МИНОБРНАУКИ РОССИИ
САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
«ЛЭТИ» ИМ. В.И. УЛЬЯНОВА (ЛЕНИНА)
Кафедра МО ЭВМ

ОТЧЕТ

по лабораторной работе №2
по дисциплине «Построение и анализ алгоритмов»
Тема: Алгоритмы на графах

Студентка гр. 9382 _____ Балаева М.О

Преподаватель _____ Фирсов М.А

Санкт-Петербург
2021

Цель работы.

Изучение, сравнение и реализация алгоритмов поиска пути во взвешенных графах.

Задание Вар. 9. Вывод графического представления графа.

1) Разработайте программу, которая решает задачу построения пути в ориентированном графе при помощи жадного алгоритма. Жадность в данном случае понимается следующим образом: на каждом шаге выбирается последняя посещённая вершина. Переместиться необходимо в ту вершину, путь до которой является самым дешёвым из последней посещённой вершины. Каждая вершина в графе имеет буквенное обозначение ("a", "b", "c"...), каждое ребро имеет неотрицательный вес.

Пример входных данных

a e
a b 3.0
b c 1.0
c d 1.0
a d 5.0
d e 1.0

В первой строке через пробел указываются начальная и конечная вершины
Далее в каждой строке указываются ребра графа и их вес

В качестве выходных данных необходимо представить строку, в которой перечислены вершины, по которым необходимо пройти от начальной вершины до конечной. Для приведённых в примере входных данных ответом будет
abcde

2) Разработайте программу, которая решает задачу построения кратчайшего пути в *ориентированном* графе методом A*. Каждая вершина в графе имеет буквенное обозначение ("a", "b", "c"...), каждое ребро имеет неотрицательный вес. В качестве эвристической функции следует взять близость символов, обозначающих вершины графа, в таблице ASCII.
Пример входных данных

a e

a b 3.0

b c 1.0

c d 1.0

a d 5.0

d e 1.0

В первой строке через пробел указываются начальная и конечная вершины

Далее в каждой строке указываются ребра графа и их вес

В качестве выходных данных необходимо представить строку, в которой перечислены вершины, по которым необходимо пройти от начальной вершины до конечной. Для приведённых в примере входных данных ответом будет

ade

Описание алгоритма.

1.Жадный алгоритм.

Изначально имеется список не посещенных вершин. Алгоритм находит минимальное по весу и не посещенную смежную для текущей вершины. Если в процессе выполнения алгоритма из рассматриваемой вершины нет никаких ребер, или все вершины отмечены посещенными, или она не конечная , данная вершина отмечается посещенной и удаляется от текущего пути. Когда алгоритм доходит до конечной вершины, она записывается в ответ и алгоритм завершается.

2.Алгоритм A*.

Имеется список всех вершин графа. Выполнение алгоритма начинается с записи начальной вершины в путь, последующие вершины выбираются в зависимости от значения функции: $f(v)=g(v)+h(v)$, где v – текущая вершина, $g(v)$- наименьшая стоимость пути в v из стартовой вершины, , $h(v)$ — в данном случае: близость символов, обозначающих вершины графа, в таблице ASCII(см. Задание). Для смежных вершин текущей выбираем вершину наименьшим значением $f(v)$. Если в процессе выполнения алгоритма будет найден более короткий путь, текущий путь будет заменен на него. Если текущая вершина является конечной, она записывается в путь и алгоритм завершается.

Сложность алгоритма.

1.Сложность жадного алгоритма:

1)Сложность алгоритма по времени:

Сложность данного алгоритма O(V+E), где V - количество вершин, а E-ребра графа, т.к в худшем случае придется пройти весь граф.

2)Сложность алгоритма по памяти:

Сложность алгоритма по памяти O(E), где E — ребра графа, т.к хранятся ребра графа.

2.Сложность алгоритма A*:

1)Сложность алгоритма по времени:

В лучшем случае эвристическая функция позволяет совершать шаг в верном направление, то есть будет O(V+E), где E — количество ребер грфа, а V — количество вершин графа.

2)Сложность алгоритма по памяти:

В худшем случае придется пройти через все вершины графа, то есть число вершин, исследуемых алгоритмом, растёт экспоненциально по сравнению с длиной оптимального пути , то есть O(V*(E+V)), где E — количество ребер грфа, а V — количество вершин графа.

Описание функций и СД.

1.Жадный алгоритм.

class Edge — класс , который хранит в себе информацию о ребрах графа

src: str — начальная вершина

dest: str — конечная вершина

weight: float — вес ребра

dead: bool — посещена ли конечная вершина(не конечная, заданная по условию, а конечная для текущего ребра). Т.к все вершины в графе, кроме начальной(заданной по условию) являются конечной для определенных ребер, данная переменная однозначно отображает посещенали вершина графа.

def __init__(self, src: str, dest: str, weight: float, dead: bool)- конструктор класса Edge.

def get_minimal(graph: typing.List, src: str) — функция, находящая индекс минимальной смежной непосещенной вершины для данной(src) .

Аргументы:

src: str — текущая вершина графа

graph: typing.List — граф (массив данных типа Edge).

def print_recursion(message, count) — вспомогательная функция для промежуточных данных.

Аргументы:

message — текст

count- количество отступов

def get_way(graph: typing.List, qwert: typing.List[str], src: str, dest: str, pr) -> bool — основная функция для выполнения жадного алгоритма.

Аргументы:

graph: typing.List - граф (массив данных типа Edge).

qwert: typing.List[str] — путь (ответ)

src: str- начальная вершина ребра

dest: str — конечная вершина ребра(В программе идет проверка является ли эта вершина конечной, если да : функция возвращает True)

pr — счетчик отступов

__main__

src, dest = input().split() - функция получает несколько входных данных Он разбивает данный ввод по по пробелу.

graph = [] - граф (массив данных типа Edge)

qwert = [] - путь

edges = [] - ребра графа

Представление графа:

G = nx.DiGraph()- Создание пустой структуры графа («нулевой граф») без узлов и ребер.

G.add_edge(graph[i].src, graph[i].dest, weight=graph[i].weight) — для всех ребер происходит добавление в граф. То есть при выводе графа будут видны названия вершин для ребра и его вес.

pos =nx.spring_layout(G) — Словарь с узлами в качестве ключей и позициями в качестве значений.

nx.draw_networkx_nodes(G, pos, cmap=plt.get_cmap('jet'), node_color='r', node_size=500) - рисует только узлы графа G. node_color='r' — цвет, node_size=500 — размер узлов.

nx.draw_networkx_labels(G, pos) — функция рисует метки узлов на графк

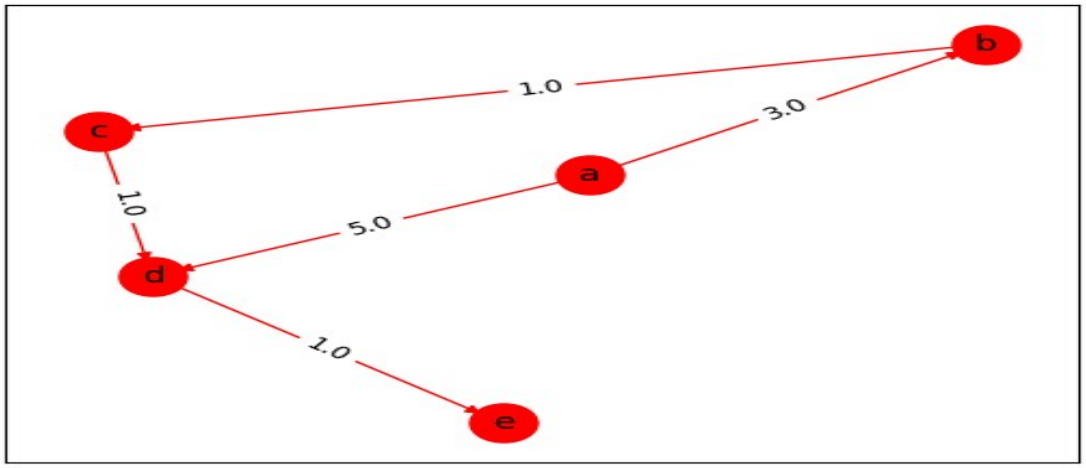
nx.draw_networkx_edges(G, pos, edgelist=edges, edge_color='r', arrows=True) — метод, рисующий только ребра графа

labels = nx.get_edge_attributes(G, 'weight') —Словарь атрибутов с ключом по краю.

nx.draw_networkx_edge_labels(G, pos, edge_labels=labels)- рисует метки на ребрах

plt.show()-показывает графи

Пример вывода графа:



Для данных:

a e

a b 3.0

b c 1.0

c d 1.0

a d 5.0

d e 1.0

Алгоритм A*:

class Edge - Класс ребра графа. Содержит в себе всю необходимую информацию о ребрах графа

def __init__(self, src: str, dest: str, weight: int): - конструктор класса Edge

src — начальная вершина ребра

dest — конечная вершина ребра

weight — вес ребра

class Vertex — класс вершины графа

def __init__(self, name: str, src: typing.Any, f: int, g: int):

name- наименование вершины

src — наименование смежной ей. Необходимо для дальнейшего выполнения алгоритма, определения значений *f(v) u g(v)*

self.f = f - *f(v)* (см. Описание алгоритма A*)

self.g = g- *h(v)*(см. Описание алгоритма A*)

def minimal_f(q: typing.List[Vertex]) -> int: функция для нахождения индекса минимального смежного ребра для вершины. Изначально проверяется равенство *f(v)* текущей минимальной вершины с каждой вершиной графа: q[i].f == minimal.f , если это оказывается так , сравниваются их *h(v).* Функция вернет значение индекса.

def A1(graph: typing.List[Edge], start: str, end: str) — основная функция для выполнения алгоритма.

Аргументы:

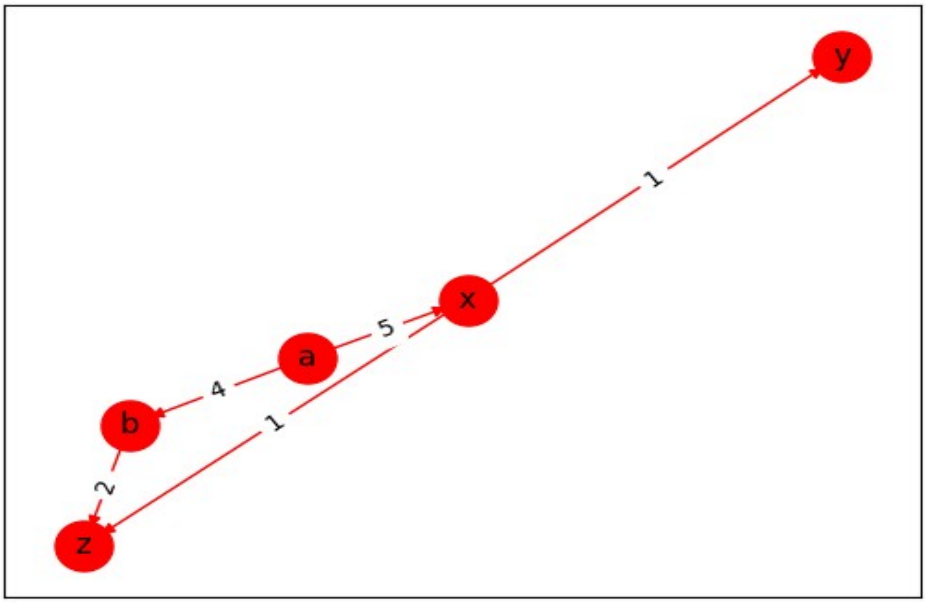
graph: typing.List[Edge] — граф (массив элементов класса Edge.

start: str- начальная вершина графа

end: str- конечная вершина графа

__main__ - ввод данны, отрисовка графа такие же, как и в жадном алгоритме.

Пример вывода графа:



Для данных:

a z

a x 5.0

x y 1.0

x z 1.0

a b 4.0

b z 2.0

Тестирование

Входные данные	Выходные данные
a g a b 3.0 a c 1.0 b d 2.0 b e 3.0 d e 4.0 e a 3.0 e f 2.0 a g 8.0 f g 1.0 c m 1.0 m n 1.0	A*: ag Жадный алгоритм: abdefg
a d a b 1.0 b c 9.0 c d 3.0 a d 9.0	A*: ad Жадный алгоритм: abcd

a e 1.0 e d 3.0	
a h a b 1 a c 2 b d 5 b g 10 b e 4 c e 2 c f 1 d g 2 e d 1 e g 7 f e 3 f h 8 g h 1	A*: acedgh Жадный алгоритм: abedgh
a b a b 1	A*: ab Жадный алгоритм: ab
a e a b 3.0 b c 1.0 c d 1.0 a d 5.0 d e 1.0	A*: ade Жадный алгоритм: abcde

Выводы.

Были изучены жадный алгоритм и алгоритм A*. Реализована программа для поиска пути в ориентированном графе.

ПРИЛОЖЕНИЕ А
ИСХОДНЫЙ КОД ПРОГРАММЫ

Название файла: main.py

```
import sys
import typing
import networkx as nx
import numpy.random as rnd
import matplotlib.pyplot as plt
import pylab



class Edge:
    src: str
    dest: str
    weight: float
    dead: bool

    def __init__(self, src: str, dest: str, weight: float, dead: bool):
        self.src = src
        self.dest = dest
        self.weight = weight
        self.dead = dead



def get_minimal(graph: typing.List, src: str) -> int:
    k = -1
    minimal = float("+inf")

    for i, node in enumerate(graph):
        if not node.dead and node.src == src and node.weight < minimal:
```

```
            minimal = graph[i].weight
            k = i

    return k


def print_recursion(message, count):
    msg = ''
    for val in range(0, count):
        msg += " "
    print(msg + message)


def get_way(graph: typing.List, qwert: typing.List[str], src: str, dest: str, pr) -> bool:
    print_recursion('Вход в рекурсию', pr)
    print_recursion("Добавляем '" + src + "' в массив пути(в ответ)", pr)
    qwert.append(src)

    if src == dest:
        print_recursion('Выход из рекурсии', pr)
        return True
    print_recursion("Находим ребро с минимальным весом для данной вершины'"
+ src + "'", pr)
    k = get_minimal(graph, src)
    m = str(graph[k].weight)
    print_recursion("Минимальное ребро:'" + src + graph[k].dest + "' с весом: " + m,
pr)
    while k != -1:
        if get_way(graph, qwert, graph[k].dest, dest, pr + 1):
            print_recursion('Выход из рекурсии', pr)
```

```
            return True
        print_recursion("Удаляем вершину"'+ qwert[len(qwert)-1] + "' из массива
ответа( из ответа) вершин", pr)
        qwert.pop(len(qwert) - 1)
        print_recursion("Отмечаем вершину'" + graph[k].dest + "'  посещенной", pr)
        graph[k].dead = True
        k = get_minimal(graph, src)

    print_recursion('Выход из рекурсии', pr)
    return False



if __name__ == "__main__":
    src, dest = input().split()

    graph = []
    qwert = []
    edges = []

    data = sys.stdin.readline()
    while data.strip():
        _src, _dest, _weight = data.split()
        _weight = float(_weight)
        edge = Edge(_src, _dest, _weight, False)
        graph.append(edge)
        edges.append((_src, _dest))
        data = sys.stdin.readline()

    way = get_way(graph, qwert, src, dest, 0)
    print("Ответ:" + ".join(qwert))
```

```
# РИСОВАНИЕ ГРАФА


G = nx.DiGraph()
for i in range(0, len(graph)):
    G.add_edge(graph[i].src, graph[i].dest, weight=graph[i].weight)
pos = nx.spring_layout(G)
nx.draw_networkx_nodes(G, pos, cmap=plt.get_cmap('jet'),
                       node_color='r', node_size=500)
nx.draw_networkx_labels(G, pos)
nx.draw_networkx_edges(G, pos, edgelist=edges, edge_color='r', arrows=True)
labels = nx.get_edge_attributes(G, 'weight')
nx.draw_networkx_edge_labels(G, pos, edge_labels=labels)
plt.show()
```

ПРИЛОЖЕНИЕ Б
ИСХОДНЫЙ КОД ПРОГРАММЫ

Название файла: A1.py

```
import sys
import typing
import networkx as nx
import numpy.random as rnd
import matplotlib.pyplot as plt
import pylab



class Edge:

    def __init__(self, src: str, dest: str, weight: int):
        self.src = src
        self.dest = dest
        self.weight = weight



class Vertex:

    def __init__(self, name: str, src: typing.Any, f: int, g: int):
        self.name = name
        self.src = src
        self.f = f
        self.g = g

    def __str__(self) -> str:
        if self.src:
```

```
            return str(self.src) + self.name
        return self.name


def minimal_f(q: typing.List[Vertex]) -> int:
    k = 0
    minimal = q[k]

    for i in range(1, len(q)):

        if q[i].f == minimal.f:
            if minimal.f - minimal.g > q[i].f - q[i].g:
                minimal = q[i]
                k = i

        elif q[i].f < minimal.f:
            minimal = q[i]
            k = i

    return k


def A1(graph: typing.List[Edge], start: str, end: str):
    q = []
    u = []

    begin = Vertex(start, None, abs(ord(end) - ord(start)), 0)
    q.append(begin)
      print("Записываем " + "'" + begin.name +"'" + " в список рассматриваемых
вершин")
```

```
    while q:
        index = minimal_f(q)
        current = q[index]
        if current.name == end:
            print("Ответ: "  + str(current))
            return True
         print("Удаляем " + "'" + q[index].name + "'" + " из списка рассматриваемых вершин")
        q.pop(index)
            print("Записываем " + "'" + current.name + "'" + " в список посещенных вершин")
        u.append(current)

        for i in range(len(graph)):
            if current.name == graph[i].src:
                print("Находим смежную вершину для " + "'" + current.name + "'" + " с наименьшей эвристикой и наименьшим весом")
                neighbor = Vertex(graph[i].dest, current,
                                  abs(ord(end) - ord(graph[i].dest)) + graph[i].weight + current.g,
                                  graph[i].weight + current.g)
                print("Выбрана вершина: " + "'" + neighbor.name + "'")
                l = str(graph[i].weight)
                print("Вес текущего ребра " + "'" + current.name + neighbor.name + "'" + " равен: " + l)
                if neighbor in u:
                    continue

                if neighbor not in q:
                    q.append(neighbor)
```

```
                    print("Записываем " + "'" + neighbor.name + "'" + "в список
рассматриваемых вершин")
            else:
                index_neighbor = q.index(neighbor)

                if neighbor.g < q[index_neighbor].g:
                    print("Заменяем " + "'" + q[index_neighbor].name + "' на '" +current
+ "'")
                    q[index_neighbor].src = current
                    q[index_neighbor].g = neighbor.g
                    q[index_neighbor].f = neighbor.f
    return False


if __name__ == "__main__":
    begin, last = input().split()
    graph = []
    edges = []
    data = sys.stdin.readline()
    while data.strip():
        src, dest, weight = data.split()
        weight = int(float(weight))
        graph.append(Edge(src, dest, weight))
        edges.append((src, dest))
        data = sys.stdin.readline()
    G = nx.DiGraph()
    for i in range(0, len(graph)):
        G.add_edge(graph[i].src, graph[i].dest, weight=graph[i].weight)
    pos = nx.spring_layout(G)
    nx.draw_networkx_nodes(G, pos, cmap=plt.get_cmap('jet'),
```

```
                    node_color='r', node_size=500)
nx.draw_networkx_labels(G, pos)
nx.draw_networkx_edges(G, pos, edgelist=edges, edge_color='r', arrows=True)
labels = nx.get_edge_attributes(G, 'weight')
nx.draw_networkx_edge_labels(G, pos, edge_labels=labels)
plt.show()

A1(graph, begin, last)
```