

UNMDP – ANALISIS NUMERICO

Trabajo final

Endurecimiento de camisa de
un cilindro

Grupo 11:
Gutierrez, Luca
Guzman, Abril
Haag, Franco

Ayudante: Ayarzabal, Ezequiel

Endurecimiento de camisa de un cilindro

Introducción

Se necesitan nitrurar un total de 700 camisas y carburizar un total de 1350 de camisas de acero al carbono. La cementación o carburación, es uno de los métodos más antiguos para producir un endurecimiento en la superficie de piezas de acero. En este tratamiento, el metal ferroso es expuesto a una atmósfera rica en carbono lo que promueve la absorción y posterior difusión del carbono en la superficie del metal. Para la nitruración, el metal es expuesto a amoníaco el cual se descompone en hidrógeno y nitrógeno. Este último en contacto con la superficie del metal forma nitruro de hierro, un compuesto de gran dureza.

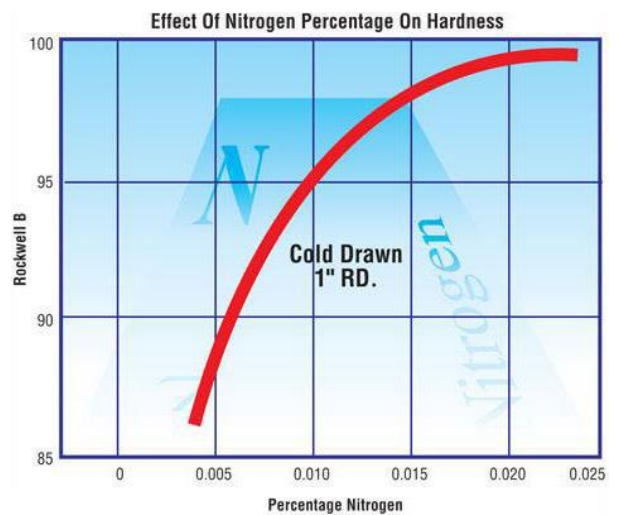
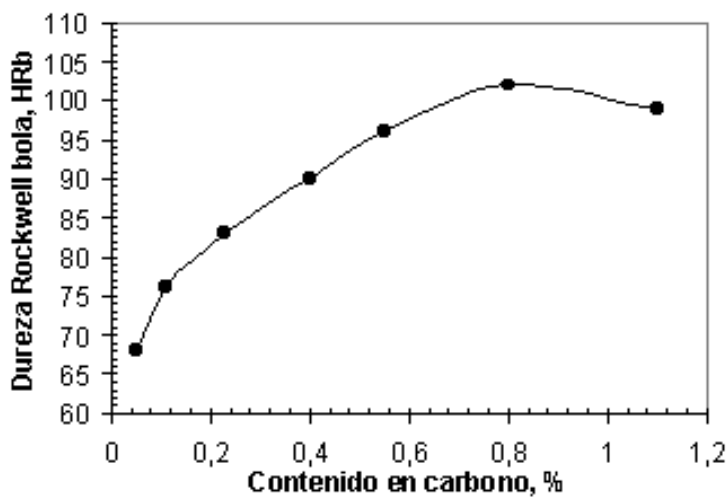
Ambos procesos se realizan mediante la utilización de un horno a gas, lo cual conlleva uno de los mayores costos del proceso.

Para nuestro caso en particular se nos presentan dos escenarios: un horno a 650°C y otro a 800°C. El objetivo de este trabajo es obtener la opción más económica para ambos casos aplicando métodos numéricos.

Desarrollo

Obtención de las concentraciones

Para poder realizar la aproximación de las funciones y obtener cuál es el contenido de carbono y nitrógeno requerido, se procedió a extraer puntos de los gráficos proporcionados.



Contenido de nitrógeno	Dureza	Contenido de carbono	Dureza
0.005	88	0.04	68
0.01	95	0.1	76
0.015	98	0.22	83
0.02	99	0.4	90
0.024	99	0.54	96
		0.8	102
		1.1	99

Para cada conjunto de puntos se utilizaron dos métodos diferentes para comparar los resultados obtenidos. Los métodos seleccionados son Lagrange y Mínimos cuadrados. Para obtener el valor de concentración a partir de un valor de dureza dado (en este caso, 95 HRb), utilizamos el método de Bisección.

Resultados para el carbono

- Con mínimos cuadrados el polinomio obtenido fue:

$$2.31953889682 x^3 - 49.67750191199 x^2 + 81.597701567074 x + 66.484281787438$$

Concentración obtenida: 0.4954224

- Con lagrange el polinomio obtenido fue:

$$-1010.627 x^6 + 3702.1966 x^5 - 5304.1098 x^4 + 3715.9877 x^3 - 1329.563 x^2 + 269.535 x + 59.121$$

Concentración obtenida: 0.51508

Resultados para el nitrógeno

- Con mínimos cuadrados el polinomio obtenido fue:

$$2040547.4304 x^3 - 137284.2731 x^2 + 3089.2829 x + 75.7433$$

Concentración obtenida: 0.010054

- Con lagrange el polinomio obtenido fue:

$$-73517126.1487 x^4 + 6342522.9741 x^3 - 224327.4854 x^2 + 3792.8154 x + 73.8972$$

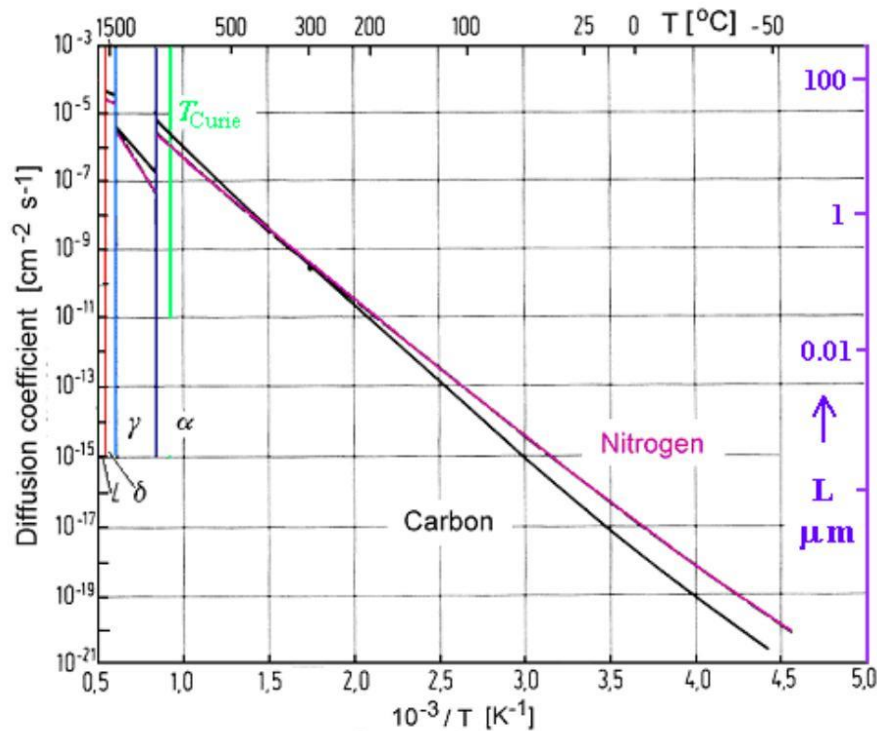
Concentración obtenida: 0.01 (Este resultado es coherente ya que se trata de un polinomio interpolante)

Elegimos tanto Lagrange como Mínimos cuadrados ya que estos permiten aproximar la función por más de que los datos no se encuentren equiespaciados. Así pudimos comparar los resultados de la concentración buscada utilizando dos métodos distintos para encontrar la función y luego utilizando el método de bisección para encontrar el valor de concentración necesaria para la dureza deseada.

Una vez que comparamos los resultados y notamos que son coherentes entre si, decidimos quedarnos con el de Mínimos cuadrados ya que se ajusta mejor a los datos experimentales, ya que no estamos trabajando con un polinomio interpolante, y este no

debe pasar estrictamente por los puntos dato, teniendo así en cuenta por ejemplo el error de medición que se puede dar experimentalmente.

Obtención del coeficiente de difusión (D_{ab})



Difusión de carbono (C) y nitrógeno (N) en hierro (Fe).

Fuente: https://www.tf.uni-kiel.de/matwis/amat/iss/kap_5/illustr/s5_2_3d.html

Valores elegidos:

- Carbono - $650^{\circ}\text{C} = 1\text{E}-6$
- Carbono - $800^{\circ}\text{C} = 1.2\text{E}-6$
- Nitrógeno - $650^{\circ}\text{C} = 0.8\text{E}-6$
- Nitrógeno - $800^{\circ}\text{C} = 1\text{E}-6$

Discretización de la ecuación de difusión

En primer lugar determinamos que la ecuación dada es del tipo EDDP Parabólica. Dada la discretización usada y el tipo de ecuación, el método que elegimos para analizar el problema es el explícito.

$$\frac{\partial C_a}{\partial t} = D_{ab} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial C_a}{\partial r} + \frac{\partial^2 C_a}{\partial r^2} \right]$$

Discretizando los componentes:

$$\frac{\delta C}{\delta t} = \frac{C_i^{j+1} - C_i^j}{\Delta t}$$

$$\frac{\delta C}{\delta r} = \frac{C_{i+1}^j - C_{i-1}^j}{2 * \Delta r}$$

$$\frac{\delta^2 C}{\delta r^2} = \frac{C_{i+1}^j - 2 * C_i^j + C_{i-1}^j}{(\Delta r)^2}$$

Finalmente:

$$\frac{C_i^{j+1} - C_i^j}{\Delta t} = D_{ab} \left[\frac{1}{r} * \frac{C_{i+1}^j - C_{i-1}^j}{2 * \Delta r} + \frac{C_{i+1}^j - 2 * C_i^j + C_{i-1}^j}{(\Delta r)^2} \right]$$

Despejando C para el tiempo j+1:

$$C_i^{j+1} = \Delta t * D_{ab} \left[\frac{1}{r} * \frac{C_{i+1}^j - C_{i-1}^j}{2 * \Delta r} + \frac{C_{i+1}^j - 2 * C_i^j + C_{i-1}^j}{(\Delta r)^2} \right] + C_i^j$$

Análisis de estabilidad

Carbono - 650°C

dx (cm)	dt (seg)	Valor en punto (min)
0.005	12	14.8
0.005	10	14.67
0.005	8	14.67
0.005	5	15.75
0.005	1	14.73
0.005	0.1	14.73
0.0025	8	Inestable

Cualquier valor menor a 0.005 de dx produce inestabilidad, independientemente del dt que tomemos.

Probamos variar las unidades para eliminar la posibilidad de errores de representación numérica, pero los resultados fueron similares.

Se investigó conseguir otros valores de dx de manera analítica y buscando una relación con dt. El único valor encontrado para el que los resultados son tanto estables como coherentes con el problema es $dx=0.005$.

Por el lado de dt, consideramos el valor para $dt=8$ ya que se encuentra en el centro del intervalo de estabilidad, además de repetirse el resultado.

Nitrógeno - 650°C

dx (cm)	dt (seg)	Valor en punto (min)
0.005	8	5.47
0.005	5	5.42
0.005	1	5.42
0.005	0.1	5.42
0.005	0.01	5.4223
0.0025	8	Inestable
0.0025	5	Inestable
0.0025	1	17.22

0.0025	0.1	17.223
0.00125	1	Inestable

En contraste con el caso del carbono, pudimos obtener valores estables para un dx menor a 0.005. Sin embargo, el rango de estabilidad en relación a dt es mucho menor en comparación. Es por esto que decidimos mantener un valor de 0.005 para el dx .

En el caso de dt , elegimos 1 por razones análogas al caso del carbono.

Carbono - 800°C

dx (cm)	dt (seg)	Valor en punto (min)
0.005	12	Inestable
0.005	10	12.33
0.005	8	12.26
0.005	1	12.28
0.005	0.1	12.28
0.005	0.01	12.30

Nitrógeno - 800°C

dx (cm)	dt (seg)	Valor en punto (min)
0.005	8	4.26
0.005	5	4.33
0.005	1	4.33
0.005	0.1	4.33
0.005	0.01	4.34
0.0025	8	Inestable

Valores Finales

Proceso	Temperatura (°C)	Unidades	Tiempo total (hs)	Costo total (\$)
Carburización	650	1350	3.422	\$10608.90
Carburización	800	1350	2.862	\$12593.78
Nitruración	650	700	0.632	\$1959.02
Nitruración	800	700	0.505	\$2224.44

Conclusión

Tras haber analizado los valores obtenidos, se puede concluir que ambos procesos resultan más económicos si se realizan en el horno de 650 °C. Sin embargo, dado que la diferencia entre los valores obtenidos para los distintos hornos es pequeña, se puede también concluir que con un gasto no muy mayor se pueden agilizar los tiempos de producción lo cual también resulta beneficioso.

Bibliografía

Carburización

<https://www.birlosatsa.com/site/web/app.php/es/servicios/tratamientos-termicos>

Nitruración

<https://www.quimica.es/enciclopedia/Nitruraci%C3%B3n.html>

Coeficientes de difusión

https://www.tf.uni-kiel.de/matwis/amat/iss/kap_5/illustr/s5_2_3d.html