

Kvantno mašinsko učenje

Milan Bojić

Uvod

- Klasično mašinsko učenje: usporavanje inovacija i dostignuta granica računarskih resursa
- Sledeće veliko remećenje tehnološkog poretkaa
 - Kvantna nadmoć
- Obrada kvantnih sistema, brže prepoznavanje obrazaca, otkrivanje osobina klasičnog mašinskog učenja

Kvantno računarstvo

- Kubit
- Kvantna kapija
- Kvantna spletenost
- Kvantna memorija, Kvantni registri

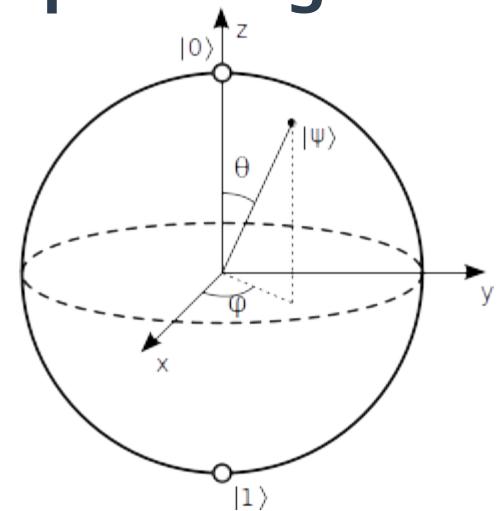
Kubit

- Najmanja jedinica informacije u kvantnom računarstvu
- Opšta formula za kubit $|\gamma\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$
- Kompleksne amplitudе α i β sa ograničenjem
$$|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$$
- Stanje kubita ima dva stepena slobode, amplitude možemo da zapišemo kao

$$\alpha = \cos \frac{\Theta}{2} \quad \beta = e^{i\phi} \sin \frac{\Theta}{2}$$

Kubit

- Na površini Blohove sfere kubit se prikazuje preko uglova Θ i ϕ
- Na polovima sfere se nalaze bazna stanja $|0\rangle$ i $|1\rangle$
- Merenjem kubita dobija se ili 0 ili 1
- Fizički kao polarizovan foton



Kvantna kapija

- Transformiše kubite
- Logički predstavljena kao unitarna matrica dimenzija

$$2^n \times 2^n$$

- Hademardovo kolo $\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$
- Rotaciono kolo $\begin{bmatrix} \cos \Theta & -\sin \Theta \\ \sin \Theta & \cos \Theta \end{bmatrix}$

Kvantna spletenost

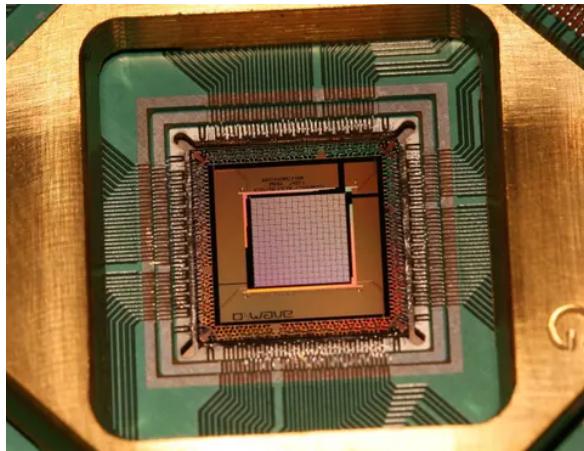
- Dva, ili više, kubita povezana prave novo kvantno stanje
- Razdvojiva stanja na osnovne kubite
- Nerazdvojiva kvantna stanja

$$\frac{1}{\sqrt{2}} |00\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |11\rangle$$

- Deljenje informacija između kubita

Kvantno računarstvo

- Vrsta računarstva koja koristi osobine kvantne mehanike
- Kvantni računari
- Simulacija fizičkih sistema



Kvantna informacija

- **Kvantna teorija informacija**
- **Fon Nojmanova entropija** $S(\varrho) = H(X)$
- **Merenje validnosti između dva kvantna stanja**
- **Kvantna informacija**
 - kodirana u kvantnim sistemima
 - ne može se kopirati
 - pri procesu merenja menja se

Kvantna teorija informacija

- **Oblasti istraživanja:**
 - Prenošenje klasičnih informacija preko kvantnih kanala
 - Prenošenje kvantnih informacija preko kvantnih kanala
 - Efekti kvantne spletenosti na prenošenje informacija
 - Informacioni aspekti kvantnog merenja, odnosa između raspodele kvantnog stanja i preciznog merenja

Priprema podataka

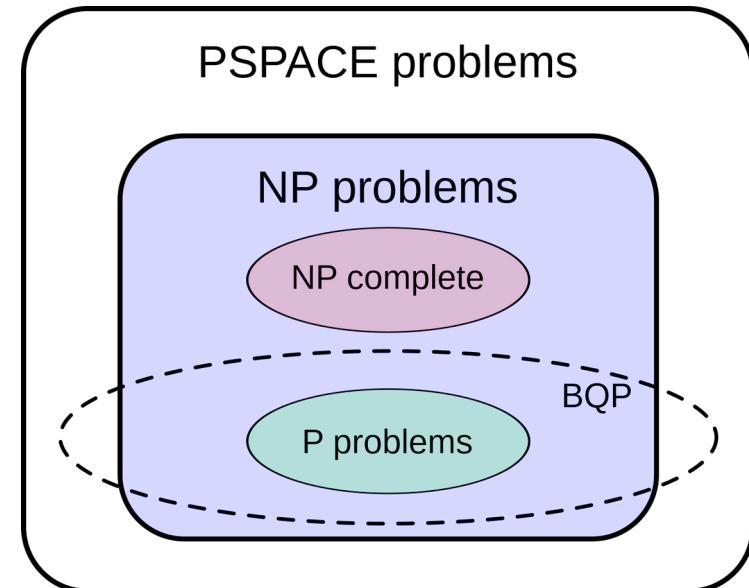
- **Kvantno stanje sa komponentama** $v_j = |v'_j| e^{i\varphi_j}$
- **Čuvanje parova** $\{|v'_j|, \varphi_j\}$ u QRAM-u
- **Kreira se** $\log_2 N$ **stanja** u $\log_2 N$ **koraka**
- **Predprocesiranje**

Linearna algebra za kvantno mašinsko učenje

- **Osnovni kvantni podprogrami linearne algebre**
 - HHL algoritam
 - Kvantna Furijeova transformacija
 - Kvantna procena faze
- **Teška implementacija u realnom svetu**

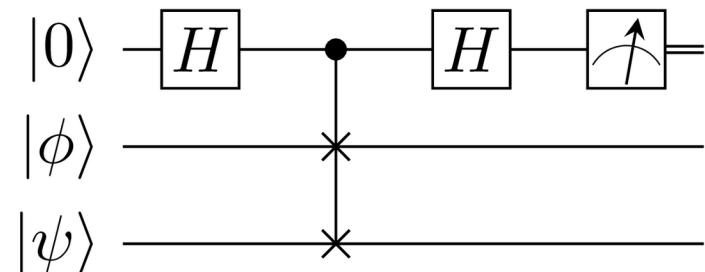
Kvantna teorija kompleksnosti

- Klasične klase kompleksnosti
 - P, NP, PSPACE, PP, BPP
- Klasa kompleksnosti BQP
 - Liči na klasu BPP
- $BPP \subseteq BQP$ i $BQP \subseteq PP$
- Šorov algoritam



SWAP test

- Skalarni proizvod za dva kvantna stanja



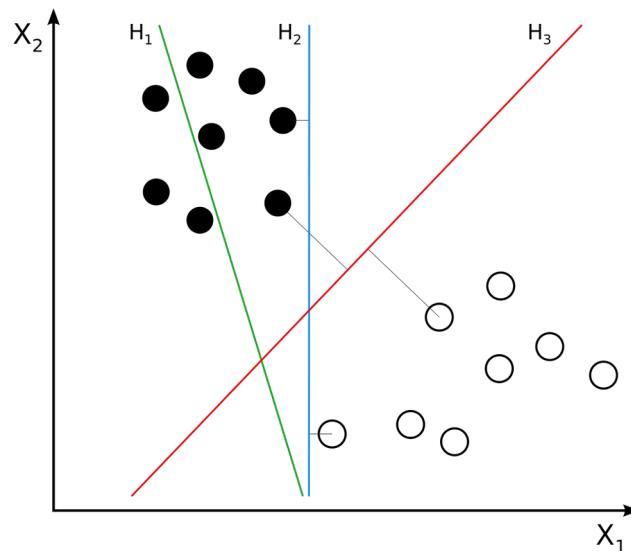
- Dobija se $P(|0\rangle) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}F(|a\rangle, |b\rangle)$
 - Funkcija F() meri validnost

Kvantno mašinsko učenje

- **Spoj kvantnih računara i mašinskog učenja**
- **Koristi kvantne algoritme**
 - qBLAS, SWAP test ...
- **Dve podoblasti**
 - Obrada klasičnih podataka na kvantnim mašinama
 - Obrada kvantnih podataka na kvantnim mašinama

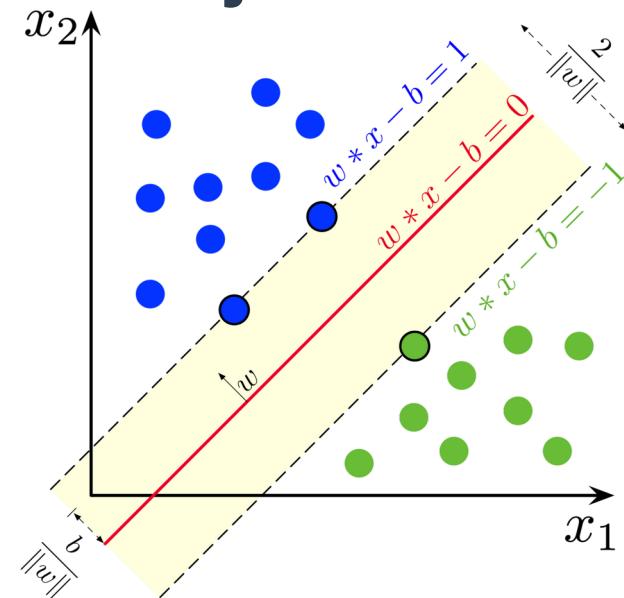
Kvantna metoda potpornih vektora

- Primer algoritma učenja sa nadgledanjem
- Podela hiper-ravni između dva skupa podataka



Klasičan algoritam

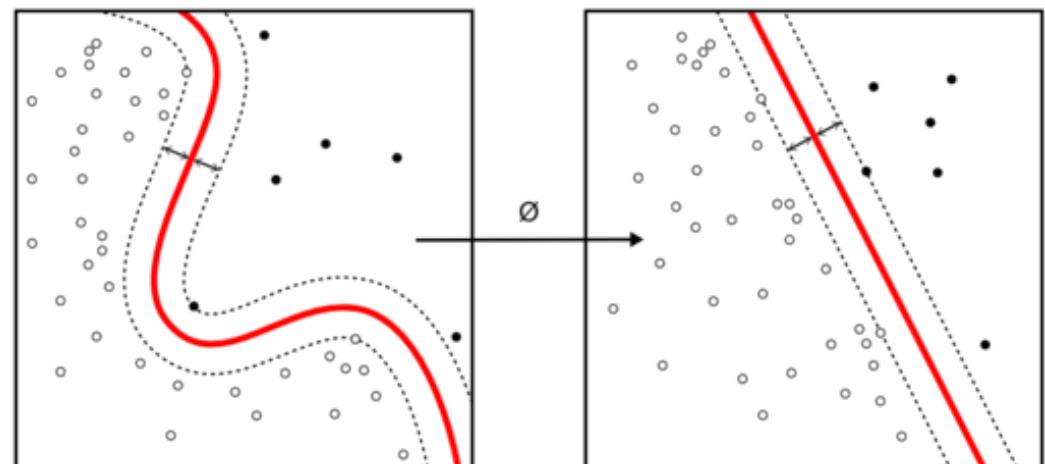
- Koristi se linear funkcija $w^T x + b$
 - Predviđena klasa zavisi od znaka funkcije
- Minimizacija $|w|^2/2$
- Potporni vektor



Kernel

- Transformiše podatke u prostor gde su klase linearno odvojive
- Kernel funkcija $k(x, x_i) = \phi(x) * \phi(x_i)$
- Dobijena funkcija

$$w^T x + b = b + \sum_i \alpha_i k(x, x_i)$$



Kvantni algoritam

- Metoda za obučavanja
- Ulazna stanja $|x_j\rangle = \frac{1}{|x_j|} \sum_{k=1}^N (x_j)_k |k\rangle$
- Glavno unapređenje jeste u pripremi kernel matrice

$$F \begin{bmatrix} b \\ \vec{\alpha} \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} 0 & \vec{1}^T \\ \vec{1} & K + \gamma^{-1} \vec{1} \vec{1}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b \\ \vec{\alpha} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \vec{y} \end{bmatrix}$$

Kvantni algoritam

- **Generisanje stanja** $|b, \vec{\alpha}\rangle$ koje opisuje hiper-ravan
- **Rešavanje jednačine**
 - **SWAP test između** $|b, \vec{\alpha}\rangle$ i $|x\rangle$
- **Razdvajanje matrice** $\hat{F} = (J + K + \gamma^{-1}1)/\text{tr } F$
- **Procena faze i aporoksimacija sopstvene vrednosti**

$$|b, \vec{\alpha}\rangle = \frac{1}{\sqrt{C}}(b|0\rangle + \sum_{k=1}^M \alpha_k |k\rangle)$$

Klasifikacija

- **Ulagno stanje** $|x\rangle$ i stanje $|b, \vec{\alpha}\rangle$ generišu

$$|\tilde{x}\rangle = \frac{1}{\sqrt{N_x}}(|0\rangle|0\rangle + \sum_{k=1}^M |x| |k\rangle|x\rangle) \quad |\tilde{u}\rangle = \frac{1}{\sqrt{N_u}}(b|0\rangle|0\rangle + \sum_{k=1}^M \alpha_k |x_k| |k\rangle|x_k\rangle)$$

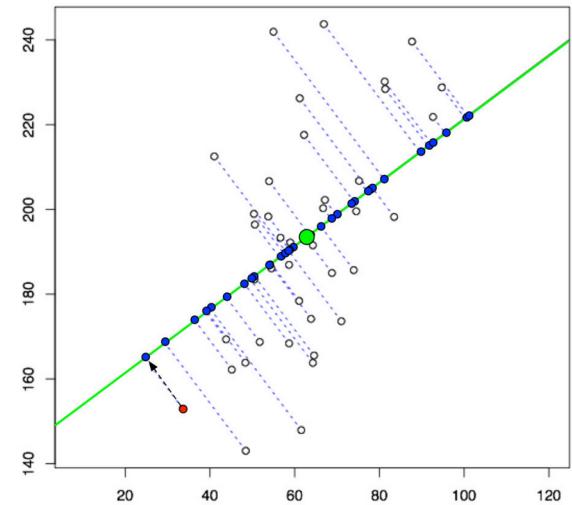
- **Dva nova stanja**

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle|\tilde{u}\rangle + |1\rangle|\tilde{x}\rangle) \quad |\phi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle - |1\rangle)$$

- Nad novim stanjima radimo **SWAP test**

Kvantna analiza glavnih komponenti

- Primer algoritma učenja bez nadgledanja
- Smanjivanje dimenzije vektora podataka
- Nalaženje funkcije koja kodira vektor u prostor manjih dimenzija
 - $f(x) = c$
- Nalaženje funkcije dekodiranja
 - $g(f(x)) \approx x$



Klasičan algoritam

- **Funkcija dekodiranja kao množenje matrice** $g(c) = Dc$
- **Nalaženje najmanje L2 distance između x i $g(c)$**
- **Optimalna funkcija kodiranja** $f(x) = D^T x$
- **Jednačina za optimalnu matricu**

$$D^* = \underset{D}{\operatorname{argmin}} Tr(D^T X^T X D)$$

Kvantni algoritam

- Pronalaženje sopstvenih vekora i vrednosti za ulaz
- Oslanja se na algoritam estimacije faza i SWAP test
- Za kvantno stanje $|v_j\rangle$ kreira se matrica gustine

$$\rho = (1/N) \sum_j |v\rangle \langle v|$$

- Primjenjujemo algoritam procene faze stanja

$$|v_j\rangle |0\rangle \rightarrow \sum_i \psi_i |\chi_i\rangle |\tilde{r_i}\rangle$$

Kvantna neuralna mreža

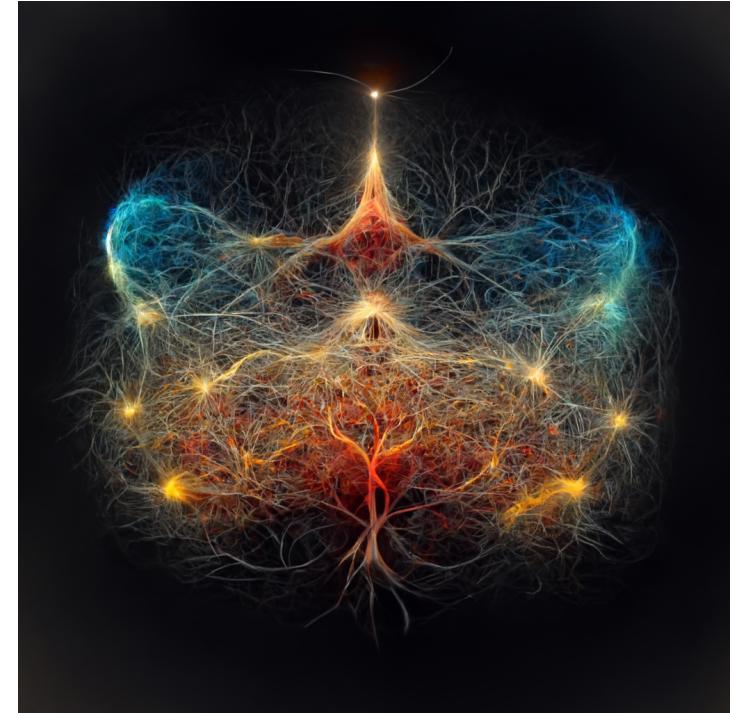
- **Osnova Dubokog učenja**
- **Klasifikacija binarnih stringova**
- **Niz unitarnih transformacija**

$$U(\vec{\theta}) = U_L(\theta_L)U_{L-1}(\theta_{L-1}) \dots U_1(\theta_1)$$

- **Ulazni string se transformiše u stanje** $|z, 1\rangle$
- **Dodatni kubit za merenje na izlazu**
- **Prosečna vrednost merenja** $\langle z, 1 | U^T(\vec{\theta})Y_{n+1}U(\vec{\theta}) | z, 1 \rangle$

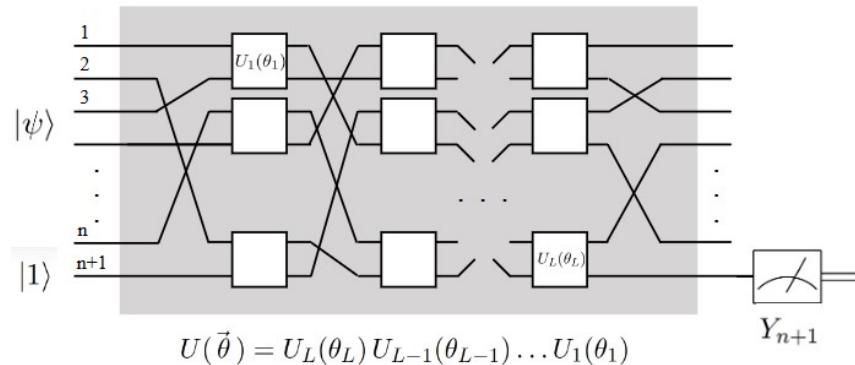
Kvantna neuralna mreža

- Linearna funkcija troška
 - Postoji minimum u 0
- Obučavanje mreže
- Ne postoji nelinearna transformacija



Reprezentacija modela

- Operator nad baznim stanjima $U_l |z, z_{n+1}\rangle = e^{i\frac{\pi}{4}l(z)X_{n+1}} |z, z_{n+1}\rangle$
- *Reed-Muller* zapisivanje *boolean* funkcije
- Novo zapisivanje operatora $U_l = e^{i\frac{\pi}{4}X_{n+1}} e^{-1\frac{\pi}{2}BX_{n+1}}$
- Eksponencijalno velika *boolean* funkcija



Reprezentacija parnosti podskupa

- Parnost podskupa bitova ulaznog stringa

$$P_{\mathbb{S}}(z) = \sum_j \oplus a_j b_j$$

- Unitarni operator

$$U_{P_{\mathbb{S}}} = e^{i \frac{\pi}{4} X_{n+1}} e^{-i \frac{\pi}{2} \sum_j a_j B_j X_{n+1}}$$

Učenje modela

- Procena vrednosti funkcije troška
- Promena parametara $\vec{\theta}$
 - Jedan po jedan parametar
 - Promena promenljive gradijenta \vec{g}
- Stepen učenja

$$\vec{\theta} \rightarrow \vec{\theta} - r \left(\frac{loss(\vec{\theta}, z)}{\vec{g}^2} \right) \vec{g}$$

Učenje parnosti modela

- **Operator** $U(\vec{\theta}) = e^{i\frac{\pi}{4}X_{n+1}}e^{-i\sum_j^n \theta_j B_j X_{n+1}}$
 - Optimalna rešenja u $\frac{\pi}{2}$ i 0
- Učenje postaje nemoguće sa povećavanjem veličine

Učenje osobina kvantnih stanja

- Ne postoji klasična neuralna mreža
- Ubacivanje stanja sa dodatim kubitom
$$U(\vec{\theta}) |\psi, 1\rangle$$
- Za Hamiltonov operator, otkriti znak sopstvene vrednosti
$$l(|\psi\rangle) = \text{sign}(\langle\psi| H |\psi\rangle)$$
- Za operator $U_H(\beta) = e^{i\beta H X_{n+1}}$ prosečna vrednost merenje

$$\langle\psi, 1| U_H^T(\beta) Y_{n+1} U_H(\beta) |\psi, 1\rangle = \langle\psi| \sin(2\beta H) |\psi\rangle$$

Zaključak

- Izazov praktične primene
 - Razvoj kvantnih računara
- Trenutku dokazivanja kvantne nadmoći
 - Veće zainteresovanje
- Dalji razvoj oblasti

