La méthode du Coussin et Améliorations

Professeur : Sylvain CHAMPONNOIS
Etudiants : Nabil LAHMER et Milan HUANG

Introduction

Durant ces dernières années, nous pouvons identifier de différentes crises (économiques, sanitaires, guerre etc…) et de différentes décisions annoncées par les Banques Centrales, ayant plus ou moins impactées le cours du marché. Si certains impacts peuvent être directs, comme la crise de 2008 suite à l'effondrement du marché de l'immobilier, causant la faillite de Lehman Brother, d'autres impacts peuvent être indirects, comme la décision sur la hausse des taux, annoncée par les banques centrales l'année dernière, causant progressivement la faillite de la Silicon Valley Bank et Crédit Suisse (racheté par UBS) en raison d'un mouvement de panique et du secteur impacté. La « faillite » d'une entreprise semble être un exemple extrême, mais il peut y'avoir d'autres risques qui doivent être pris en comptes. Si certaines sociétés de gestions et banques ont pu résister à ces évènements, c'est essentiellement grâce à leurs équipes de risques management, et peut-être des équipes de stratégistes présentant aux investisseurs averses aux risques (particuliers, professionnels etc…) des stratégies défensives. A travers ce rapport, nous allons vous présenter le modèle Constant Proportion Portfolio Insurance (CPPI), qui est un produit structuré très connus en Assurance de Portfolio. Avant de présenter le modèle du CPPI, nous allons tout d'abord décrire les métriques pouvant être intéressantes à prendre en considération.

0.0. Métriques

Les métriques sont des mesures quantitatives utilisées dans le monde professionnel afin de pouvoir décrire les données, comparer des résultats etc… Notre stratégie étant un modèle défensif, il est logique de comparer le fond (CPPI sans ou avec amélioration) avec l'indice boursier, c'est-à-dire le marché/l'actif risqué. On note N le nombre d'échantillon sur notre données.

0.1. La moyenne d'un rendement

La moyenne est une mesure statistique très utilisé pour décrire la valeur centrale d'un ensemble de données. Ici, notre but est de calculer la moyenne des rendements quotidiens. Soit r_t le rendement de l'actif risqué au temps t, où :

$$r_t = \frac{E_t - E_{t-1}}{E_{t-1}}$$

La moyenne des rendements s'écrit alors ainsi :

$$\bar{r} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} r_i$$

0.2. La variance et l'écart-type

La variance, notée $\mathbb{V}[\bullet]$ représente le moment centré d'ordre 2 d'une distribution. Il s'agit l'écart des données par rapport à la moyenne, au carré de notre distribution. L'écart-type, noté $\sigma_{\bullet}$, représente la racine carrée la variance.

$$\begin{aligned} \mathbb{V}[X] &= \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})^2\,, \\ \sigma_X &= \sqrt{\mathbb{V}[X]} \end{aligned}$$

Ils sont connus pour être des mesures de dispersion des données par rapport à la moyenne.

0.3. La volatilité et la volatilité annualisée

En finance, la volatilité d'un actif est très souvent interprétée comme étant l'écart-type des rendements, bien que certains auteurs prennent d'autres éléments pour décrire ce qu'est une volatilité. Nous allons quand même utiliser l'écart-type des rendements pour calculer la volatilité, en pourcentage.

$$\begin{aligned} \mathbb{V}[r] &= \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(r_i - \bar{r})^2\,, \\ \sigma_r &= \sqrt{\mathbb{V}[r]} \end{aligned}$$

La volatilité annualisée représente la volatilité d'un rendement, que l'on va multiplier par la racine du nombre de Business days par an.

$$\sigma_{\text{annualized}} = \sigma_r \times \sqrt{252}$$

Aussi exprimée en pourcentage, il décrit la dispersion des données par rapport à la moyenne

0.4. Le coefficient de variation

Le coefficient de variation permet de quantifier l'écart des données par rapport à sa moyenne sous forme de pourcentage.

$$\text{coeff}_{var} = \frac{\sigma_X}{\bar{X}}$$

Il est plus logique de calculer le coefficient de variation du cours boursiers plutôt que de ses rendements. En effet, la moyenne des rendements s'approche vraisemblablement de 0, pouvant rendre le coefficient de variation infiniment grand.

0.5. Rendement annualisé

Le rendement annualisé représente un taux mesurant le rendement d'un investissement ou d'une activité sur la base annuelle.

$$r^{\text{ann}} = \left(\frac{VL_{finale}}{VL_{initiale}}\right)^{\frac{1}{\text{nb année}}} - 1$$

0.6. Maximum DrawDown

S'il y'a un outil statistique à prendre en considération, il s'agit du "Maximum Drawdown" (ou drawdown maximal) qui permet mesurer la perte maximale subie par un investissement ou un portefeuille depuis son plus haut niveau historique jusqu'à son point le plus bas, avant de commencer à se redresser. En d'autres termes, il s'agit de la plus grande baisse en pourcentage du capital investi par rapport à la valeur la plus élevée précédemment atteinte. Le MDD se calcul via la formule suivante (où $\mathrm{M_t}$ est le maximum DrawDown entre une période et une autre):

$$\boxed{\mathrm{M_{t:t+h}} = \frac{max(\text{index}) - min(index)}{max(index)}}$$

0.7. La Valeur à Risque

La valeur à risque, ou value-at-risk notée VaR, au niveau de risque $\alpha\%$ et à l'horizon $h \in \mathbb{N}^*$ est le quantile d'ordre $(1-\alpha)$ d'une distribution de perte.

$$\mathrm{VaR}_{t,h}(\alpha) \coloneqq \inf\{x: \mathbb{P}_t(L \leq x) \geq 1-\alpha\}$$

Il s'agit de la perte maximale qu'un investissement peut générer avec un intervalle de confiance de $\alpha\%$ et un horizon donné.

0.8. Expected Shortfall

La Conditional Value at Risk (CVaR), ou expected shortfall, à un niveau de confiance de **m**% mesure la perte attendue au-delà de la VaR. Elle est de **m**%, ce qui signifie que si le portefeuille subissait une perte au-delà de la VaR, la perte moyenne serait de **m**%.

0.9. Semi-variance et semi-déviation

Ces mesures peuvent être essentielles pour étudier la variance (resp. volatilité) des rendements négatives. Autrement dit, nous prenons une nouvelle liste de données où il n'y a uniquement des rendements négatifs et nous calculons sa variance ainsi que son écart-type.

1.0. Présentation du Modèle

La méthode du Coussin, ou le CPPI (Constant Proportion Portfolio Insurance) est une stratégie bien connue en Assurance du portefeuille, proposée par Leland et Rubinstein dans les années 80's. L'objectif est de pouvoir allouer un certain montant entre une partie risqués (S&P 500, EUROSTOXX600, CAC40…) et une partie non-risqué (Obligation, Zero-Coupon, Devise…) en fonction de certains paramètres, tout en reconnaissant l'existence de certains risques. Cette stratégie admet plusieurs paramètres. Bien-sûr, ce rapport propose également une amélioration du modèle CPPI, ce qui nous poussera à augmenter le nombre de paramètres avec l'implémentation. Nous notons :

- La valeur liquidative VL,
- L'actif risqué E,
- L'actif non-risqué M,
- Le plancher P,
- Le coussin C,
- Le multiple-cible $m \neq m_t$ multiple au temps t

1.1. Objectifs et Mécanisme

Précédemment, nous avons présenté un seul objectif de cette stratégie, qui consiste à allouer l'investissement initial entre l'actif risqué et l'actif non-risqué. Mais comment ?

Dans la méthode du coussin, la valeur liquidative peut s'écrire de deux façons différentes. Soit $t \in [0, T]$, où $t = 0$ représente le temps initial auquel le client souhaite investir et $t = T$ représente la maturité.

$$\begin{aligned} VL_t &= E_t + M_t, \quad (1) \\ &= P_t + C_t, \quad (2) \end{aligned}$$

Nous rajoutons également le fait que :

$$\begin{aligned} E_t &= m_t \times C_t, \quad (3) \\ &\Leftrightarrow \\ m_t &= \frac{E_t}{C_t} \quad (4) \end{aligned}$$

Même si sur le papier de recherche de Tham PHAM THI HONG, le multiple-cible peut être optimal en fonction de certains critères liés à l'actif risqué, dans notre cas, ça sera au client de le choisir.

Une fois que ces éléments soient pris en compte dans le calcul, le jour suivant, la valeur liquidative va subir un mouvement en raison de l'actif risqué. Le but du gérant est de réajuster les calculs tel que le multiple actuel m_t soit égal au multiple-cible m.

Nous allons nous intéresser à l'équation (3) et (4). Pour que le multiple actuel soit égal (ou approximativement) au multiple-cible, $m_t = m$,

- Si $m_t \times C_t < E_t$, alors il faut acheter $m_t \times C_t - E_t$ actif risqué en vendant de l'actif non-risqué
- Si $m_t \times C_t > E_t$, alors il faut acheter $m_t \times C_t - E_t$ actifs non-risqué en vendant de l'actif risqué.

Nous allons donc devoir rajouter quelques notations :

- Le flux (en abs) vers l'actif risqué $F_t = m_t \times C_t - E_t$,
- L'actif risqué après ajustement $E_t^a = E_t + F_t$,
- L'actif non-risqué après ajustement $M_t^a = M_t - F_t$,
- Le multiple après ajustement $m_t^a = E_t^a / C_t$

Le Plancher, sera déterminé par le client en termes de pourcentage (0 < garanti < 1), et doit être actualisé au fur et à mesure, autrement dit, soit g le taux de garanti :

$$P_t = \frac{g \times VL_0}{\left(1 + \frac{r}{100}\right)^{\text{nb\_année} - \frac{t}{\text{nb\_période}}}}$$

Où le nb période représente le nombre de Business day d'un an (ici, on n'a pas pris exactement 252). Lorsque la Valeur Liquidative a franchi le Plancher, on dit que le Fond se monétarise totalement. Autrement dit, toute la partie risquée sera convertie sur la partie non-risquée, et jusqu'à maturité.

1.2. Contraintes additionnelles

Une hypothèse sur cette stratégie est le fait de pouvoir acheter une quantité non-entière des actifs, c'est-à-dire 0.05 fois l'actif risqué par exemple. De plus, le modèle ci-dessus n'est pas complet. En effet, si nous continuons par récurrence, nous pouvons constater l'existence d'un moment où l'actif-risqué ou non-risqués après ajustement devienne(nt) négatif(s). Pour éviter ce problème, nous avons décidé d'ajouter des contraintes :

- Si $F_t > 0$, alors il faut vendre F_t€ de l'actif non-risqué pour pouvoir acheter F_t€ d'actif risqué. En revanche,
    - Si la part non-risquée n'est pas suffisante, alors nous pouvons qu'acheter M_t€ $< F_t$€ d'actif risqué.
    - Si elle est nulle, alors nous ne pouvons pas ajuster la partie risquée.
- Si $F_t < 0$, alors il faut vendre $|F_t|$€ de la partie risquée pour pouvoir acheter $|F_t|$€ de la partie non-risquée. En revanche,
    - Si la part risquée n'est pas suffisante, alors nous ne pouvons qu'acheter E_t€ $< |F_t|$€ d'actif non-risqué,
    - Si elle est nulle, alors nous ne pouvons pas ajuster la partie non-risquée.

Cette remarque est importante, car le multiple après réajustement peut être différente à celui fixé par le client. Autrement dit, au mieux des cas, $m_t^a = m$, mais cette égalité peut ne pas toujours être respectée (sauf si en tant que gérant, nous acceptons des montants négatifs d'actif risqué et non risqué).

Une autre contrainte à prendre en compte se centre sur le multiple-cible d'initialisation. En effet, l'équation (3) indique que la partie risquée est déterminé en multipliant le coussin par le multiple. Or, si le client fixe un multiple-cible très élevée, tel que $m_0 \times C_0 = E_0 > VL_0$, alors mathématiquement, pour que l'inégalité deviennent une égalité, il faut que la partie risquée devienne négative, ce qui ne serait pas possible. De ce fait, nous avons fixé :

$$E_0^t \quad = \quad VL_0 \quad \Rightarrow \quad m_0^a \quad = \quad \frac{VL_0}{C_0}$$

Dans la théorie, la monétarisation s'active lorsque $VL_t = P_t \Rightarrow C_t = 0$. En revanche, nous avons décidé d'inclure un « temps de réflexion ». Autrement dit, c'est lorsque $VL_t < P_t$ au temps t où on se monétarise totalement au temps $t + 1$. Nous avons décidé d'ajouter cet aspect de « temps de réflexion » car en faisant du backtesting, on n'a que les valeurs closes de nos données, et pas les valeurs à l'ouverture du marché ni les valeurs intermédiaires.

1.3. Données et Implémentation

A travers ce rapport, les données peuvent être différentes. Par exemple, d'un moment, nous pouvons prendre un taux fixe en termes d'actifs non-risqué, et d'un autre moment, nous pouvons en prendre un taux variable, comme le taux EONIA qui a été remplacé par l'indice €STR.

1.3.1. Données

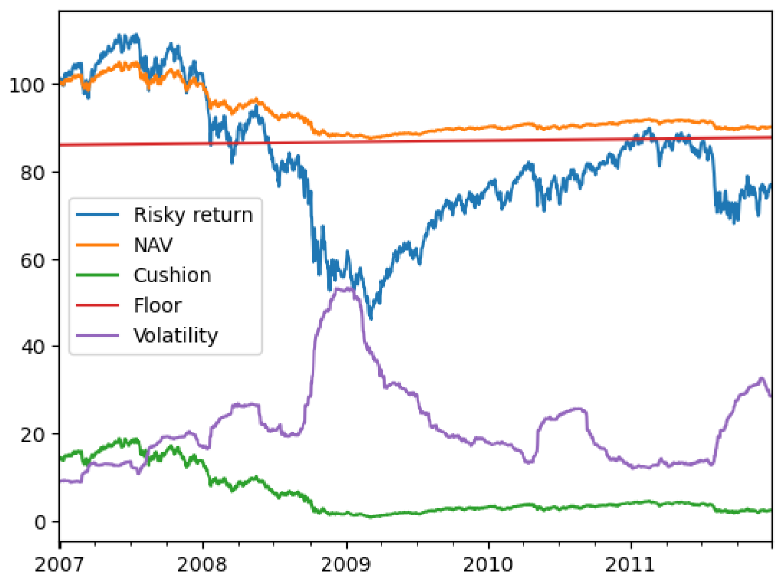
Pour ce modèle CPPI de Base, nous allons utiliser :
- L'EUROSTOXX 600 pour la partie risquée,
- Une obligation fixe à 2% pour la partie non-risquée

1.3.2. Structure et Implémentation

Nous avons créé deux classes :

- Information, qui prend en paramètre :
  - La DataFrame de l'actif risqué,
  - La DataFrame de l'actif non-risqué,
  - L'investissement initial = 100,
  - Le capital garanti = 95%,
  - La date d'investissement (pouvant être une année, ou une date précise) = « 2007 »,
  - L'horizon (en année) = 5,
  - Le multiple = 4.

  Cette classe permettra de nettoyer les données et d'en extraire certaines. Dedans, se trouve plusieurs méthodes, nous en citerons en deux les plus importante.
  - L'une des méthodes consiste à zoomer entre la date initiale d'investissement et la date finale.
  - Une autre consiste à renvoyer une dataframe ayant en colonne :
    - Les rendements quotidiens de l'actif risqué,
    - L'actif non risqué,
    - La volatilité,
    - Le temps t



1.3.3. Commentaire

Nous prenons une période de 5 ans, entre 2007-2012, sur laquelle nous pouvons identifier la célèbre crise de Subprime en 2008, qui s'arrête en début 2009. La courbe violette représente la volatilité annualisée sur une fenêtre de 90 jours. Durant cette période, la volatilité annualisée est très élevée, et expliquant par cette chute (aussi dite « risque de gap »). La dépression a eu lieu en 2008 suite à la crise immobilière, la revente des actifs de plus en plus abondante, la faillite de Lehman Brother etc… ces facteurs justifient une année catastrophique d'un point de vue local (Etats-Unis) et macro. En ce qui concerne notre fond, avec un multiple-cible de 4, et un plancher correspondant à 95% de l'investissement initiale, en tenant compte d'un facteur d'actualisation, nous observons que :

- Entre 2007 et 2008, le fond et l'actif risqué semblent être quasiment au même niveau (avec des écarts epsilonesque).
- Lorsque la crise a eu lieu, nous pouvons voir que le coussin (donc l'écart entre la valeur liquidative et le plafond) s'affaiblit directement, rendant la part allouée à l'actif risqué très faible, voir quasi-nul. Comme annoncé précédemment, le « temps de réflexion » correspond au fait que l'on se monétarise totalement dès lors que le coussin devient négatif strictement. Or, en analysant soigneusement les chiffres[1], le coussin est toujours positif ou nul dans notre cas.
- A partir du moment où le cousin est proche de 0, la série semble être monétarisée, mais pas totalement, jusqu'à maturité.

A l'aide de la classe StatCPPI que l'on a développé, nous pouvons comparer les différentes métriques entre notre Fond CPPI avec l'actif risqué.

	Fund	Risky Asset
Mean (%)	-0.007593	-0.008836
Ann. Volatility (%)	5.008806	24.479794
Ann. Return (%)	-2.404677	-4.912967
MaxDrawDown (%)	-18.472780	-58.689846
Sharpe Ratio	-0.008701	-0.013709
VaR 5%	-0.004921	-0.024856
Exp. Shortfall	-0.008842	-0.036780
Semi Deviation (%)	0.349794	1.584666

2.0. Amélioration

2.1. Fixation d'une garantie glissante

Présentation :

Nous avons évoqué ce qu'est une période de « monétarisation ». Pour rappel, si le moment où la valeur liquidative a franchi le plancher (et donc un coussin nul, en théorie, ou négatif dans notre cas) pour la première fois, alors on monétarise totalement notre fond, consistant à tout investir sur la partie non-risqué. Cette règle peut être intéressante lorsqu'il y'a la présence d'une crise imprévisible. En revanche,

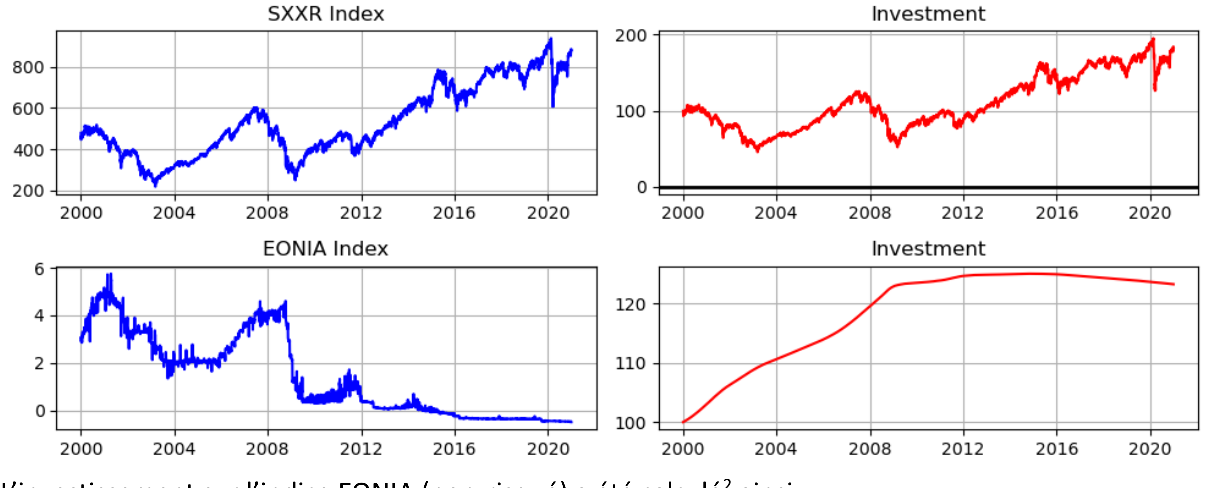
[1] Pour analyser, nous avons créé une fonction createxls(DataFrame, True) qui va convertir la DataFrame en en fichier excel, afin de voir l'existence de données incohérentes.

si le client a commencé à investir à partir de 2007 et qu'il se monétarise en 2008 (en raison de la crise), il sera obligé de détenir entièrement des actifs non-risqué jusqu'à maturité (c'est-à-dire 2012 s'il a décidé de fixer un horizon de 5 ans). De plus, même si la nous sommes très proches de la monétarisation (donc coussin (quasiment) nul)) sans l'être réellement, la partie risquée serait très faible. De ce fait, nous introduisant une règle de « Garantie Glissante » qui consiste à réinitialiser la valeur garantie (donc le plancher) sur un intervalle de temps régulier jusqu'à maturité. En termes d'implémentation, nous avons ajouté un paramètre sur notre classe Central_CPPI (qui, pour rappel, hérite de la classe Information). Il s'agit du paramètre ***activation = [a,b,...]***. A l'intérieur de cette liste, nous devons rentrer des valeurs réelles comprises entre 1 et 12. Par exemple, si **activation = [3,6,9,12]**, cela signifie que la garantie se réinitialise tous les premiers jours du mois de Mars, Juin, Septembre et Décembre (donc au total 4 fois par an), et si ***activation = [1]***, alors la réinitialisation de la garantie se fait tous les Janvier de chaque nouvelle années. Enfin, si ***activation = []***, alors on se retrouve avec le modèle du CPPI sans réinitialisation.

Données :

Nous allons prendre :
- L'EUROSTOXX 600 en actif risqué,
- L'EONIA en actif non-risqué.

Contrairement à la section (1.3), ici, l'actif non-risqué est variable. Nous prenons le taux EONIA qui peut se varier d'un jour à l'autre en fonction de certains paramètres (comme la décision de la banque centrale). La différence majeure entre ces deux cas, c'est que l'actif non-risqué est dynamique. La figure suivante montre :
- Les deux figures à gauche, représentent l'indice Eurostoxx 600 ainsi que le taux EONIA, de 1998 à 2023
- Les deux figures à droite, représentent le cas où on investit 100€ sur ces deux actifs.



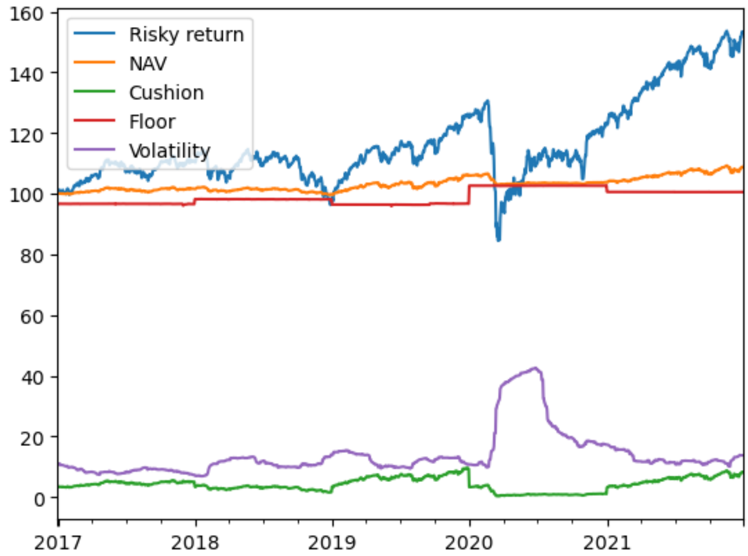
L'investissement sur l'indice EONIA (non-risqué) a été calculé[2] ainsi :

$$\boxed{\begin{array}{lcl} Invest_t & = & Invest_{t-1} \times \left(1 + \frac{eonia_t}{100} \times \frac{1}{365}\right) \\ avec & & \\ Invest_0 & = & 100 \end{array}}$$

[2] Les taux sont en nominal, il est donc normal de les diviser par 100. De plus, il faut les annualiser en divisant les taux (en pourcentage) par 365.

Implémentation :

En tenant compte de l'amélioration, la figure ci-dessous réinitialise la garantie tous les premiers[3] jours de janvier de l'année. En choisissant une garantie de 95%, un multiple de 5 et un horizon de 5 ans à partir de , nous obtenons la figure suivante :



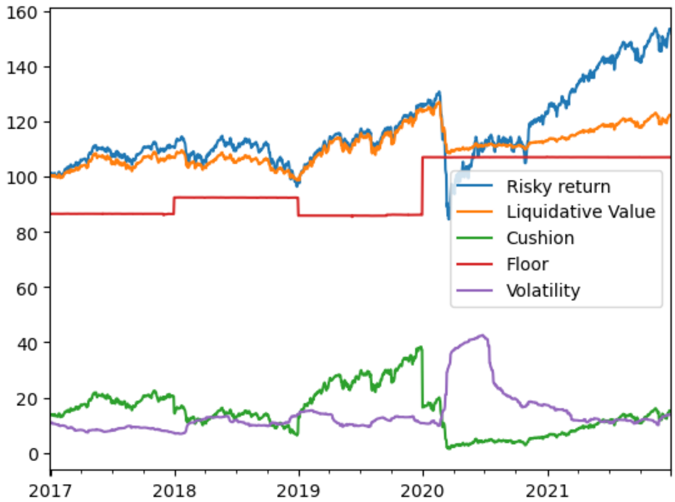
Commentaire :

- Premièrement, nous pouvons voir que la performance de l'actif risqué semble être supérieure (de loin) à celle du fond CPPI.
- Cette remarque est significative car l'écart entre la valeur liquidative et le plancher (donc le coussin) est très faible, la part allouée à la partie risquée est très faible, notre stratégie semble être quasiment (sans l'être) monétarisée, malgré une grande opportunité du marché ainsi que malgré une fenêtre glissante.
- Enfaite, il est très normal de constater cela, car à cette période, le taux d'intérêt EONIA est très faible (pour rappel, le plancher représente la garantie, 95% de la VL, actualisée avec un taux), voir négatif !

	EONIA Index
Dates	
2017-01-02	-0.356
2017-01-03	-0.348
2017-01-04	-0.345
2017-01-05	-0.354
2017-01-06	-0.356
...	...
2021-12-27	-0.491
2021-12-28	-0.490
2021-12-29	-0.493
2021-12-30	-0.495
2021-12-31	-0.505

[3] Premier jour ne signifie pas forcément le 1er . En effet, si le 1er est un Samedi ou Dimanche, alors le marché est fermé.

Nous pouvons donc conclure que le taux d'intérêt négatif ne rend pas le fond CPPI attractive lorsque la garantie est élevée. De ce fait, si toutes choses égales par ailleurs, nous abaissons la garantie à 80%, nous recevons la figure suivante :



Remarque : Le plancher, se calculant à l'aide d'un facteur d'actualisation, peut être relativement élevé en raison des taux d'intérêts négatifs que l'on observe sur cette période.

	Fund	Risky Asset
Return's Mean (%)	0.037671	0.026814
Ann. Volatility (%)	10.469476	16.063535
Var. Coeff. (%)	8.109041	11.826597
Ann. Return (%)	6.657523	8.904485
MaxDrawDown (%)	-20.087140	-35.362810
Sharpe Ratio	0.006751	0.008898
VaR 5%	-0.010406	-0.013837
Exp. Shortfall	-0.016670	-0.025042
Semi Deviation (%)	0.733243	1.135422

2.2. Multiple-cible variable en fonction de la volatilité

Cette amélioration décrit par l'article semble être intéressante en raison du fait que lorsque la volatilité est élevée, un multiple élevé du coussin peut rendre le Fond très risqué, nous appelons ce risque le Risque de Volatilité[4], qui semble être très élevé lorsque nous identifions un risque de Gap. En ce qui concerne l'implémentation, nous avons ajouté un paramètre **vol_opt = True/False**, qui consiste à gérer, ou non, les multiples du Fonds en fonction de la volatilité en fonction du choix du client. S'agissant des courbes violettes, il s'agit de la volatilité annualisée de l'actif risqué, exprimée en pourcentage, sur une fenêtre[5] active de 90 jours. Voici les conditions choisies par l'auteur, que l'on décide de respecter :

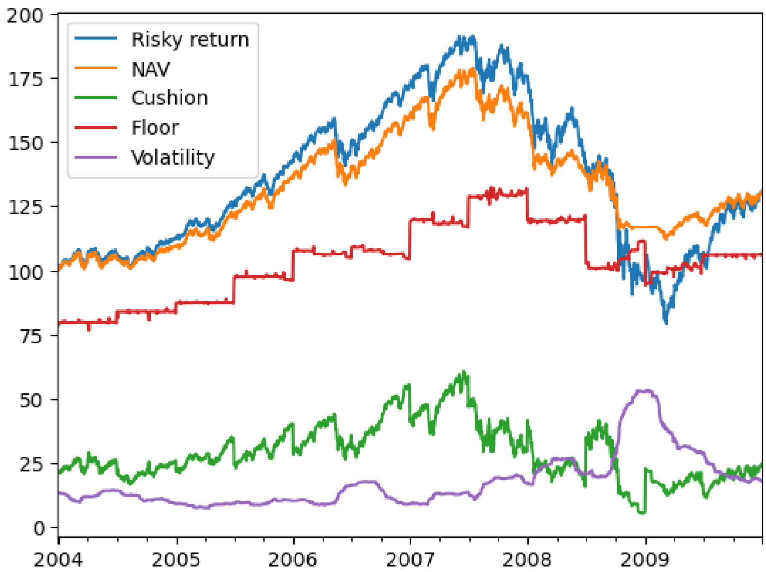
Volatilité	Multiple
$< 10\%$	5

[4] La relation est inverse, c'est-à-dire que plus la volatilité est élevée, moins le multiple le doit l'être

[5] Cette fenêtre a été choisie arbitrairement sans raison valables.

$10\% - 20\%$	4
$20\% - 30\%$	3
$30\% - 40\%$	2
$40\% - 50\%$	1
$> 50\%$	0

En reprenant exactement les mêmes données, c'est-à-dire l'Eurostoxx600 pour la partie risquée et l'EONIA pour la partie non-risquée, et en prenant comme paramètres un investissement initial de 100€, avec une garantie de 90%, à compter de 2004 sur un horizon de 6 ans avec un multiple[6] arbitraire de 3, et une garantie glissante telle que le paramètre d'**activation** (que l'on a défini sur la section 2.1) vaut **[1]** (c'est-à-dire une réinitialisation de la garantie tous les premiers jours ouvrés du mois de janviers). Nous nous retrouvons alors avec la figure suivante qui semble être très surprenant, comme indique le but de cette section, car la partie risquée est entièrement guidée par notre modèle d'amélioration en fonction des critères définis ci-dessus.



Commentaire :

- La présence du paramètre d'activation montre un effet escalier sur le plancher de notre stratégie, sur intervalle régulier d'un an, sur notre cas.
- La volatilité annualisée, sur une fenêtre active de 90 jours, semble être faible du début de la période d'investissement jusqu'en milieu 2008, qui entraine un multiple élevé, d'où le fait que le Fond CPPI semble pouvoir « prendre la confiance »
- A partir du 3e trimestre de 2008, lorsque la crise est arrivée, nous pouvons identifier deux cas :
    - Premièrement, la volatilité annualisée a pris son pique à un peu plus de 50%, entrainant une annulation du multiple en raison des critères définis plus haut,
    - Deuxièmement, vers la toute fin, un effet de monétarisation est déclenché en raison du fait que la valeur liquidative a franchi le plancher.
- Par la suite, étant donné que l'on a défini un critère de garantie glissante, le plancher s'est rabaissé l'année suivante afin de pouvoir réallouer significativement une partie risquée.

[6] Paramètre lié à l'implémentation, que l'on ne va pas utiliser en raison du fait que **vol_opt = True**.

	Fund	Risky Asset
Return's Mean (%)	0.025469	0.029057
Ann. Volatility (%)	11.808741	20.614160
Var. Coeff. (%)	15.962773	21.043642
Ann. Return (%)	7.119666	4.587889
MaxDrawDown (%)	-30.854152	-58.689846
Sharpe Ratio	0.003853	0.001709
VaR 5%	-0.012589	-0.019586
Exp. Shortfall	-0.018088	-0.031736
Semi Deviation (%)	0.810927	1.362738

Les statistiques montrent un effet positif de notre fond par rapport au cas où le client investit entièrement à l'actif risqué.

- Tout d'abord, la volatilité annualisée semble être plus faible sur notre fond (11%) par rapport à celle de l'actif risqués, cela est expliqué par le fait que le multiple suit inversement le niveau de volatilité sur une fenêtre de 90 jours, et qui s'annule lors de la période de crise.
- Sur l'effet relatif, en termes de montant, les données s'écartent de 15.96% (resp. de 21.04%) de la moyenne[7] pour le Fond (resp. l'actif risqué) pour les mêmes raisons que précédemment[8], avec une protection qui a diminué durant une courte période la variation du cours, en raison du fait que l'effet Monétarisation (Valeur liquidative en deçà du plancher) et l'effet d'Annulation du multiple (volatilité > 50%) se sont produits à partir du 3^{e} trimestre de l'année 2008.
- La semi-variance indique que volatilité annualisée des rendements négatifs est plus faible pour le Fond que pour l'Eurostoxx 600.
- Le rendement semble prendre son effet sur Fonds (7.11% de rendement sur 6 ans pour le Fond, contre -4.58% pour l'Actif risqué)

2.3. Ajout d'un critère supplémentaire : les décisions de la Banque Centrale Américaine

A l'aide de la partie Natural Language Processing (NLP), nous avons pu extraire une DataFrame de décision de la variation des taux d'intérêts avec,

- +1 si les taux vont monter,
- -1 si les taux vont baisser,
- 0 sinon (décision non significative ainsi que les jours où il n'y a pas eu de décision).

En comparant soigneusement cette dataframe, les taux de la FED suivent bien ce « **signal** ». Nous avons donc pensé à établir une stratégie, qui va également jouer avec les multiples. Avant de décrire cette stratégie, nous précisons que :

- Lorsque les taux montent, cela signifie qu'il est plus intéressant d'investir davantage sur les obligations que sur les actifs risqués (car plus rémunérateur, et aussi trop couteux pour les entreprises à établir des projets).
- Lorsque les taux baissent, nous remarquons également l'effet inverse, c'est-à-dire qu'il est plus avantageux d'investir sur la partie risquée que non-risquée.

De ce fait, lorsque le paramètre **multi_opt = True**, cela signifie que l'on va activer la stratégie suivante :

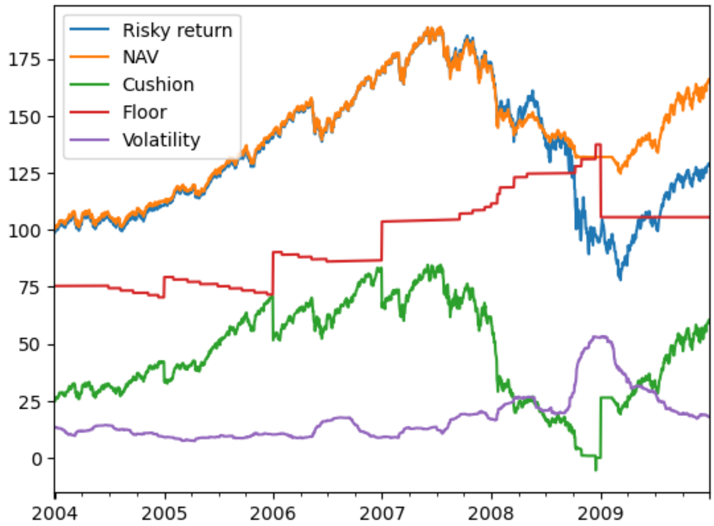
---

[7] La moyenne des prix, et non des rendements

[8] Multiple en relation inverse par rapport à la volatilité sur une fenêtre de 90 jours.

- Si le signal est positif (+1), alors nous allons baisser le multiple, car nous vous rappelons que le multiple indique le poids d'investissement sur la partie risquée.
- Si le signal est négatif (-1), alors nous allons monter le multiple.
- Si le signal est nul (0), le multiple reste inchangé.

Comme il s'agit d'un produit sur-mesure (d'où la définition d'un produit structuré), nous avons pris la décision de multiplier par 1.5 lorsque le taux baisse, par 0.75 lorsque le taux monte et 1 lorsque le taux stagne. En ajoutant également l'option de changement de multiple en fonction de la volatilité, nous obtenons (toutes choses égales par ailleurs) le pattern suivant :



Bien que les paternes restent les mêmes usuellement (entre ce cas et le cas précédent), nous pouvons clairement voir que la Valeur Liquidative est légèrement plus élevée dans ce cas par rapport au cas précédent.

	Fund	Risky Asset
Return's Mean (%)	0.025469	0.035536
Ann. Volatility (%)	12.903866	20.614160
Var. Coeff. (%)	16.605198	21.043642
Ann. Return (%)	8.797282	4.587889
MaxDrawDown (%)	-34.041208	-58.689846
Sharpe Ratio	0.004826	0.001564
VaR 5%	-0.013084	-0.019586
Exp. Shortfall	-0.019669	-0.031736
Semi Deviation (%)	0.878290	1.362738

Les statistiques montrent un effet positif de notre fond par rapport au cas où le client investit entièrement à l'actif risqué.

- Tout d'abord, la volatilité annualisée semble être plus faible sur notre fond (12.9%) par rapport à celle de l'actif risqués (20.61%), cela est expliqué par le fait que le multiple suit inversement le niveau de volatilité sur une fenêtre de 90 jours, et qui s'annule lors de la période de crise.
- Sur l'effet relatif, en termes de montant, les données s'écartent de 16.6% (resp. de 21.04%) de la moyenne pour le Fond (resp. l'actif risqué) pour les mêmes raisons que précédemment, avec une protection qui a diminué durant une courte période la variation du cours, en raison du fait

que l'effet Monétarisation (Valeur liquidative en deçà du plancher) et l'effet d'Annulation du multiple (volatilité > 50%) se sont produits à partir du 3^{e} trimestre de l'année 2008.

- La semi-variance indique que volatilité annualisée des rendements négatifs est plus faible pour le Fond que pour l'Eurostoxx 600.
- Le rendement semble prendre son effet sur Fonds (8.80% de rendement sur 6 ans pour le Fond, contre 4.58% pour l'Actif risqué)