

UNMDP - Análisis Numérico

Endurecimiento de Camisas de Cilindros

Grupo 11

- Gutierrez Luca
- Guzman Abril
- Haag Franco

Ayudante

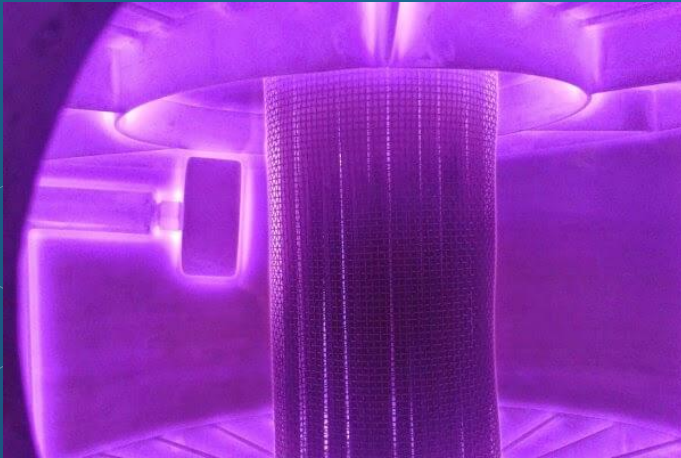
Ayarzabal Ezequiel



Procesos de endurecimiento del acero

Nitruración

- Atmósfera de amoníaco



Carburización

- Atmósfera rica en carbono

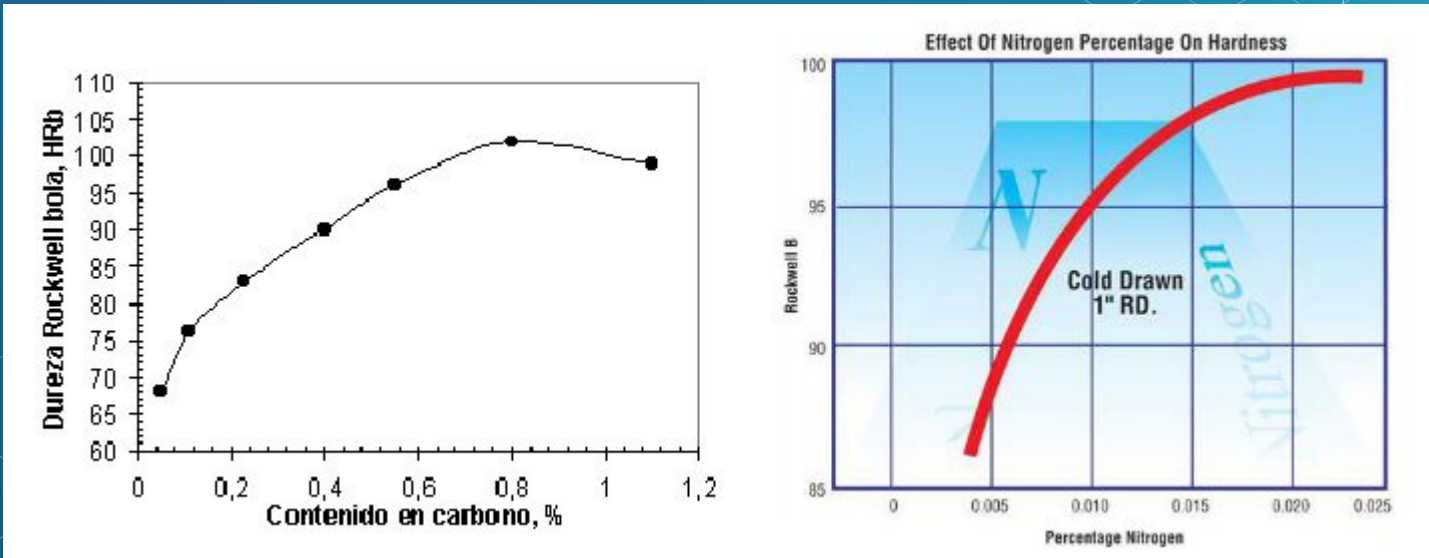


Detalles del problema

- Nitrurar: 700
- Carburizar: 1350
- Diámetro interior: 4"
- Espesor: 3mm
- Capa de 0,05mm con dureza de 95HRb



Gráficos dureza-concentración



Métodos de aproximación

Lagrange

- Polinomio interpolante
- Grado 6 para el carbono
- Grado 4 para el nitrógeno
- Bueno para valores exactos

Mínimos cuadrados

- Polinomio no interpolante
- Grado 3
- Bueno para valores experimentales



Concentraciones obtenidas

Método utilizado: Bisección

Carbono:

- Mínimos cuadrados: **0.495%**
- Lagrange: 0.514%

Nitrógeno:

- Mínimos cuadrados: **0.01005%**
- Lagrange: 0.01%

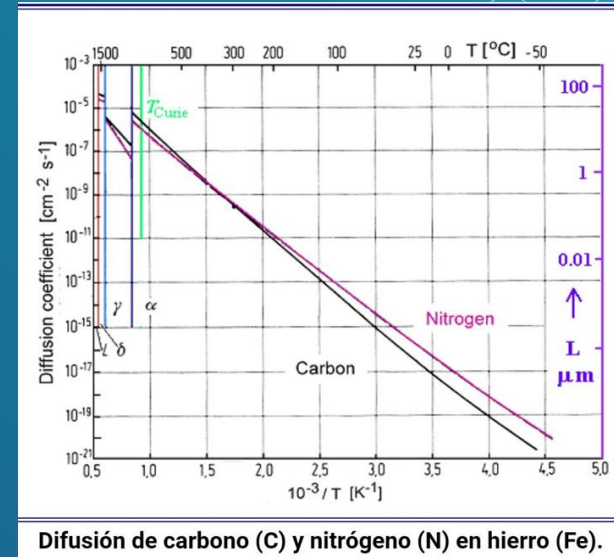
Obtención del Coeficiente de difusión (D_{ab})

En general el coeficiente de difusión tiene una dependencia tipo Arrhenius como la siguiente: $D_{ab} = D_0 e^{-Q/RT}$

En este caso utilizamos el siguiente gráfico, que nos permite obtener el coeficiente buscado a diferentes temperaturas.

VALORES ELEGIDOS:

- Carbono - 650°C = 1E-6
- Carbono - 800°C = 1.2E-6
- Nitrógeno - 650°C = 0.8E-6
- Nitrógeno - 800°C = 1E-6



Difusión de carbono (C) y nitrógeno (N) en hierro (Fe).

Presentación de la ecuación

El problema que estudiamos está gobernado por la siguiente ecuación :

$$\frac{\partial C_a}{\partial t} = D_{ab} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial C_a}{\partial r} + \frac{\partial^2 C_a}{\partial r^2} \right]$$

La anterior es la ecuación que representa la difusión de un gas "a" en un cilindro hueco.

Elección del método

$$\frac{\partial C_a}{\partial t} = D_{ab} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial C_a}{\partial r} + \frac{\partial^2 C_a}{\partial r^2} \right]$$

Analizando la ecuación antes presentada notamos que se trata de una EDDP Parabólica.

Decidimos resolverla utilizando el método explícito

Discretización de la ecuación

Partiendo de la ecuación presentada anteriormente comenzamos por discretizar sus componentes por el método de diferencias finitas.

$$\frac{\delta C}{\delta t} = \frac{C_i^{j+1} - C_i^j}{\Delta t}$$

Diferencia ascendente para el tiempo

$$\frac{\delta C}{\delta r} = \frac{C_{i+1}^j - C_{i-1}^j}{2 * \Delta r}$$

Diferencia centrada para la derivada espacial

$$\frac{\delta^2 C}{\delta r^2} = \frac{C_{i+1}^j - 2 * C_i^j + C_{i-1}^j}{(\Delta r)^2}$$

Discretización de la ecuación

Introducimos las discretizaciones en la ecuación general:

$$\frac{C_i^{j+1} - C_i^j}{\Delta t} = D_{ab} \left[\frac{1}{r} * \frac{C_{i+1}^j - C_{i-1}^j}{2 * \Delta r} + \frac{C_{i+1}^j - 2 * C_i^j + C_{i-1}^j}{(\Delta r)^2} \right]$$

Y despejamos C_i^{j+1}

$$C_i^{j+1} = \Delta t * D_{ab} \left[\frac{1}{r} * \frac{C_{i+1}^j - C_{i-1}^j}{2 * \Delta r} + \frac{C_{i+1}^j - 2 * C_i^j + C_{i-1}^j}{(\Delta r)^2} \right] + C_i^j$$

Geometría del problema

Dado que la ecuación dada es unidimensional nos damos cuenta que podemos simplificar el problema aprovechando la geometría de la pieza.

Observando la geometría notamos que podemos simplemente analizar un corte del cilindro en la dirección radial entre el diámetro interior y exterior.



Condiciones iniciales y de contorno

Cada proceso presenta diferentes condiciones iniciales y de contorno.

Carburización

-Condiciones de contorno:

$$\left\{ \begin{array}{ll} r=R_i, & C_{\text{carbono}} = 0.8 \\ r=R_e, & C_{\text{carbono}} = 0 \end{array} \right.$$

-Condiciones iniciales:

$$C_{\text{carbono}} (\text{dentro del material}) = 0.15$$

Nitruración

-Condiciones de contorno:

$$\left\{ \begin{array}{ll} r=R_i, & C_{\text{nitrógeno}} = 0.022 \\ r=R_e, & C_{\text{nitrógeno}} = 0 \end{array} \right.$$

-Condiciones iniciales:

$$C_{\text{nitrógeno}} (\text{dentro del material}) = 0$$

Análisis de estabilidad

Primer análisis:

(Ejemplo de análisis con caso carburización a 650°C)

-Prueba de distintos valores de dx y dt .

observaciones:

-Estabilidad para $dx=0.005$

- dt elegido=8 segs.

Carbono - 650°C

dx (cm)	dt (seg)	Valor en punto (min)
0.005	12	14.8
0.005	10	14.67
0.005	8	14.67
0.005	5	15.75
0.005	1	14.73
0.005	0.1	14.73
0.0025	8	Inestable

Seguimos analizando:

- Se analizaron posibles errores por las unidades utilizadas.
- Se trató de encontrar una relación entre el dx y el dt .

Conclusiones:

- La estabilidad depende mayoritariamente del dx .
 - Razón posible: Miembro de dx al cuadrado en la ecuación.
- Decidimos continuar con los **valores del primer análisis**, repitiéndolo para el resto de los casos.

Valores finales

Una vez obtenidos los tiempos para 100 piezas por horno, realizamos los cálculos necesarios para obtener los valores finales de cada proceso:

Proceso	Temperatura (°C)	Unidades	Tiempo total (hs)	Costo total (\$)
Carburización	650	1350	3.422	\$10608.90
Carburización	800	1350	2.862	\$12593.78
Nitruración	650	700	0.632	\$1959.02
Nitruración	800	700	0.505	\$2224.44



Conclusión

- Escenario más económico: Horno a 650 °C.
- El escenario de 800 °C permite agilizar los tiempos de producción.