu dari ketiga pelajaran tersebut?

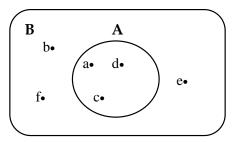


Himpunan Bagian dan Himpunan Kosong

Perhatikan dua himpunan berikut.

$$A = \{a, c, d\} dan B = \{a, b, c, d, e, f\}.$$

Jika kedua himpunan tersebut digambar dengan diagram Venn, diperoleh gambar sebagai berikut.



Gambar 6.9 Diagram Venn Himpunan bagian dalam Himpunan Semesta

Selidiki apakah setiap anggota A juga merupakan anggota B?

Jelaslah bahwa: $a \in A$ dan $a \in B$,

 $c \in A \ dan \ c \in B$,

 $d \in A dan d \in B$.

Catatan

Ada beberapa buku yang menggunakan lambang himpunan bagian dengan lambang "⊆", tetapi ada pula yang menggunakan lambang "⊂".

Dalam buku ini digunakan lambang "⊂".

Dengan demikian, apakah setiap anggota A juga merupakan anggota B? ya, bukan?

Hal ini dikatakan bahwa himpunan A merupakan himpunan bagian dari himpunan B, yang ditulis " $A \subset B$ "

Sekarang perhatikan tiga himpunan berikut.

 $A = \{1, 2, 3, 4\},\$

B = $\{0, 1, 2\}$, dan

 $C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}.$

Coba selidiki:

- a. Apakah setiap anggota A juga merupakan anggota C?
- b. Apakah setiap anggota B juga merupakan anggota C? Jawab:
- a. Ya, setiap anggota A juga merupakan anggota C,jadi A ⊂ C.
- b. Tidak semua anggota B juga merupakan anggota C.

Berarti: Ada anggota B yaitu 0 yang bukan merupakan anggota C.

Jadi dapat ditulis: $0 \in B$ dan $0 \notin C$.

Hal ini dikatakan himpunan B bukan himpunan bagian dari him-punan C, atau ditulis: $\mathbf{B} \not\subset \mathbf{C}$.

Dari contoh-contoh tersebut dapat disimpulkan sebagai berikut.

Himpunan Bagian & Bukan Himpunan Bagian

Misalkan A dan B himpunan.

- Himpunan A merupakan himpunan bagian dari B, <u>ditulis</u> A ⊂ B, jika setiap anggota A juga merupakan anggota B.
- Himpunan A bukan merupakan himpunan bagian dari B, ditulis A ⊄ B, jika ada anggota A yang bukan merupakan anggota B.

Selanjutnya perhatikan beberapa himpunan berikut.

- P = Himpunan siswa kelas VII SMP di sekolahmu yang tingginya lebih dari 5 m.
- Q = Himpunan guru di sekolahmu yang berusia kurang dari 10 tahun.

Berapa banyak anggota P?

Berapa pula banyak anggota Q?

Kedua himpunan tersebut tidak mempunyai anggota, bukan?

Himpunan seperti P dan Q tersebut disebut **himpunan kosong**, yang disimbolkan dengan \emptyset atau $\{ \}$.

Selanjutnya carilah contoh himpunan lain yang juga merupakan himpunan kosong.

Di antara himpunan-hinpunan berikut ini coba sebutkan mana yang merupakan himpunan kosong dan mana yang bukan.

- 1. Himpunan mata pelajaran yang diajarkan di kelas VII SMP.
- 2. Himpunan teman sekelasmu yang usianya di atas 17 tahun.
- 3. Himpunan manusia yang pernah mendarat di bulan
- 4. Himpunan guru Matematika yang usianya kurang dari 15 tahun.
- 5. Himpunan itik yang berkembang biak dengan beranak.

Selanjutnya perhatikan \varnothing dan $\{0\}$, samakah kedua himpunan tersebut? Tentu saja tidak, karena \varnothing adalah himpunan yang tidak mempunyai anggota, atau himpunan kosong, sedangkan $\{0\}$ adalah himpunan yang mempunyai satu anggota, yaitu 0. Himpunan bagian dari \varnothing adalah \varnothing , sedangkan himpunan bagian $\{0\}$ adalah $\{0\}$ dan \varnothing . \varnothing merupakan suatu himpunan bagian dari setiap himpunan. Misalnya, $\{0\}$ himpunan bagiannya adalah $\{0\}$ dan \varnothing . Himpunan $A = \{1, 2\}$ himpunan bagiannya adalah $\{1\}$, $\{2\}$, $\{1, 2\}$, \varnothing . Jadi, banyaknya himpunan bagian dari himpunan A ada 2^2

Jika diketahui $B = \{1, 2, 3\}$, maka:

- a. sebutkan himpunan-himpunan bagiannya!
- b. ada berapa banyaknya himpunan bagiannya? Sekarang, jika diketahui C = { 1, 2, 3, 4, 5 }, maka:
- a. sebutkan himpunan-himpunan bagiannya!
- b. ada berapa banyaknya himpunan bagiannya?

Selanjutnya, coba pikirkan jika diketahui P = { 1, 2, 3, . , . , . , n}, maka berapa banyaknya himpunan bagian P?

Latihan 6.4c

1. Diketahui $P = \{1, 2, 3, 4, \dots, 10\}$

Manakah di antara himpunan-himpunan berikut yang merupakan himpunan bagian P?

- a. $A = \{1, 3, 7, 9\}$
- b. $B = \{0, 2, 4, 6, 8, 10\}$
- c. $C = \{2, 3, 5, 7\}$
- d. $D = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
- e. $E = \{5, 7, 9, 11\}$
- f. F = Himpunan bilangan asli kurang dari 7.
- g. $G = \{x : x < 5, x \text{ adalah bilangan cacah}\}$
- h. H = $\{x : 2 < x < 8, x \text{ adalah bilangan asli}\}$
- i. I = $\{x : x < 12, x \text{ adalah bilangan komposit}\}$
- j. J = Himpunan bilangan kuadrat kurang dari 16.

- 2. Nyatakan benar atau salah pernyataan-pernyataan berikut.
 - a. $\{a, b, c\} \subset \{a, b, c, d\}$
 - b. $\{a, b, c, d, e\} \subset \{a, d, e\}$
 - c. {3} ⊂ Himpunan bilangan prima
 - d.3 ⊂ Himpunan bilangan prima
 - e. {5} ⊄ Himpunan bilangan prima
 - f. {1, 2, 3} ⊄ Himpunan bilangan asli
 - $g.4, 7 \subset \{3, 4, 5, 7\}$
 - h. $\{0, 1, 2, 3\}$ \subset Himpunan bilangan asli
 - i. {1, 2, 3} ⊄ Himpunan bilangan prima
 - j. $\{0, 1, 4, 6, 8\} \not\subset$ Himpunan bilangan komposit
 - k. Himpunan abjad Latin \subset {a, b, c, d, e, f, g, h}
 - 1. {1, 4, 9, 16} ⊂ Himpunan bilangan asli kuadrat
 - $m.\{x : x < 5, x \text{ bilangan asli}\} \subset \{1, 2, 3, ...\}$
 - n. $\{2, 4, 6, 8\} \subset \{x : x \text{ bilangan cacah}\}\$
 - o. Himpunan bilangan prima $\subset \{2, 3, 5, 7, 11\}$
- 3. Manakah di antara himpunan-himpunan berikut yang merupakan himpunan kosong dan bukan himpunan kosong?
 - a. Himpunan orang tua siswa yang usianya di bawah 10 tahun.
 - b. Himpunan bilangan bulat yang tidak ganjil dan tidak genap.
 - c. Himpunan bilangan prima yang genap.
 - d.Himpunan siswa SMP yang usianya tidak lebih dari 14 tahun.
 - e. Himpunan guru SMP yang tidak berkendaraan motor.
- 4. Tentukan semua himpunan bagian dari:
 - a. {p, q}
 - b. {i, d, a}
- 5. Berapa banyaknya himpunan bagian dari:
 - a. {a, l, b, u, m}
 - b. {p, i, c, t, u, r, e}

Kaitan dengan kehidupan dunia nyata

6. Jika diketahui A = Himpunan warna-warna pelangi, atau

A= {merah, jingga, kuning, hijau, biru, nila, ungu}

Nyatakan benar atau salah pernyataan-pernyataan berikut

- a. $\{ungu\} \subset A$
- b. $\{\text{kuning, biru, merah}\} \not\subset A$
- c. Himpunan warna bendera Indonesia ⊄ A
- d. $\{x : x \text{ warna lampu lalu lintas}\} \subset A$
- e. $\{\text{merah, jingga, kuning, hijau}\} \subset A$
- 7. Jika P = {bilangan bulat positif kurang dari 26}

Nyatakan manakah di antara himpunan-himpunan berikut yang merupakan himpunan bagian dari P.

Tulislah semua anggota himpunan dari a s.d. e dari pertanyaan berikut.

- a. A = {bilangan cacah yang kurang dari 15}.
- b. B = {bilangan asli yang lebih dari 5 dan kurang dari 21}.
- c. C = {bilangan ganjil yang kurang dari 20}.
- d.D = {bilangan genap yang lebih dari 2 dan kurang dari 20}.
- e. E = {bilangan prima yang kurang dari 20}.

Berpikir kritis

Jika diketahui $A = \{1, 2, 3\}$ 8.

$$B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$C = \{1, 2, 3, 4, \dots, 10\}$$

Nyatakan benar atau salah!

- b. B \subset C a. $A \subset B$
- c. $A \subset C$
- 9. Jika P = Himpunan bilangan prima kurang dari 10.

Q = Himpunan bilangan prima antara 1 dan 20.

R = Himpunan bilangan prima tidak lebih dari 30.

Nyatakan <u>benar</u> atau <u>salah</u>!

- a. $P \subset Q$ b. $Q \subset R$
- c. $P \subset R$

10. Dari soal nomor 5 dan 6 tersebut, dapatkah kita menyimpulkan bahwa: "Jika $A \subset B$ dan $B \subset C$, maka $A \subset C$ "

Jelaskan pendapatmu!

- 11. Benar atau salah pernyataan berikut?
 - a. $\{1, 2, 3\} \subset \{1, 2, 3\}$
 - b. $\{a, b, c, d, e\} \subset \{a, b, c, d, e\}$
 - c. $\{2, 3, 5, 7, 11, \ldots\} \subset$ Himpunan bilangan prima
 - d. $\{0, 1, 2, 3, \dots\} \subset \text{Himpunan bilangan cacah.}$
 - e. $\{x : 1 \le x \le 5, x \text{ bilangan asli}\} \subset \{1, 2, 3, 4, 5\}$
- 12. Dari soal nomor 10 tersebut, dapatkah kita menyimpulkan bahwa: A ⊂ A, B ⊂ B untuk sebarang himpunan A atau B? Jelaskan pendapatmu!
- 13. Dapatkah kita menyimpulkan bahwa setiap himpunan merupakan himpunan bagian dari dirinya sendiri?

 Jelaskan pendapatmu!

6.5 Irisan



Pengertian Irisan Dua Himpunan

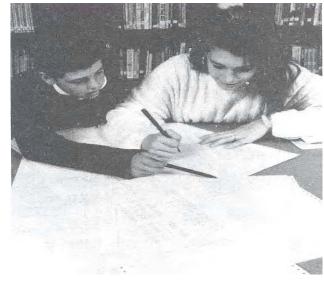
Apa yang akan kamu pelajari?

- ▼ Pengertian irisan dua himpunan dan menentukan irisan dua himpunan.
- Menggambarkan diagram
 Venn dari irisan dua
 himpun-an.
- Menyelesaikan soal cerita tentang irisan dua himpunan, de-ngan menggunakan diagram Venn.

Kata Kunci:

- Irisan dua himpunan
- Dua himpunan saling lepas dan tidak saling lepas.

Menjelang Ujian Akhir SD, semua siswa kelas 6 harus menyiapkan diri dan mempelajari dengan baik sebanyak 5 mata pelajaran yang akan diujikan, yaitu: **PPKN**, **Bahasa Indonesia**, **Matematika**, **IPA dan IPS**.



Gambar 6.10 Ibu yang sedang membelajarkan anaknya Sumber:Dit. PSMP, 2006

Seminggu sebelum ujian, Ani sudah mempelajari dengan baik 3 mata pelajaran, yaitu: **PPKn, Bahasa Indonesia**, dan **Matematika**.

Sedangkan Budi baru mempelajari dengan baik 2 mata pelajaran, yaitu: **IPA** dan **Matematika**.

Dari keterangan di atas, kita dapat membentuk himpunanhimpunan antara lain:

- S = Himpunan mata pelajaran pada ujian akhir SD.
- A = Himpunan mata pelajaran pada ujian ajhir SD yang sudah dipelajari Ani.
- B = Himpunan mata pelajaran pada ujian akhir SD yang sudah dipelajari Budi.

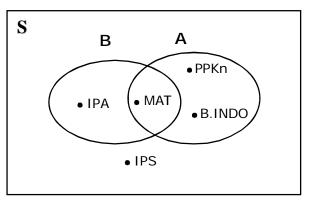
Jika dinyatakan dengan cara mendaftar semua anggotanya, maka diperoleh:

- S = { PPKn, Bahasa Indonesia, Matematika, IPA, IPS }
- A = { PPKn, Bahasa Indonesia, Matematika }
- B = { Matematika, IPA }

Bagaimana gambar diagram Venn dari ketiga himpunan tersebut? Di antara beberapa mata pelajaran tersebut, adakah mata pelajaran yang:

- a. sudah dipelajari oleh Ani dan Budi?
- b. sudah dipelajari Ani saja?
- c. sudah dipelajari Budi saja?
- d. belum dipelajari oleh keduanya?

Jika kita gambarkan himpunan-himpunan tersebut dalam diagram Venn, maka kita peroleh :



Gambar 6.11 Diagram Venn tentang Irisan Himpunan A dan B

Coba jelaskan, apa yang kamu lihat pada diagram di atas! Dari diagram Venn di atas, tampak bahwa:

- a. Matematika \in A dan Matematika \in B
- b. PPKn ∈ A, dan PPKn ∉ B.Bahasa Indonesia ∈ A, dan Bahasa Indonesia ∉ B.
- c. IPA \in B, dan IPA \notin A.
- d. IPS \notin A, dan IPS \notin B.

Keempat pernyataan tersebut menunjukkan bahwa:

- a. Mata pelajaran yang telah dipelajari oleh Ani dan Budi adalah Matematika.
- b. Mata pelajaran yang telah dipelajari oleh Ani tetapi belum dipelajari oleh Budi adalah PPKn dan Bahasa Indonesia.
- c. Mata pelajaran yang telah dipelajari oleh Budi tetapi belum dipelajari oleh Ani adalah IPA.
- d. Mata pelajaran yang belum dipelajari oleh Ani dan juga belum dipelajari oleh Budi adalah IPS.

Sekarang perhatikan kembali himpunan:

A = {PPKn, Bahasa Indonesia, Matematika}

B = {Matematika, IPA}

Jika kita perhatikan anggota-anggota kedua himpunan tersebut, ternyata ada anggota A yang juga menjadi anggota B, yaitu Matematika.

Himpunan yang memuat semua anggota A yang juga menjadi anggota B disebut **irisan himpunan A dan B**, yang dilambangkan dengan $A \cap B$.

Dari contoh tersebut kita peroleh bahwa:

$$A \cap B = \{Matematika\}$$

Sekarang perhatikan contoh berikut ini.

A = Himpunan bilangan komposit kurang dari 12.

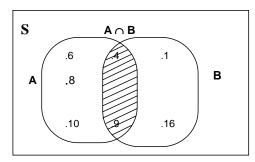
B = Himpunan bilangan kuadrat kurang dari 20.

Jika dinyatakan dengan cara mendaftar, diperoleh:

$$A = \{4, 6, 8, 9, 10\}$$

$$B = \{1, 4, 9, 16\}$$

Jika digambarkan dengan diagram Venn, maka diperoleh:



Gambar 6.12 Diagram Venn tentang Irisan Himpunan A dan B

Dari contoh tersebut ternyata: $4 \in A$, dan $4 \in B$.

 $9 \in A$, dan $9 \in B$.

Anggota himpunan A yang juga menjadi anggota B adalah 4 dan 6. Jadi, himpunan semua anggota A yang juga menjadi anggota

B adalah { 4, 9 }.

Hal ini berarti $A \cap B = \{4, 9\}.$

Dari contoh-contoh tersebut dapat disimpulkan bahwa:

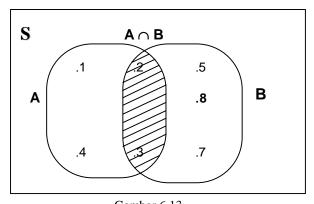
Irisan himpunan A dan himpunan B adala semua anggota A yang menjadi anggota B, dilambangkan dengan $A \cap B$. Jika ditulis dengan notasi pembentuk himpadalah: $A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ dan } x \in B \}$	yang
---	------

Contoh

Misal A = $\{1, 2, 3, 4\}$ dan B = $\{2, 3, 5, 7, 8\}$.

Anggota-anggota A yang juga menjadi anggota B adalah 2 dan 3. Jadi A \cap B = {2, 3}.

Jika digambarkan dalam diagram Venn, maka diperoleh:



Gambar 6.13 Diagram Venn tentang Irisan dua Himpunan A dan B

Dari gambar di atas, kita juga bisa menyatakan bahwa: 2 dan 3 merupakan anggota yang dimiliki secara bersama oleh himpunan A dan B.



Menentukan Irisan Dua Himpunan

Untuk menentukan irisan dua himpunan, ada beberapa kemungkinan yaitu:

1. Jika himpunan yang satu merupakan himpunan bagian dari himpunan yang lain.

Contoh 1

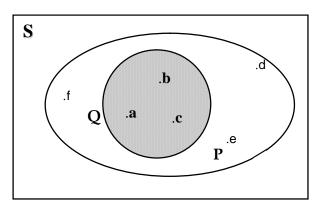
Misal P = Himpunan 6 abjad Latin yang pertama

Q = Himpunan 3 abjad Latin yang pertama

Jadi
$$P = \{a, b, c, d, e, f\}$$

 $Q = \{a, b, c\}$
 $P \cap Q = Q = \{a, b, c\}$

Gambar diagram Vennnya seperti di bawah ini.



Gambar 6.14 Diagram Venn tentang Irisan dari Himpunan bagian

Contoh 2

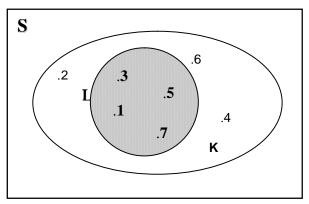
Jika K = Himpunan bilangan asli yang tidak lebih dari 7.

E Himpunan bilangan asli ganjil yang tidak lebih dari 7.

maka K =
$$\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

L = $\{1, 3, 5, 7\}$
K \cap L = $\{1, 3, 5, 7\}$
= L

Gambar diagram Vennnya sebagai berikut.



Gambar 6.15 Diagram Venn tentang Irisan dari Himpunan bagian

Apa yang dapat kamu simpulkan dari dua contoh tersebut di atas?

Sifat Irisan	Jika A \subset B maka A \cap B = A	
-----------------	--	--

2. Himpunan sama

Dua himpunan dikatakan sama bila elemen-elemennya sama.

Contoh 1

Ditentukan M = Himpunan bilangan asli kurang dari 7

 $N = \{x : 0 | x < x < 7, x \text{ bilangan cacah}\}\$

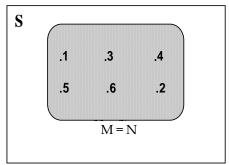
Bagaimana $M \cap N$?

Jawab: $M = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

 $N = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

 $M \cap N = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}.$

Diagram Vennnya sebagai berikut.



Gambar 6.16 Diagram Venn tentang Himpunan sama M dan N

Contoh 2

Misal
$$X$$
 = Himpunan bilangan prima antara 1 dan 10

$$Y = \{2, 3, 5, 7\}$$

Carilah $X \cap Y$.

<u>Jawab</u>:

Karena
$$X = \{ 2, 3, 5, 7 \}$$
 dan $Y = \{ 2, 3, 5, 7 \}$ maka $X \cap Y = \{ 2, 3, 5, 7 \}$.

Diagram Vennnya sebagai berikut.

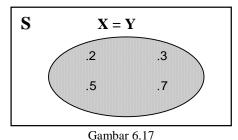


Diagram Venn tentang Himpunan sama X dan Y

Apa yang dapat kamu simpulkan dari dua contoh tersebut di atas!

Dari dua contoh tersebut, kita dapat menyatakan bahwa:

Sifat Irisan	Jika A = B maka A \cap B = A = B
-----------------	------------------------------------

3. Himpunan yang tidak saling lepas

Jika kedua himpunan tidak saling lepas dan himpunan yang satu bukan merupakan himpunan bagian dari himpunan yang lain.

Contoh

Jika C = Himpunan 5 bilangan asli kuadrat yang pertama.

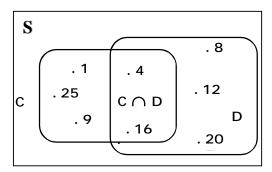
D = Himpunan 5 bilangan asli kelipatan 4 yang pertama.

Carilah C \cap D.

Jawab:

Karena
$$C = \{1, 4, 9, 16, 25\}$$
 dan $D = \{4, 8, 12, 16, 20\}$ maka $C \cap D = \{4, 16\}$

Kedua himpunan tersebut dapat ditunjukkan dengan diagram Venn sebagai berikut.



Gambar 6.18 Diagram Venn tentang Irisan Irisan dua Himpunan yang tidak saling lepas

4. Dua himpunan yang saling lepas

Jika kedua himpunan saling lepas maka irisannya adalah himpunan kosong.

Contoh

Misal M = Himpunan bilangan prima antara 1 dan 10.

N = Himpunan bilangan kuadrat antara 1 dan 10.

Carilah $M \cap N$.

Jawab:

Karena $M = \{2, 3, 5, 7\}$ dan $N = \{4, 9\}$ berarti tidak ada anggota M yang juga menjadi anggota N.

Hal ini berarti $M \cap N$ tidak mempunyai anggota <u>atau</u> $M \cap N = \emptyset$.

M dan N adalah himpunan-himpunan saling lepas.



Diagram Venn Irisan Dua Himpunan untuk Menyelesaikan Soal Cerita

Kita sering tertarik dalam menentukan banyaknya elemen dari gabungan dua himpunan. Untuk menentukan banyaknya elemen dalam gabungan dua himpunan berhingga A dan B tetapi ingat bahwa kita menghitung banyaknya elemen dari masing-masing himpunan yaitu banyaknya elemen di A tetapi tidak di B atau di B tetapi tidak di A secara tepat satukali, dan masing-masing elemen di A dan B secara tepat duakali.

Dari sekelompok siswa ternyata:

25 siswa suka makan bakso,

20 siswa suka makan soto, dan

12 siswa suka makan keduanya (bakso dan soto).

Berdasarkan keterangan di atas:

- a. Gambarlah diagram Venn untuk menunjukkan keadaan tersebut!
- b. Berapa banyak siswa dalam kelompok tersebut?
- c. Berapa banyak siswa yang suka makan bakso saja? Jawab:

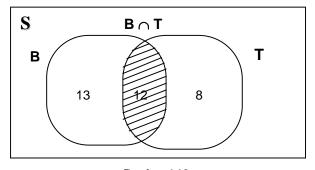
Jika dimisalkan:

B = Himpunan siswa yang suka makan bakso

T = Himpunan siswa yang suka makan soto

 $B \cap T$ = Himpunan siswa yang suka makan bakso dan soto maka:

a. Gambar diagram Vennnya adalah sebagai berikut (angka menunjukkan banyak anggota)



Gambar 6.19 Diagram Venn tentang Irisan dua Himpunan B dan T

- b. Banyak siswa dalam kelompok tersebut adalah(25 + 20 12) orang siswa = 33 orang siswa. Mengapa?
- c. Banyak siswa yang suka makan bakso saja adalah **13** orang siswa.

Selanjutnya diskusikan dengan teman-temanmu sebanyak 2 atau 4 orang tentang Contoh 2 berikut ini.

Contoh 2

Di antara **100** orang siswa di suatu SMP didapatkan data sebagai berikut:

- 45 siswa menyenangi pelajaran Matematika,
- 38 siswa menyenangi pelajaran Bahasa Inggris,
- 20 siswa menyenangi pelajaran IPA,
- 12 siswa menyenangi pelajaran Matematika dan Bahasa Inggris,
- 10 siswa menyenangi pelajaran Matematika dan IPA,
- 8 siswa menyenangi pelajaran IPA dan Bahasa Inggris
- 4 orang menyenangi ketiga pelajaran tersebut (Matematika, IPA, Bahasa Inggris).

Berdasarkan keterangan tersebut,

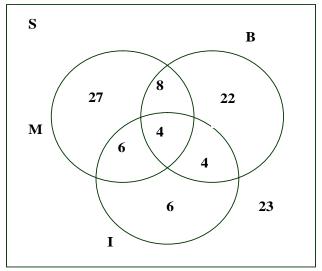
- a. Gambarkan diagram Venn yang menggambarkan keadaan tersebut!
- b. Hitunglah banyak siswa yang:
 - 1) menyenangi Matematika saja.
 - 2) menyenangi Bahasa Inggris saja.
 - 3) menyenangi IPA saja.
 - 4) menyenangi Matematika tetapi tidak menyenangi IPA.
 - 5) menyenangi Matematika tetapi tidak menyenangi Bahasa Inggris.
 - 6) menyenangi IPA tetapi tidak menyenangi Matematika
 - 7) menyenangi IPA tetapi tidak menyenangi Bahasa Inggris.
 - 8) menyenangi Bahasa Inggris tetapi tidak menyenangi Matematika.
 - 9) menyenangi Bahasa Inggris tetapi tidak menyenangi IPA.
 - 10) tidak menyenangi ketiganya.

Jawab:

- Misalkan M = Himpunan siswa yang menyenangi pelajaran Matematika.
 - B = Himpunan siswa yang menyenangi pelajaran Bahasa Inggris.
 - I = Himpunan siswa yang menyenangi pelajaran IPA.

maka:

 a. diagram Venn yang menggambarkan keadaan di atas adalah sebagai berikut.



Apa yang bisa kamu jelaskan dari gambar di samping ini?

Gambar 6.20 Diagram Venn tentang Irisan tiga Himpunan

- b. Banyak siswa yang:
 - 1) menyenangi Matematika saja 27 orang.
 - 2) menyenangi Bahasa Inggris saja 22 orang.
 - 3) menyenangi IPA saja 6 orang.
 - 4) menyenangi Matematika tetapi tidak menyenangi IPA (27+8) orang = 35 orang.
 - 5) menyenangi Matematika tetapi tidak menyenangi Bahasa Inggris ada (27 + 6) orang = 33 orang.
 - 6) menyenangi IPA tetapi tidak menyenangi Matematika ada (6 + 4) orang = 10 orang.
 - 7) menyenangi IPA tetapi tidak menyenangi Bahasa Inggris ada (6 + 6) orang.
 - 8) menyenangi Bahasa Inggris tetapi tidak menyenangi Matematika ada (22 + 4) orang = 26 orang.
 - 9) menyenangi Bahasa Inggris tetapi tidak menyenangi IPA ada (22 + 8) orang = 30 orang.
 - 10) tidak menyenangi ketiga pelajaran ada 23 orang

- 1. Diketahui: A = $\{a, b, c, d, e\}$
 - B = $\{b, c, e, g, k\}$
 - $C = \{a, c, e, g, h\}$
- a. Dengan cara mendaftar semua anggotanya, carilah:
 - 1) $A \cap B$
- 2) A ∩ C
- 3) B ∩ C
- b. Gambarkan diagram Venn dari masing-masing soal tersebut.
- 2. Diketahui: P = $\{x : x \le 4, x \text{ bilangan asli}\}$

Q = $\{x : 0 < x \le 7, x \text{ bilangan asli}\}$

R = $\{x : 3 \le x \le 8, x \text{ bilangan asli}\}$

- a. Dengan cara mendaftar semua anggotanya, carilah:
 - 1) $P \cap Q$
- 2) $P \cap R$
- 3) $Q \cap R$
- b. Gambarkan diagram Venn dari masing-masing soal tersebut.
- 3. Diketahui:

K = Himpunan kuadrat bilangan asli kurang dari 50.

L = Himpunan bilangan kelipatan 4 kurang dari 50

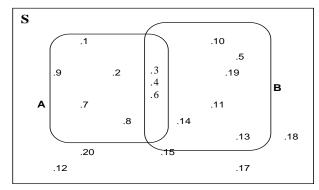
M = Himpunan bilangan kelipatan 5 kurang dari 50.

- a. Dengan cara mendaftar semua anggotanya, tentukan :
 - 1) K ∩ L
- 2) K ∩ M
- 3) $L \cap M$
- b.Gambarkan diagram Venn dari masing-masing soal tersebut.
- 4. Perhatikan diagram Venn di bawah ini.

Berdasarkan diagram Venn di bawah ini, dengan cara mendaftar semua anggotanya tentukan:

- a. S, yang merupakan himpunan semestanya.
- b. A

- c. B
- $d. A \cap B$



Gambar 6.21 Diagram Venn tentang Irisan dua Himpunan A dan B

- 5. Pada seorang agen koran dan majalah tercatat 12 orang yang berlangganan keduanya, 20 orang berlangganan majalah saja, 8 orang berlangganan koran saja.
 - a. Gambarlah diagram Venn untuk menggambarkan keadaan di atas, dengan M = Himpunan pelanggan majalah, dan K = Himpunan pelanggan koran.
 - b. Berapa banyak pelanggan pada agen tersebut.
- 6. Di antara sekelompok siswa yang terdiri atas 40 orang ternyata 20 orang suka mengarang, 22 orang suka melukis, dan 7 orang suka melakukan keduanya.
 - a. Gambarlah diagram Venn untuk menggambarkan keadaan di atas, dengan K = Himpunan siswa yang suka mengarang, dan L = Himpunan siswa yang suka melukis.
 - b. Berapa banyak siswa yang tidak suka melukis dan tidak suka mengarang?
 - c. Berapa banyak siswa yang suka melukis saja?
 - d. Berapa banyak siswa yang suka mengarang saja?
- 7. Di antara **75** orang remaja puteri diketahui bahwa:
 - 30 orang senang menjahit,
 - 35 orang senang memasak,
 - 35 orang senang merangkai bunga,
 - 8 orang senang menjahit dan memasak,
 - 15 orang senang menjahit dan merangkai bunga,
 - 12 orang senang memasak dan merangkai bunga,
 - 5 orang senang ketiganya.

Berdasarkan keterangan tersebut, maka:

- a. Gambarkan diagram Venn yang menunjukkan keadaan tersebut, dengan memisalkan:
 - J = Himpunan remaja puteri yang senang menjahit.
 - M= Himpunan remaja puteri yang senang memasak.
 - R = Himpunan remaja puteri yang senang merangkai bunga

- b. Tentukan banyak remaja puteri yang:
 - 1) senang menjahit saja.
 - 2) senang memasak saja.
 - 3) senang merangkai bunga saja.
 - 4) senang merangkai bunga tetapi tidak suka menjahit.
 - 5) senang merangkai bunga tetapi tidak suka memasak.
 - 6) senang memasak tetapi tidak suka menjahit
 - 7) senang memasak tetapi tidak suka merangkai bunga.
 - 8) senang menjahit tetapi tidak suka memasak.
 - 9) senang menjahit tetapi tidak suka merangkai bunga
 - 10) tidak senang dengan ketiga kegiatan tersebut.

6.6 Gabungan



Pengertian Gabungan Dua Himpunan

Apa yang akan kamu pelajari?

- ✓ Pengertian gabungan dua himpunan.
- Menentukan gabungan dua himpunan.
- ▼ Gambar diagram Venn gabungan dua himpunan.
- ▼ Soal cerita tentang gabungan dua himpunan, dengan menggunakan diagram Venn.

Kata Kunci:

• Gabungan dua himpunan

Perhatikan kembali himpunan-himpunan yang sudah kamu pelajari , yaitu:

A = Himpunan mata pelajaran pada ujian akhir SD yang sudah dipelajari Ani.

A = {PPKn, Bahasa Indonesia, Matematika}

dan

B = Himpunan mata pelajaran pada ujian akhir SD yang sudah dipelajari Budi.

 $B = \{Matematika, IPA\}$

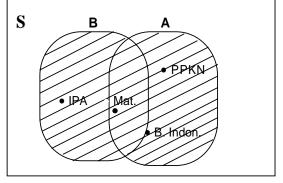
Jika kita gabungkan semua pelajaran yang sudah dipelajari oleh Ani atau Budi, maka kita peroleh suatu himpunan, yaitu:

Himpunan mata pelajaran yang sudah dipelajari oleh Ani atau Budi, atau

{PPKn, Bahasa Indonesia, Matematika, IPA}, yang merupakan gabungan himpunan A dan himpunan B.

Jadi, himpunan semua anggota A atau anggota B itu merupakan **gabungan himpunan A dan himpunan B**, yang dilambangkan dengan $A \cup B$.

Jika digambarkan dalam diagram Venn, diperoleh:



Gambar 6.22 Diagram Venn tentang gabungan Himpunan A dan B

Bagian yang diarsir menunjukkan $A \cup B$

Bagaimana cara menyatakan gabungan dua himpunan itu secara matematis?

Dengan notasi pembentuk himpunan ditulis:

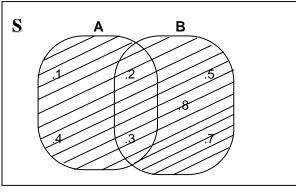
Gabungan $A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ atau } x \in B\}$

Jadi, apa perbedaan <u>irisan</u> dua himpunan dengan <u>gabungan</u> dua himpunan?

Contoh 1

Jika A = $\{1, 2, 3, 4\}$ dan B = $\{2, 3, 5, 7, 8\}$, maka A \cup B = $\{1, 2, 3, 4, 5, 7, 8\}$

Jika digambarkan dalam diagram Venn, diperoleh



Bagian yang diarsir menunjukkan A∪B

Gambar 6.23 Diagram Venn tentang gabungan HiMpunan A dan B

Coba cari 2 himpunan lain, kemudian tentukan gabungan dua himpunan tersebut!



Menentukan Gabungan Dua Himpunan

Untuk menentukan gabungan dua himpunan ada beberapa kemungkinan, yaitu:

a. Himpunan yang satu merupakan himpunan bagian dari himpunan yang lain

Jika gabungan dari dua himpunan dimana himpunan A memuat himpunan B, maka gabungan A dan B adalah himpunan A sendiri

Contoh 2

Jika A =
$$\{a, b, c, d, e, f\}$$
, B = $\{a, c, d\}$
maka A \cup B = $\{a, b, c, d, e, f\}$ = A.

Gambar diagram Vennnya sebagai berikut.

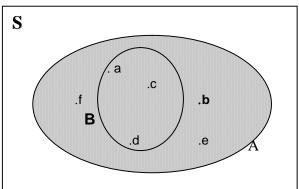


Diagram Venn tentang gabungan dari B ⊂ A

Gambar 6.24

Bagian yang diarsir menunjukkan $A \cup B$

Contoh 3

Jika A = Himpunan bilangan asli yang tidak lebih dari 7.

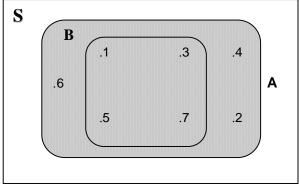
B = Himpunan bilangan asli ganjil yang tidak lebih dari 7.

maka A =
$$\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

B =
$$\{1, 3, 5, 7\}$$

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} = A$$

Gambar diagram Vennya sebagai berikut.



Gambar~6.25 Diagram Venn tentang gabungan dari $B \subset A$

Bagian yang diarsir menunjukkan A∪B Dari dua contoh di atas, kita dapat menyatakan bahwa:

Sifat Gabungan

Jika $B \subset A$ maka $A \cup B = A$

a. Jika kedua himpunan sama

Karena dua himpunan itu sama, maka gabungannya adalah himpunan itu sendiri

Contoh 4

Jika A = Himpunan bilangan asli kurang dari 7, dan

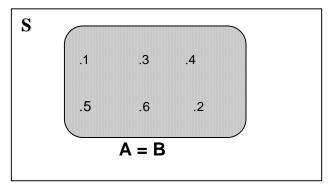
 $B = \{x : 0 < x < 7, x \text{ bilangan cacah}\},\$

maka $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

$$B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} = A = B$$

DiagramVennnya sebagai berikut.



Bagian yang diarsir menunjukkan A∪B

Gambar 6.26 Diagram Venn tentang gabungan dua Himpunan yang sama

Contoh 5

Misal A = Himpunan bilangan prima antara 1 dan 10

$$B = \{2, 3, 5, 7\}$$

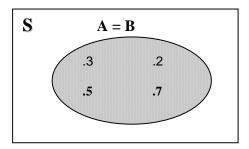
Carilah A \cup B.

Jawab:

Karena
$$A = \{2, 3, 5, 7\}$$
 dan $B = \{2, 3, 5, 7\}$

maka
$$A \cup B = \{2, 3, 5, 7\} = A = B$$
.

Diagram Vennnya sebagai berikut.



Bagian yang diarsir menunjukkan A∪B

Gambar 6.27 Diagram Venn tentang gabungan dua sam a

Apa yang dapat kamu simpulkan dari dua contoh tersebut? Dari dua contoh di atas, kita dapat menyatakan bahwa:

Sifat Gabungan

Jika A = B maka $A \cup B = A = B$

c. Dua himpunan saling lepas

Jika dua himpunan saling lepas, maka gabungannya adalah menggabungkan semua elemen dari kedua himpunan tersebut.

Contoh 6

Jika A = Himpunan bilangan asli ganjil kurang dari 10.

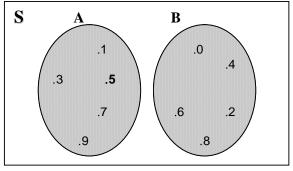
B = Himpunan bilangan cacah genap kurang dari 10.

maka $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$

 $B = \{0, 2, 4, 6, 8\}$

 $A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

Jika digambarkan dalam diagram Venn, maka diperoleh:



Gambar 6.28 Diagram Venn tentang gabungan dua himpunan yang saling lepas

Bagian yang diarsir menunjukkan A∪B d. Dua himpunan yang tidak saling lepas

Jika Dua himpunan tidak saling lepas, maka gabungannya adalah menggabungkan setiap elemen dari kedua himpunan tersebut, tetapi elemen irisannya hanya dihitung satukali.

Contoh 7

Misal A = Himpunan kuadrat dari 6 bilangan asli yang pertama.

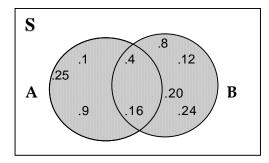
B = Himpunan 6 bilangan asli kelipatan 4 yang pertama.

Carilah $A \cup B$.

<u>Jawab:</u>

Karena
$$A = \{1, 4, 9, 16, 25\}$$
 dan $B = \{4, 8, 12, 16, 20, 24\}$ maka $A \cup B = \{1, 4, 8, 9, 16, 20, 24, 25\}$

Diagram Vennnya sebagai berikut.



Bagian yang diarsir menunjukkan A∪B

Gambar 6.29 Diagram Venn tentang dua himpunan yang tidak saling lepas



Diagram Venn Gabungan Dua Himpunan untuk Menyelesaikan Soal Cerita

Cara terbaik untuk menggunakan gabungan dua himpunan untuk menyelesaikan soal cerita adalah menggunakan diagram Venn

Contoh 1

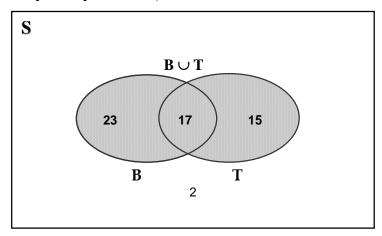
Di antara sekelompok siswa yang terdiri atas 57 orang ternyata 40 orang suka makan bakso, dan 32 orang suka makan soto, 17 orang suka kedua-duanya.

- a. Gambarlah diagram Venn untuk menggambarkan keadaan di atas.
- b. Berapa banyak siswa yang suka bakso atau soto?
- c. Berapa banyak siswa yang tidak suka makan keduanya?

Jawab:

a. Gambar diagram Vennnya sebagai berikut.

(Angka yang tertera pada diagram Venn menunjukkan banyak-nya siswa)



Gambar 6.30 Diagram Venn tentang gabungan dua himpunan

Misalkan:

B = Himpunan siswa yang suka makan bakso

T = Himpunan siswa yang suka makan soto

 $B \cup T$ = Himpunan siswa yang suka makan bakso atau soto.

- b. Banyak siswa yang suka makan bakso atau soto adalah (40 + 32 17) orang siswa = 55 orang siswa.
- c. Banyak siswa yang tidak suka makan keduanya (bakso dan soto) adalah (57 55) orang = 2 orang siswa.

Selanjutnya diskusikan dengan temanmu Contoh 2 berikut.

Contoh 2

Di antara 100 orang siswa di suatu SMP didapatkan data sebagai berikut:

- 32 siswa suka memelihara ayam,
- 30 siswa suka memelihara burung,
- 20 siswa suka memelihata kucing,
- 8 siswa suka memelihara ayam dan burung,
- 7 siswa suka memelihara ayam dan kucing,
- 9 siswa suka memelihara burung dan kucing,

5 siswa suka memelihara ketiganya.

Berdasarkan keterangan tersebut, maka:

- a. Gambarkan diagram Venn yang menunjukkan keadaan di atas.
- b. Tentukan banyak siswa yang:
 - 1) suka memelihara ayam atau burung.
 - 2) suka memelihara ayam saja.
 - 3) suka memelihara salah satu saja dari ketiganya.
 - 4) suka memelihara burung, tetapi tidak suka memelihara ayam.
 - 5) suka memelihara ayam, tetapi tidak suka memelihara kucing.
 - 6) tidak suka memelihara ketiganya

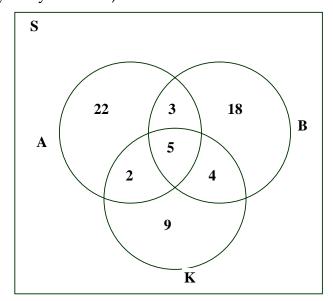
Jawab:

Misalkan:

- A = Himpunan siswa yang suka memelihara ayam.
- B = Himpunan siswa yang suka memelihara burung.
- K = Himpunan siswa yang suka memelihara kucing.

Maka:

- a. diagram Venn yang menggambarkan keadaan di atas adalah sebagai berikut.
 - (Angka yang tertera pada diagram Venn menunjukkan banyaknya siswa)



Gambar 6.31 Diagram Venn tentang gabungan tiga himpunan

- b. Banyak siswa yang:
 - 1) suka memelihara ayam atau burung = (22 + 2 + 5 + 3 + 4 + 18) orang = 54 orang.
 - 2) suka memelihara ayam saja = 22 orang.
 - 3) suka memelihara salah satu saja dari ketiganya = (22 + 9 + 18) orang = 49 orang.
 - 4) suka memelihara burung, tetapi tidak suka memelihara ayam = (18 + 4) orang = 22 orang.
 - 5) suka memelihara ayam, tetapi tidak suka memelihara kucing = (3 + 22) orang = 25 orang.
 - 6) tidak suka memelihara ketiganya = 37 orang

Latihan 6.6

1. Diketahui $A = \{1, 2, 3, 5, 7\}$

$$B = \{4, 5, 6, 7, 9\}$$

$$C = \{3, 7, 8, 9, 10, 11\}$$

Dengan cara mendaftar anggotanya, tentukan:

 $a.A \cup B$

b. $A \cup C$

c. $B \cup C$

d.Gambarlah masing-masing gabungan dengan menggunakan dia gram Venn.

2. Diketahui A = $\{x : x \le 5, x \text{ bilangan asli}\}$

 $B = \{x : 3 < x < 8, x \text{ bilangan asli}\}\$

 $C = \{x : 5 \le x \le 10, x \text{ bilangan asli} \}$

Dengan cara mendaftar anggotanya, tentukan:

a. $A \cup B$

b. A ∪ C

c. $B \cup C$

d.Gambarlah masing-masing gabungan dengan menggunakan dia gram Venn.

3. Diketahui A = Himpunan kuadrat bilangan asli kurang dari 30.

B = Himpunan kelipatan 5 yang kurang dari 30.

C = Himpunan kelipatan 6 yang kurang dari 35.

Dengan cara mendaftar anggotanya, tentukan:

 $a.A \cup B$

b. $A \cup C$

c. $B \cup C$

d.Gambarlah masing-masing gabungan dengan menggunakan diagram Venn!

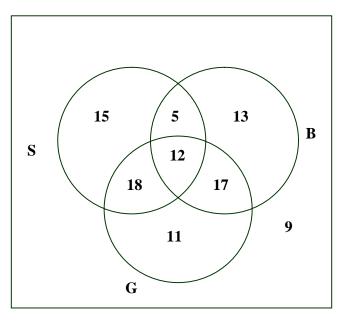
Berpikir kritis:

- 4. Di antara warga kampung yang terdiri atas 60 orang, ternyata 20 orang ber-langganan majalah, 35 orang berlangganan koran, dan 5 orang berlangganan keduanya.
 - a. Gambarlah suatu diagram Venn untuk menunjukkan keadaan di atas, dengan memisalkan M = Himpunan pelanggan majalah, dan K = Himpunan pelanggan koran.
 - b. Berapa banyak warga kampung yang tidak berlangganan koran atau maja-lah?
 - c. Berapa banyak warga kampung yang berlangganan koran atau majalah?
 - d. Berapa banyak warga kampung yang berlangganan koran saja?
 - e. Berapa banyak warga kampung yang berlangganan majalah saja?
- 5. Di antara sekelompok siswa yang terdiri atas 50 orang ternyata 20 orang suka main tenis, 33 orang suka main basket, dan 8 orang suka main keduanya.
 - a. Gambarlah diagram Venn untuk menunjukkan keadaan di atas.
 - b. Berapa banyak siswa yang suka main tenis atau basket?
 - c. Berapa banyak siswa yang tidak suka main keduanya?
 - d. Berapa banyak siswa yang suka main tenis saja?
 - e. Berapa banyak siswa yang suka main basket saja?
- 6. Di antara sekelompok warga yang terdiri atas 50 orang yang sedang berbelanja ke pasar ternyata 25 orang membeli buah apel, 23 orang membeli buah pisang, dan 8 orang membeli kedua macam buah tersebut.
 - a. Gambarlah diagram Venn untuk menunjukkan keadaan di atas.
 - b. Berapa banyak warga yang membeli buah apel atau buah pisang?
 - c. Berapa banyak warga yang membeli buah apel saja?
 - d. Berapa banyak warga yang membeli salah satu dari kedua macam buah tersebut?
 - e. Berapa banyak warga yang tidak membeli kedua macam buah tersebut.

7. Jika diketahui:

- S = Himpunan siswa yang senang makan soto.
- B = Himpunan siswa yang senang makan bakso.
- G = Himpunan siswa yang senang makan gado-gado. dengan diagram Venn sebagai berikut.

(Angka yang tertera pada diagram Venn menunjukkan banyaknya siswa)



Tentukan banyak siswa yang:

- a. senang makan soto atau bakso
- b. senang makan bakso atau gado-gado.
- c. senang makan bakso saja.
- d.senang makan gado-gado saja.
- e. senang makan soto tetapi tidak senang makan gado-gado.
- f. senang makan soto, tetapi tidak senang makan bakso.
- g. senang makan bakso, tetapi tidak senang makan soto



Komplemen dan Selisih Himpunan



Pengertian Komplemen

Apa yang akan kamu pelajari?

- ▼ Pengertian himpunan komplemen
- Menentukan himpunan komplemen.
- Menentukan selisih dua himpunan
- Menunjukkan himpunan komplemen pada suatu diagram Venn.
- Menunjukkan selisih dua himpunan pada diagram Venn

Kata Kunci:

- Himpunan Komplemen
- Selisih dua himpunan

Sering terjadi bahwa semua himpunan yang didiskusikan dalam suatu konteks matematis tertentu merupakan himpunan bagian dari suatu himpunan khusus.

Contoh 1

Misal S adalah himpunan semua mata pelajaran di sekolahmu yang dilambangkan dengan;

S = {PPKn, Bhs Indonesia, Matematika, Ekonomi, PKK, IPA, IPS, Bhs Inggris, Penjas, Kesenian}.

Jika himpunan $M = \{IPA, Matematika\}$ dan S adalah himpunan semestanya, maka mata pelajaran apakah yang termasuk anggota himpunan S, tetapi tidak termasuk dalam himpunan M?

Contoh 2

Misal S adalah himpunan semua huruf dalam abjad Latin yang dilambangkan dengan

 $S = \{ Seluruh abjad Latin \}.$

Jika himpunan V= {Huruf vokal dalam abjad Latin} dan S adalah himpunan semestanya, maka huruf apakah yang termasuk himpunan S tetapi tidak termasuk anggota himpunan V?

Pada Contoh 1 di atas, PPKn, Bhs Indonesia, Bhs Inggris, Ekonomi, PKK, IPS, Penjas, dan Kesenian termasuk anggota himpunan semesta S, tetapi bukan anggota himpunan M. Pada Contoh 2 di atas, huruf mati seperti b dan n anggota himpunan semesta S tetapi bukan anggota himpunan V.

Mata pelajaran yang tidak masuk dalam himpunan M dan huruf-huruf yang tidak termasuk anggota himpunan V, masing-masing merupakan himpunan bagian dari himpunan semesta S. Himpunan bagian seperti ini disebut himpunan **Komplemen** dari suatu

himpunan. Misalnya, himpunan komplemen dari himpunan M dilambangkan M' (penulisan lain M^c) dan dibaca sebagai "komplemen dari himpunan M'' atau "komplemen M." Komplemen dari himpunan V dilambangkan dengan V' (penulisan lain V^c) dibaca "komplemen V."

Dengan notasi, komplemen suatu himpunan dapat dinyatakan sebagai berikut.

Misal terdapat himpunan *A* dan himpunan semestanya *S*. Maka komplemen dari A, atau A', adalah:

$$A = \{x : x \in S \ dan \ x \notin A\}$$



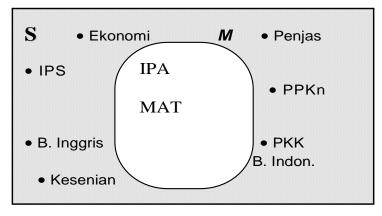
Diagram Venn Himpunan Komplemen

Perhatikan kembali himpunan-himpunan mata pelajaran dan abjad Latin di Contoh 1 dan Contoh 2. Penyelesaian masing-masing adalah:

Contoh 3

- a. $S = \{PPKn, Bhs Indonesia, Matematika, Ekonomi, PKK, IPA, IPS, Bhs Inggris, Penjas, Kesenian\}$
 - $M = \{IPA, Matematika\}$
 - M' = {PPKn, Bhs Indonesia, Bhs Inggris, Ekonomi, PKK, IPS, Penjas, Kesenian}

Diagram Venn-nya adalah:



Bagian yang diarsir adalah M'

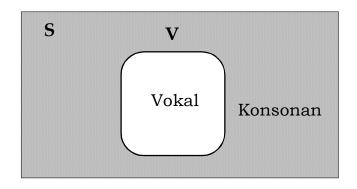
Gambar 6.32 Diagram Venn tentang komplemen dari suatu Himpunan M

b.
$$S = \{a, b, c, d, ..., x, y, z\}$$

$$V = \{a, e, i, o, u\}$$

$$V' = \{b, d, f, g, h, j, k, l, m, n, p, q, r, s, t, v, w, y, z\}$$

Diagram Venn-nya adalah



Bagian yang diarsir adalah V'

Gambar 6.33 Diagram Venn tentang komplemen dari suatu Himpunan V

Untuk mengetahui hubungan antara suatu himpunan, komplemennya dan himpunan semestanya, salin dan lengkapi tabel berkut ini.

Himpunan Semesta	Himpunannya	Komple- mennya	Irisan	Gabungannya	Cardinalitasnya
S = (Mata Pelajarandi SMP)	M= {IPA Matematika}				n(M) + n(M) =
S = (huruf abjad latin)	V = {Huruf hidup}				
S = {3,4,7,10,12,28}					

Berdasarkan kegiatan di atas, didapat kesimpulan seperti berikut.

Hubungan himpunan komplemen, dan semestanya

- (1) $M \cap M = \emptyset$
- (2) $M \cap M' = S$
- (3) n(M) + n(M') = n(S)

Himpunan hasil dari menghubungkan dua himpunan seperti irisan dan gabungan juga mempunyai komplemen.

Contoh 5

Misal S = Himpunan 40 bilangan asli pertama.

A = Himpunan kuadrat dari 6 bilangan asli yang pertama.

B = Himpunan 6 bilangan asli kelipatan 4 yang pertama.

Carilah ($A \cap B$)'

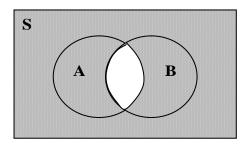
Jawab:

Karena
$$S = \{1, 2, 3, ..., 38, 39, 40\}$$

$$A = \{1, 4, 9, 16, 25, 36\} \text{ dan } B = \{4, 8, 12, 16, 20, 24\}$$
maka $A \cap B = \{4, 16\} \text{ dan}$

$$(A \cap B)' = \{1, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40\}$$

Diagram Venn-nya adalah.



Gambar 6.34

Diagram Venn tentang Komplemen dari Irisan Himpunan A dan B



Selisih Dua Himpunan

Pada awal subbab ini telah dibahas himpunan komplemen terhadap himpunan semesta *S*. Sekarang akan dipelajari komplemen suatu himpunan terhadap himpunan lain.

Contoh 6

Perhatikan himpunan *A* dan *B* berikut:

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$
 dan $B = \{2, 5, 7, 11\}$

Dari kedua himpunan di atas, carilah anggota *B* yang tidak ada di *A*.

Jawab:

Dengan menggunakan definisi komplemen, Komplemen *A* terhadap *B* adalah himpunan yang ada di *B* tetapi tidak ada di A, yaitu {7, 11}. Komplemen *B* terhadap *A* adalah himpunan yang ada di *A*, tetapi tidak ada di *B*, yaitu {1, 3, 4}.

Komplemen B terhadap *A*, ditulis *A* – *B*, dibaca sebagai "*Ada di A tetapi tidak ada B*". Komplemen *A* terhadap *B*, ditulis *B* – *A*, dan dibaca "*Ada di B*, *tetapi tidak ada di A*." Untuk himpunan di atas;

(i)
$$B - A = \{7, 11\}$$

(ii)
$$A - B = \{1, 3, 4\}$$

Dengan notasi, selisih dua himpunan dapat dilambangkan seperti berikut.

Diketahui himpunan A dan B. Maka selisihnya adalah:

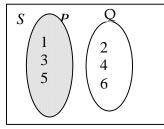
$$A-B = \{x : x \in Adan \ x \notin B\}$$

$$A-B = \{x : x \in B \text{ dan } x \notin A\}$$

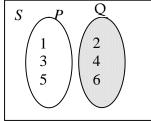
Contoh 7

Diketahui $P = \{1, 3, 5\}$ dan $Q = \{2, 4, 6\}$. Karena $P \cap Q = \emptyset$, maka $P - Q = P = \{1, 3, 5\}$ dan $Q - P = \{2, 4, 6\}$.

Secara visual, perhatikan diagram berikut.



Gambar 6.35 Diagram Venn tentang Selisih dua Himpunan P dan Q



Gambar 6.36 Diagram Venn tentang Selisih dua Himpunan Q dan P

Latihan 6.7

1. Tunjukkan bahwa apabila *A* adalah sebuah himpunan dan *S* adalah himpunan semestanya, maka:

$$a. \varnothing' = S$$

b.
$$S' = \emptyset$$

c.
$$(A')' = A$$

2. Diketahui $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

$$A = \{1, 2, 3, 5, 7\}$$

$$B = \{4, 5, 6, 7, 9\}$$

Dengan cara mendaftar anggotanya, tentukan:

- a. $(A \cup B)'$
- b. $(A \cup B)'$
- c. Gambarlah diagram Venn-nya.
- 3. Diketahui $S = \{x : x \ge 5, x \text{ bilangan asli}\}$

 $B = \{x : 5 < x < 8, x \text{ bilangan asli}\}$

 $C = \{x : 5 \le x \le 10, x \text{ bilangan asli}\}$

Dengan cara mendaftar anggotanya, tentukan:

- a. $(B \cap C)'$
- b. $(B \cup C)'$
- c. B C
- d. Gambarlah diagram Venn masing-masing

4. Diketahui:

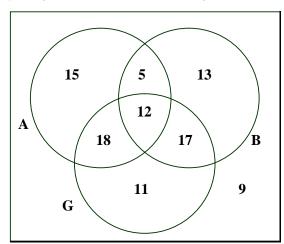
- S = Himpunan kuadrat bilangan asli kurang dari 30.
- *L* = Himpunan kelipatan 5 yang kurang dari 30.
- *E* = Himpunan kelipatan 6 yang kurang dari 35.

Dengan cara mendaftar anggotanya, tentukan:

- a. $L \cap E$ b. $E \cup L$
- c. E L
- d. L E
- e. Gambarlah diagram Venn masing-masing.
- 5. Di antara warga kampung yang terdiri atas 60 orang, ternyata 20 orang ber-langganan majalah, 35 orang berlangganan koran, dan 5 orang berlangganan keduanya.
 - a. Gambarlah suatu diagram Venn untuk menunjukkan keadaan di atas, dengan memisalkan M = Himpunan pelanggan majalah, dan K = Himpunan pelanggan koran.
 - b. Berapa banyak warga kampung yang tidak berlangganan koran atau maja-lah?
 - c. Berapa banyak warga kampung yang tidak berlangganan koran atau majalah?
 - d.Berapa banyak warga kampung yang tidak berlangganan koran saja?
 - e.Berapa banyak warga kampung yang tidak berlangganan majalah saja?
 - f. Berapa banyak warga kampung yang berlangganan koran tetapi tidak berlangganan majalah?
- 6. Di antara sekelompok siswa yang terdiri atas 50 orang ternyata 20 orang suka main tenis, 33 orang suka main basket, dan 8 orang suka main keduanya.
 - a. Gambarlah diagram Venn untuk menunjukkan keadaan di atas.
 - b. Berapa banyak siswa yang tidak suka main tenis dan basket?
 - c. Berapa banyak siswa yang tidak suka main keduanya?
 - d.Berapa banyak siswa yang tidak suka main tenis saja?
 - e. Berapa banyak siswa yang tidak suka main basket saja?
 - f. Banyak siswa yang tidak suka main tenis tetapi suka basket?

- 7. Di antara sekelompok warga yang terdiri atas 50 orang yang sedang berbelanja ke pasar ternyata 25 orang membeli buah apel, 23 orang membeli buah pisang, dan 8 orang membeli kedua macam buah tersebut.
 - a. Gambarlah diagram Venn untuk menunjukkan keadaan di atas.
 - b. Berapa banyak warga yang tidak membeli buah apel dan buah pisang?
 - c. Berapa banyak warga yang tidak membeli buah apel saja?
 - d.Berapa banyak warga yang tidak membeli kedua macam buah tersebut?
- 8. Jika diketahui:
 - S = Himpunan yang suka jajan.
 - A = Himpunan siswa yang senang makan soto.
 - B = Himpunan siswa yang senang makan bakso.
 - G = Himpunan siswa yang senang makan gado-gado. dengan diagram Venn sebagai berikut.

(Angka yang tertera pada diagram Venn menunjukkan



Gambar 6.35 Diagram Venn tentang Selisih dua Himpunan P dan Q

Tentukan banyak siswa yang:

- a. tidak senang makan soto atau bakso
- b. tidak senang makan bakso dan gado-gado.
- c. tidak senang makan bakso saja.
- d.tidak senang makan gado-gado saja.
- e. suka bakso tetapi tidak suka gado-gado.

A. Pengertian himpunan

Suatu koleksi objek-objek disebut suatu **himpunan** dan objek-objek itu disebut **elemen** atau **anggota** dari himpunan itu. Himpunan biasanya dinyatakan dengan huruf kapital A, B, C, dst. Simbol " \in " digunakan untuk menyatakan suatu objek dari suatu himpunan, dan simbol " \notin " menyatakan bukan suatu objek dari suatu himpunan.

B. Cara menyatakan himpunan

Himpunan dapat dinyatakan dalam tiga cara: (1) suatu deskripsi verbal, (2) suatu daftar anggota yang dipisahkan dengan koma, dan dengan kurung kurawal buka dan kurawal tutup.

C. Himpunan berhingga dan tak berhingga

- 1. Himpunan berhingga: $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$., n(A) = 5
- 2. Himpunan tak berhingga: B = {1, 2, 3, ...}., $n(B) = \infty$

D. Diagram Venn

Suatu cara sederhana menjelaskan relasi antara himpunan adalah dengan diagram Venn.

1. Himpunan semesta

Jika semua himpunan di bawah pertimbangan adalah himpunan bagian dari suatu himpunan S tertentu, maka himpunan S disebut **himpunan semesta.**

2. Himpunan bagian

 $A \subset B = \{x : jika \ x \in A, maka \ x \in B\}$

E. Operasi himpunan

- 1. Irisan: $A \cap B = \{x : x \in A \text{ dan } x \in B\}$
 - 1.1 Sifat irisan: jika $A \subset B$, maka $A \cap B = A$
 - 1.2 Kesamaan himpunan: jika A = B, maka A \cap B = A = B
 - 1.3 Himpunan yang tidak saling lepas:

Irisan dari dua himpunan yang tidak saling lepas adalah himpunan yang memiliki elemen-elemen sekutu.

1.4 Himpunan yang saling lepas:

Irisan dari dua himpunan yang saling lepas adalah himpunan kosong (\emptyset)

- 2. Gabungan: $A \cup B = \{x : x \in A \text{ atau } x \in B\}$
 - 2.1 Sifat gabungan: jika B \subset A, maka A \cup B = A
 - 2.2 Kesamaan himpunan: jika A = B, maka $A \cup B = A = B$
 - 2.3 Himpunan yang tidak saling lepas:

Jika dua himpunan yang tidak saling lepas, maka gabungannya adalah menggabungkan setiap elemen dari kedua himpunan itu tetapi elemen irisannya hanya dihitung satukali.

2.4 Dua himpunan yang saling lepas:

Jika himpunan A dan himpunan B saling lepas, maka gabungan dari A dan B adalah himpunan yang memuat semua elemen yang ada di A dan di B.

2.5 Jika gabungan dari dua himpunan di mana himpunan A memuat himpunan B, maka gabungan dari A dan B adalah A sendiri.

F. Komplemen dan selisih himpunan

1. Komplemen

Komplemen dari suatu himpunan A, ditulis A' adalah himpunan semua elemen di semesta, S yang tidak di A.

- 2. Hubungan himpunan M, komplemen, dan semestanya
 - a. $M \cap M' = \emptyset$
 - b. $M \cup M' = S$

c.
$$n(M) + n(M') = n(S)$$
.

3. Selisih dua himpunan A dan B:

$$A - B = \{x : x \in A \text{ dan } x \notin B\}$$

$$B - A = \{x : x \in B \text{ dan } x \notin A\}$$

EVALUASI MANDIRI

Tes objektif

1. Jika= {a, a, b, b, c} dan B = {a, b, c, d, e}, maka pernyataan yang salah adalah:

a.
$$A \cap B = \{a, b, c\}$$

b.
$$A \cup B = \{a, b, c, d, e\}$$

c.
$$n(A) = 5$$

$$d. n(A) = 2$$

2. S = {huruf abjad}, A = {huruf vokal}, B = {huruf konsonan}. Pernyataan manakah yang salah?

a. A
$$\cup$$
 B = S

c.
$$A \subset S$$

$$b.A \cap B = \emptyset$$

$$d. A \in S$$

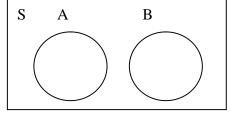
3. Pernyataan manakah yang salah sesuai dengan gambar di bawah?

a. A
$$\cup$$
 B = \emptyset

b.
$$A \cap B = \emptyset$$

$$c. S - A = A'$$

$$d.S - B = B'$$



4. Pernyataan di bawah ini yang sesuai dengan

$$A \cap B = \{x : x \in A \text{ dan } x \in B\} \text{ adalah}:$$

a.
$$A \cap B = \{x : x \in A\} \cap \{x : x \in B\}$$

b.
$$A \cup B = \{x : x \in A\} \cup \{x : x \in B\}$$

c. A
$$\cup$$
 B = \emptyset

$$d.A \cup B = S$$

5. Pernyataan di bawah ini yang sesuai dengan

$$A \cup B = \{x : x \in A \text{ atau } x \in B\} \text{ adalah}:$$

a.
$$A \cup B = \{x : x \in A\} \cap \{x : x \in B\}$$

b.
$$A \cup B = \{x : x \in A\} \cup \{x : x \in B\}$$

c. A
$$\cup$$
 B = \emptyset

$$d.A \cup B = S$$

Tes Essay

Misalkan S adalah himpunan semesta, sedangkan A dan B adalah himpunan bagian dari S, di mana

- 1. S A = A'
- 2. S B = B'
- 3. $A \cup B$
- 4. $(A \cup B)'$
- 5. $A \cap B$

REFLEKSI

Dalam refleksi ini anda diharapkan dapat memonitor diri anda sendiri tentang pemahaman anda dalam mempelajari topik himpunan dengan mengajukan pertanyaan-pertanyaan sebagai berikut.

- 1. Jelaskan apa, bagaimana, dan mengapa mempelajari topik Himpunan dengan baik?
- 2. Apakah anda dapat mengaitkan satu subtopik dengan subtopik lainnya dalam topik Himpunan?
- 3. Jika anda tidak dapat mengaitkannya, apa kendalanya? Bagaimana tidaklanjutnya?
- 4. Apakah anda dapat mengomunikasikan kepada teman anda apa yang telah anda pelajari tentang topik Himpunan?
- 5. Jika anda tidak dapat mengomunikasikannya, apa kendalanya? Bagaimana tindaklanjutnya?
- 6. Apakah anda dapat merangkum konsep-konsep kunci dari masing-masing subtopik dalam topik Himpunan?
- 7. Jika anda tidak dapat merangkumnya, apa kendalanya? bagaimana tindaklanjutnya?
- 8.. Makna apa yang anda peroleh setelah anda mempelajari topik Himpunan?