

Blockseminar 2025

Ricci-Fluss und Sphärensatz

Christian Bär und Bernhard Hanke



Was:

Der Ricci-Fluss ist ein fundamentales mathematisches Werkzeug in der riemannschen Geometrie, das mittlerweile jeder Geometer beherrschen sollte. In diesem Seminar werden wir die theoretischen Grundlagen des Ricci-Flusses erarbeiten und lernen, wie man ihn anwendet. Der Ricci-Fluss wurde von Richard Hamilton eingeführt und versucht, eine gegebene riemannsche Metrik durch eine krümmungsgesteuerte Evolution zu verbessern. Er hat zu wichtigen Durchbrüchen in der Differentialgeometrie und Topologie geführt.

Ein herausragendes Beispiel für die Anwendung des Ricci-Flusses ist der Beweis des differenzierbaren Sphärensatzes durch Simon Brendle und Richard Schoen. Der Sphärensatz besagt, dass eine kompakte, einfach zusammenhängende Mannigfaltigkeit, deren Schnittkrümmung zwischen 1 und 4 liegt, diffeomorph zur Sphäre ist. Klassische Methoden der riemannschen Geometrie haben nur Homöomorphie, nicht aber Diffeomorphie geliefert. Die Lösung dieses lange offenen Problems wurde durch eine tiefgehende Analyse der Konvergenzeigenschaften des Ricci-Flusses erreicht. Der differenzierbare Sphärensatz illustriert daher sehr schön die Kraft des Ricci-Flusses.

Wir werden auch ein älteres Resultat von Richard Hamilton besprechen, das besagt, dass eine kompakte zusammenhängende Dreifaltigkeit mit positiver Ricci-Krümmung diffeomorph zu einer sphärischen Raumform ist.

Wann:

Anreise ist am Montag, dem 9. Juni 2025, zum Abendessen um 18:00 Uhr. Im Anschluss findet der Einführungsvortrag statt. Die Abreise ist am Samstag, dem 14. Juni 2025, nach dem Mittagessen.

Die Teilnahme ist nur für die gesamte Dauer des Seminars möglich.

Wo:

Das Blockseminar wird im Hotel Bollmannsruh im Havelland veranstaltet. Für Details siehe <https://travdo-hotels.de/hotels/seehotel-bollmannsruh/> und für eine Karte [hier](#).



Hotelwebseite



Karte

Wie:

Die normalen Vorträge sollten eine Dauer von 60 Minuten (plus Zeit für Diskussion) nicht überschreiten. Diese Zeitvorgabe bitte einhalten und bei der Planung der Vorträge berücksichtigen. Für den Notfall sollte man schon im Vorhinein Passagen vorsehen, die wegfallen können, ohne dass der restliche Vortrag darunter allzu sehr leidet.

Für die Kurzvorträge ist eine Dauer von 30 Minuten plus Zeit für Diskussion vorgesehen.

Aus Ermangelung einer Tafel werden die Vorträge mit zwei Dokumentenkameras und angeschlossenen Beamern gehalten. Wichtig ist dabei, dass die Blätter nicht vorbereitet mitgebracht werden, sondern - wie an einer Tafel - während des Vortrags live beschrieben werden.

Wer:

Um sinnvoll teilnehmen zu können, muss man über solide Kenntnisse der riemannschen Geometrie verfügen.

Die Finanzierung erfolgt durch das DFG-Schwerpunktprogramm 2026 „Geometrie im Unendlichen“.

Vortragsprogramm:

0. Einführung (*Bernhard Hanke*):
Darstellung des Themas und Überblick
1. Definition und grundlegende Eigenschaften des Ricci-Flusses (*Rebecca Roero*):
[1, Abschnitte 2.1 und 2.2]
2. Evolutions(un)gleichungen für die Krümmung (*Claudia Grabs*):
[1, Abschnitte 2.3 und 2.4]
3. Shi-Ungleichungen und Krümmungsblowup (*Luca Harrer*):
[1, Abschnitt 3]
4. Tangential- und Normalkegel an konvexe Mengen (Kurzvortrag) (*Martin Konrad*):
[1, Abschnitt 5.2]
5. Hamiltons Maximumprinzip (Kurzvortrag) (*Onirban Islam*):
[1, Abschnitt 5.3]
6. Hamiltons Konvergenzsatz (*Fabrizio Zanillo*):
[1, Abschnitt 5.4]
7. Dreifaltigkeiten mit positiver Ricci-Krümmung (*Johannes Vinnemeier*):
[1, Abschnitt 6.1]
8. Krümmungsabschätzungen von Hamilton und Ivey (Kurzvortrag) (*Daniel Kreisberger*):
[1, Abschnitt 6.2]
9. Isotrope Krümmung (Kurzvortrag) (*Milan Zerbini*):
[1, Abschnitt 7.2]
10. Algebraische Eigenschaften der isotropen Krümmung (*Remo Ziemke*):
[1, Abschnitt 7.3]
11. Krümmungskegel vermöge Dimensionserweiterung (*Ihsane Malass*):
[1, Abschnitte 7.4 und 7.5]
12. Krümmungskegel für isotrope Krümmung (*Helge Frerichs*):
[1, Abschnitt 7.6]
13. Kulkarni-Nomizu-Produkt (*Christoph Stephan*):
[1, Abschnitt 8.1]

14. Invariante Kegel für Schnittkrümmung (*Georg Frenck*):
[1, Abschnitt 8.2]
15. Differenzierbarer Sphärensatz (*Oskar Riedler*):
[1, Abschnitt 8.3]
16. Brendles Verbesserung des Sphärensatzes (Kurzvortrag) (*Felix Physiker*):
[1, Abschnitt 8.4]
17. Überblick über Bergers Holonomieklassifikation (Kurzvortrag) (*Erfan Rezaei*):
[1, Abschnitt 9.2]
18. Starkes Maximumprinzip (Kurzvortrag) (*Penelope Gehring*):
[1, Abschnitt 9.3]
19. Hamiltons Klassifikation von Dreifaltigkeiten mit positiver Ricci-Krümmung (Kurzvortrag) (*Lennart Ronge*):
[1, Abschnitt 9.4]

Literatur:

- [1] Brendle, S.: *Ricci flow and the sphere theorem*. Graduate Studies in Mathematics, vol. 111. American Mathematical Society (AMS), Providence, RI, USA, 2010.