INSTITUTO TECNOLÓGICO DE BUENOS AIRES

22.29 - MICROONDAS

5 DE SEPTIEMBRE DE 2022

Trabajo Práctico $N°1$

Milagros MOUTIN

Profesor:
Ing. Pablo Luciano LANNES

Índice

1. Ejercicio 1

Se trabaja con una linea de bajas pérdidas a una frecuencia de $1000\ MHz$ con las siguientes características:

$$Z_o = 50\ \Omega \qquad \alpha = 0{,}02\ \frac{dB}{m} = 0{,}0023\ \frac{Np}{m} \qquad \beta = 31{,}4\ \frac{rad}{m}$$

Siendo que la linea es de bajas pérdidas, se tiene el siguiente sistema:

$$\gamma = \omega \cdot \frac{\sqrt{LC}}{2}\left(\frac{R}{\omega L} + \frac{G}{\omega C}\right) + \omega \cdot \sqrt{LC} \cdot j = \alpha + \beta \cdot j \tag{1}$$

Al trabajar con una linea de bajas pérdidas, la linea es no dispersiva y se cumple la siguiente relación:

$$\frac{R}{L} = \frac{G}{C} \tag{2}$$

Utilizando la relación: 2 en la ecuación 1, se obtienen las siguiente expresiones para α y β:

$$\alpha = R \cdot \sqrt{\frac{C}{L}}\ \left[\frac{Np}{m}\right] \qquad \beta = \omega \cdot \sqrt{LC} \tag{3}$$

A su vez, la impedancia característica Z_o para lineas de bajas pérdidas se calcula de la siguiente forma:

$$Z_o = \sqrt{\frac{L}{C}} = \sqrt{\frac{R}{G}} = 50\Omega \tag{4}$$

A partir de la expresión 4 se puede obtener las siguientes relaciones:

$$\sqrt{L} = \sqrt{C} \cdot Z_o \qquad \sqrt{R} = \sqrt{G} \cdot Z_o \tag{5}$$

Reemplazando la expresión de $\sqrt{L}$ hallada en 5 en la fórmula de la β hallada en 3 se obtiene el valor de C:

$$C = \frac{\beta}{\omega \cdot Z_o} \sim 100\ pF$$

Habiendo obtenido el valor de C se obtiene el valor de L de la siguiente forma:

$$L = C \cdot Z_o^2 = 249{,}87\ nH$$

Reemplazo el valor de Z_o en la expresión de α que se muestra en la fórmula 3, se despeja el valor de R:

$$R = \alpha \cdot Z_o = 0{,}115\ \Omega$$

Haciendo obtenido el valor de R se despeja el valor de G:

$$G = \frac{R}{Z_o^2} = 4{,}6 \cdot 10^-5\ S$$

En resumen se obtuvo:

$$R = 0{,}115\ \Omega \qquad L = 249{,}87\ nH \qquad C = 100\ pF \qquad G = 4{,}6 \cdot 10^-5\ S$$

Conectando una carga $Z_L = 80\ \Omega$, se calcula el coeficiente de reflexión en la carga redondeado a 3 dígitos decimales:

$$\Gamma = \frac{V_o^-}{V_o^+} = \frac{Z_L - Z_o}{Z_L + Z_o} = 0{,}231$$

Se calcula la pérdida de retorno RL redondeado el resulta a 2 dígitos decimales de la siguiente forma:

$$RL = -20 \cdot log(|\Gamma|) = 29{,}33\ dB$$

2. Ejercicio 2

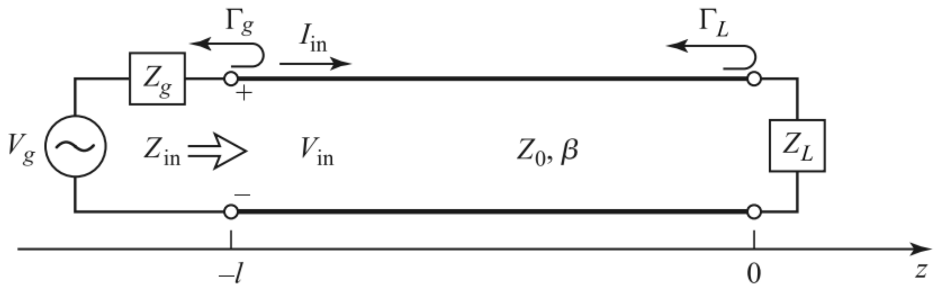

Figura 1: Linea de transmisión genérica.

Partiendo de una línea de transmisión como la que se observa en la Figura 1 con una impedancia del generador Z_g y una impedancia de carga Z_L, la potencia entregada a la carga se calcula de la siguiente forma:

$$P = \frac{1}{2}\mathbf{Re}\{V_{in} \cdot I_{in}^{*}\} = \frac{|V_g|^2}{2} \cdot \frac{R_{in}}{(R_{in}+R_g)^2 + (X_{in}+X_g)^2} \tag{6}$$

donde $Z_{in} = R_{in} + X_{in} \cdot j$ y $Z_g = R_g + X_g \cdot j$ A su vez, Z_{in} es la impedancia de entrada vista por el generador y se calcula de la siguiente forma:

$$Z_{in} = Z_o \frac{Z_L + j \cdot Zo \cdot tan(\beta l)}{Z_o + j \cdot Z_L \cdot tan(\beta l)} \tag{7}$$

Considerando los siguientes datos:

$$Z_o = 50\,\Omega \qquad V_g = 2\,V \qquad f = 1\,GHz \qquad l = 1\,m$$

Se busca obtener la potencia entregada para diferentes impedancias en el generador Z_g y cargas Z_L. Las diferentes cargas y los resultados obtenidos utilizando las fórmulas 7 y 6 se muestra en la Tabla 1.

Z_g	Z_L	Z_{in}	$P\ [mW]$	Observaciones
$60 - 10j$	$100 + 25j$	$25{,}83 + 14{,}95j$	7	
$60 - 10j$	50	50	8,2	Dado que $Z_L = Z_o$, $Z_{in} = Z_o = Z_L$
50	$75 - 20j$	$43{,}83 + 23{,}69j$	9,36	
50	50	50	10	Este es el caso donde hay mayor acople: entre generador y línea y entre línea y carga, por lo tanto la potencia entregada a la carga es mayor.

Tabla 1: Para cada uno de los valores de Z_g y Z_L pedidos se muestra el resultado del cálculo de la impedancia vista por el generador Z_{in} y la potencia entregada a la carga P.

3. Ejercicio 3 - Diseño de Guías de Onda

3.1. Diseño de una Guía Rectangular

Se desea diseñar un guía rectangular para una frecuencia de $2GHz$. Se asume que se trabaja en vació, por lo tanto $v = c$, $\eta = \eta_o$, $k = \frac{\omega}{c}$, y se trabajará con las denominaciones comerciales WR. La frecuencia de corte del modo dominante se obtiene se la siguiente forma:

$$f_{cTE_{10}} = \frac{v}{2a} \tag{8}$$

Siendo $2GHz$ el valor máximo que puede valer f_{cTE10} se obtiene el valor mínimo de a reemplazando $f_{cTE_{10}} = 2GHz$:

$$a_{min} = \frac{c}{2 \cdot 2GHz} = 7,5cm$$

A su vez la frecuencia de corte de orden inmediatamente menor a la f_{TE10} viene dada por el modo TE_{02}. La expresión de $f_{cTE_{02}}$ es la siguiente:

$$f_{cTE_{02}} = \frac{v}{a} \tag{9}$$

Para que solo se propague el modo dominante, la frecuencia de corte para el modo TE_{02} tiene que ser como mínimo $2GHz$, esto me da un valor máxima de a:

$$a_{max} = \frac{c}{2GHz} = 15cm$$

Lo mismo sucede con el modo TE_{01}, cuya frecuencia de corte que viene dada por la siguiente expresión:

$$f_{cTE_{01}} = \frac{v}{2b} \tag{10}$$

Se obtiene entonces un valor máximo de b:

$$b_{max} = \frac{c}{2 \cdot 2GHz} = 7,5cm$$

Teniendo en cuenta valores comercial WR, tanto la $WR510$ como la $WR430$ se pueden usar. Para ambas se muestran a continuación las frecuencias de corte relevantes para las dos opciones calculadas a partir de las fórmulas 9, 8 y 10 y redondeadas a 2 dígitos decimales:

Para WR510:

$$f_{cTE_{10}} = 1{,}16\ GHz$$
$$f_{cTE_{20}} = 2{,}32\ GHz$$
$$f_{cTE_{01}} = 2{,}32\ GHz$$

Para WR430;

$$f_{cTE_{10}} = 1{,}37\ GHz$$
$$f_{cTE_{20}} = 2{,}75\ GHz$$
$$f_{cTE_{01}} = 2{,}75\ GHz$$

Para ambas opciones se calcula la constante de atenuación α_c para el modo TE_{10} con la fórmula que se muestra a continuación:

$$\alpha_c = \frac{R_s}{k\beta\eta}\left(\frac{2\pi^2}{a^3} + \frac{k^2}{b}\right) \tag{11}$$

A partir del cálculo de las variables para calcular la constante de atenuación, que se muestran en el archivo de *Python* adjunto, se obtiene los siguientes valores de atenuación redondeados a 3 cifras significativas:

$$\alpha_{cWR510} = 0{,}000773\ \frac{Np}{m} \qquad \alpha_{cWR430} = 0{,}001129\ \frac{Np}{m}$$

Si bien la constante de atenuación para la guía WR510 es menor, la frecuencia de corte del modo inmediatamente superior al modo dominante está cerca de la frecuencia de trabajo. Entonces, se opta por trabajar con una guía WR430 ($a = 109,22\ mm\ b = 54,61\ mm$). De esta forma se calculan todos parámetros pedidos para el modo dominante:

$$\beta \text{ (constante de fase)} = k \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2} = \sqrt{\varepsilon_r} \cdot \frac{2\pi f}{v} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2} = 30{,}5\ m$$

$$\lambda_g \text{ (longitud de onda en la guía)} = \frac{2\pi}{\beta} = 0{,}206\ m$$

$$v_p \text{ (velocidad de fase)} = \frac{\omega}{\beta} = 411780735{,}721\ \frac{m}{s}$$

$$v_g \text{ (velocidad de grupo)} = \frac{v^2}{v_p} = 218562920 \ \frac{m}{s}$$

$$Z_{TE} \text{ (impedancia de onda para los modos de propagación TE)} = \frac{\eta}{\sqrt{1-\left(\frac{f_c}{f}\right)^2}} = 517{,}46 \ \Omega$$

$$\alpha_{cWR430} = 0{,}001129 \ \frac{Np}{m}$$

3.2. Diseño de Guía Cilíndrica

Se desea diseñar un guía cilíndrica para una frecuencia de $2GHz$. Se asume que se trabaja en vació, por lo tanto $v = c$, $\eta = \eta_o$ y $k = \frac{\omega}{c}$.

El modo dominante es el TE_{11} cuya frecuencia de corte viene dada por la siguiente expresión:

$$f_{cTE_{11}} = \frac{1{,}841 \cdot v}{2\pi \cdot a} \tag{12}$$

Siendo 2 GHz es valor máximo que puede valor $f_{cTE_{11}}$ se despeja el radio mínimo que puede tener la guía de la siguiente forma:

$$a_{min} = \frac{1{,}841 \cdot v}{2\pi \cdot 3 \ GHz} = 4{,}4 \ cm$$

Para que solo se propague el modo dominante, la frecuencia de corte del modo TM_{01} tiene ser como mínimo 2 GHz. La frecuencia de corte para este modo viene dada por la expresión:

$$f_{cTM01} = \frac{2,405 \cdot v}{2\pi \cdot a} \tag{13}$$

Entonces se obtiene el siguiente valor máximo para el radio de la guía:

$$a_{max} = \frac{2,405 \cdot v}{2\pi \cdot 2 \ GHz} = 5{,}74 \ cm$$

Se toma el radio como la media geométrica entre a_{min} y a_{max}, es decir:

$$a = 5cm$$

Para este radio se obtiene los siguiente valores para las primeras frecuencias de corte:

$$f_{cTE11} = 1{,}73 \ GHz \qquad f_{cTM01} = 2{,}27 \ GHz \qquad f_{cTE21} = 2{,}88 \ GHz$$

Se calculan los valores pedidos:

$$\beta \text{ (constante de fase)} = k \cdot \sqrt{1-\left(\frac{f_c}{f}\right)^2} = \sqrt{\varepsilon_r} \cdot \frac{2\pi f}{v} \cdot \sqrt{1-\left(\frac{f_c}{f}\right)^2} = 21 \ m$$

$$\lambda_g \text{ (longitud de onda en la guía)} = \frac{2\pi}{\beta} = 0{,}299 \ m$$

$$v_p \text{ (velocidad de fase)} = \frac{\omega}{\beta} = 597881275{,}556 \ \frac{m}{s}$$

$$v_g \text{ (velocidad de grupo)} = \frac{v^2}{v_p} = 150531558{,}15 \ \frac{m}{s}$$

$$Z_{TE} \text{ (impedancia de onda para los modos de propagación TE)} = \frac{\eta}{\sqrt{1-\left(\frac{f_c}{f}\right)^2}} = 751{,}32 \ \Omega$$

$$R_s; \text{(resistencia superficial)} = \sqrt{\frac{\omega\mu_o}{2\sigma}} = 0{,}0115\Omega$$

$$\alpha_c \text{ (constante de atenuación por pérdidas en el conductor)} = \frac{R_s k}{a\eta\beta} = 0{,}0012 \ Np/m$$

4. Ejercicio 4

4.1. Guía de Ondas Rectangular

Teniendo una guía de onda con las siguientes características:

$$a = 40\ mm \qquad\qquad b = 20\ mm$$

se calculan las primeras frecuencias de corte pedidas:

$$f_{cTE_{10}} = 3{,}75\ GHz \qquad f_{cTE_{01}} = 7{,}5\ GHz \qquad f_{cTE_{11}} = f_{cTM_{01}} = 8{,}39\ GHz$$

En la Figura 2 se muestra la constante de atenuación por pérdidas en el conductor α_c en función de la frecuencia para los modos pedidos.

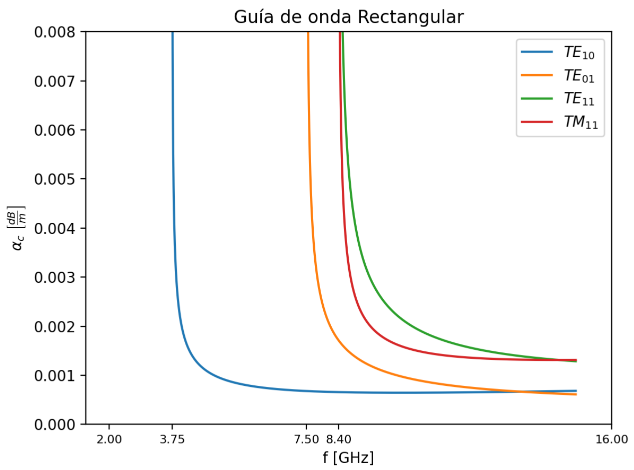

Figura 2: Atenuación debido a pérdidas en el conductor en función de la frecuencia.

4.2. Guía de Ondas Rectangular

Teniendo una guía de onda de radio $a = 23{,}44\ mm$ se calculan las frecuencias de corte pedidas:

$$f_{cTE_{11}} = 3{,}75\ GHz \qquad f_{cTM_{01}} = 4{,}9\ GHz \qquad f_{cTE_{01}} = f_{cTM_{11}} = 7{,}81\ GHz$$

En la Figura 2 se muestra la constante de atenuación por pérdidas en el conductor α_c en función de la frecuencia para los modos pedidos.

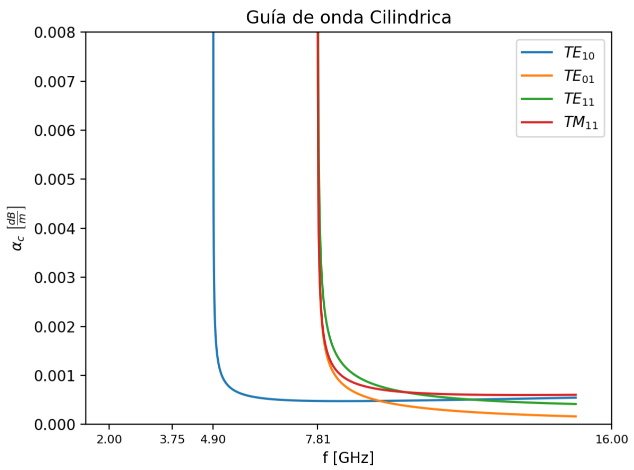

Figura 3: Atenuación debido a pérdidas en el conductor en función de la frecuencia.