

KAUNO TECHNOLOGIJOS UNIVERSITETAS
INFORMATIKOS FAKULTETAS

Algoritmų sudarymas ir analizė (P170B400)
Laboratorinių darbų ataskaita

Atliko:

IFF-1/4 gr. studentas

Mildaras Karvelis

2023 m. gegužės 17 d.

Priėmė:

Doc. Pilkauskas Vytautas

TURINYS

1.	LD1	3
1.1.	Pirma darbo užduotis	3
1.1.1	Programos kodas	3
1.1.2	Rezultatai	5
1.2.	Antra darbo užduotis	6
1.2.1	Programos kodas	7
1.2.2	Rezultatai	12
2.	LD 2	17
2.1.	Pirma darbo užduotis	17
2.2.	Pateiktas programinis kodas	17
2.2.1	Programinio kodo analizė	17
2.2.2	Lygties sprendimas	18
2.3.	Pateiktas programinis kodas	18
2.3.1	Kodo analizė	19
2.3.2	Lygties sprendimas	19
2.4.	Antra darbo užduotis	19
2.5.	Gauta užduotis	19
2.6.	Uždavinio sprendimas rekursiniu būdu, programos kodas	20
2.6.1	Kodo analizė	21
2.7.	Uždavinio sprendimas dinaminio programavimo būdu, programos kodas	22
2.7.1	Kodo analizė	24
3.	LD3	26
3.1.	Pirma užduotis	26
3.1.1	Gauta užduotis	26
3.1.2	Programos kodas rekursiniu būdu	26
3.1.3	Kodo analizė	26
3.1.4	Įverčiai	27
3.1.5	Programos kodas dinaminio programavimo būdu	27
3.1.6	Kodo analize	28
3.1.7	Įverčiai	30
3.2.	Antra darbo dalis	30
3.2.1	2 užduotis	30
3.2.2	Algoritmo Kodas	30
3.2.3	Nelygiagretinta	31
	Kodo analize	31
3.2.4	Lygiagretinta	32
	Kodo analize	32
3.2.5	3 užduotis	33
3.2.6	Nelygiagretinta	34
	Kodo analize	34
3.2.7	Lygiagretinta	34
	Kodo analize	34

1.LD1

1.1. Pirma darbo užduotis

Kiekvienai rekurentinei lygčiai (gautai atlikus užduoties pasirinkimo testą):

Realizuoti metodą, kuris atitiktų pateiktos rekurentinės lygties sudėtingumą, t. y. programinio kodo rekursinių iškviatimų ir kiekvieno iškviatimo metu atliekamų veiksmų priklausomybę nuo duomenų. Metodas per parametrus turi priimti masyvą, kurio duomenų kiekis yra rekurentinės lygties kintamasis n (arba masyvą ir indeksų režiū, kurie atitinkamai nurodo masyvo nagrinėjamų elementų indeksus atitinkamame iškviatime) (2 balai).

Kiekvienam realizuotam metodui atlikti programinio kodo analizę, parodant jog jis atitinka pateiktą rekurentinę lygtį (1 balas).

Išspręskite rekurentinę lygtį ir apskaičiuokite jos asimptotinę sudėtingumą (taikoma pagrindinė teorema, medžių ar kitas sprendimo metodus) (1 balas)

Atlikti eksperimentinį tyrimą (našumo testus: vykdymo laiką ir veiksmų skaičių) ir patikrinkite ar apskaičiuotas metodo asimptotinis sudėtingumas atitinka eksperimentinius rezultatus (1 balas).

$$T(n) = 3 * T\left(\frac{n}{6}\right) + n^2$$

$$T(n) = T\left(\frac{n}{10}\right) + T\left(\frac{n}{3}\right) + n$$

$$T(n) = T(n - 9) + T(n - 1) + 1$$

1.1.1 Programos kodas

```
using System;
using System.Collections;
using System.Collections.Generic;
using System.IO;
using System.Threading;

namespace LD1
{
    class Program
    {
        //T(n)=3*T(n/6)+n^2
        static void First(int[] array, int n, int m)
        {
            if (m - n < 2)
            {
                return;
            }

            First(array, n, n + (m - n) / 6);
            First(array, m - (m - n) / 6, m);
            First(array, m - (n - m) / 6, m);

            for (int i = n; i < m; i++)
```

```

        {
            for (int j = n; j < m; j++)
            {
                array[0]++;
            }
        }
    }

//T(n)=T(n/10)+ T(n/3)+ n
static void Second(int[] array, int n, int m)
{
    if (m - n < 9)
    {
        return;
    }

    Second(array, n, n + (m - n) / 3);
    Second(array, m - (m - n) / 10, m);

    for (int i = 0; i < n; i++)
    {
        array[0]++;
    }
}

//T(n)=T(n-9)+ T(n-1)+1
static void Third(int[] array, int n)
{
    if (n <= 9)
    {
        return;
    }

    Third(array, n - 9);
    Third(array, n - 1);

    array[0]++;
}

static void Main(string[] args)
{
    int m = 70;
    for (int i = 0; i < 5; i++)
    {
        int[] array = new int[m];
        var watch = System.Diagnostics.Stopwatch.StartNew();
        //m = 1000000; m *= 2;
        //First(array, 0, array.Length);

        //m = 100; m*=2
        //Second(array, 0, array.Length);
    }
}

```

```
//m = 70; m += 10;  
Third(array, array.Length);  
  
watch.Stop();  
var elapsedMs = watch.ElapsedMilliseconds;  
Console.WriteLine(m + " iteracijų skaičius, " + array[0] + " veiksmų skaičius = "  
+ elapsedMs + " ms");  
    m += 10;  
}  
}  
}  
}
```

1.1.2 Rezultatai

```
Pirma
50 iteraciju skaicius, 2628 veiksmu skaicius = 0 ms
250 iteraciju skaicius, 66006 veiksmu skaicius = 0 ms
1250 iteraciju skaicius, 1653852 veiksmu skaicius = 3 ms
6250 iteraciju skaicius, 41356106 veiksmu skaicius = 75 ms
31250 iteraciju skaicius, 1033998340 veiksmu skaicius = 1944 ms
Antra
20000 iteraciju skaicius, 277934 veiksmu skaicius = 0 ms
520000 iteraciju skaicius, 33232916 veiksmu skaicius = 60 ms
1020000 iteraciju skaicius, 106480987 veiksmu skaicius = 195 ms
1520000 iteraciju skaicius, 158677546 veiksmu skaicius = 297 ms
2020000 iteraciju skaicius, 234462396 veiksmu skaicius = 432 ms
Trecia
70 iteraciju skaicius, 211367 veiksmu skaicius = 1 ms
80 iteraciju skaicius, 1459214 veiksmu skaicius = 10 ms
90 iteraciju skaicius, 10075041 veiksmu skaicius = 71 ms
100 iteraciju skaicius, 69564611 veiksmu skaicius = 487 ms
110 iteraciju skaicius, 480322071 veiksmu skaicius = 3416 ms
```

1 pav lygčių rezultatai konsolėje



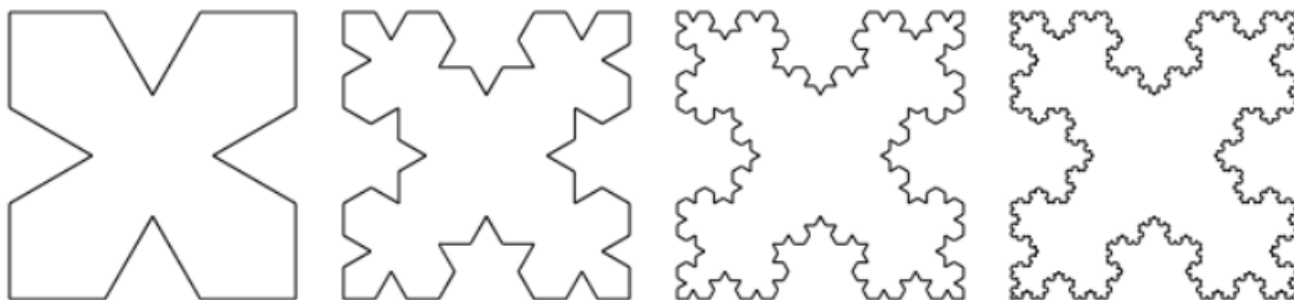
1.2. Antra darbo užduotis

Naudojant rekursiją ir nenaudojant grafinių bibliotekų sudaryti nurodytos struktūros BMP formato (gautą atlikus užduoties pasirinkimo testą):

Programos rezultatas BMP formato bylos demonstruojančios programos rekursijas. (3 balai)

Eksperimentiškai nustatykite darbo laiko ir veiksmų skaičiaus priklausomybę nuo generuojamo paveikslėlio dydžio (taškų skaičiaus). Gautus rezultatus atvaizduokite grafikais. Grafiką turi sudaryti nemažiau kaip 5 taškai ir paveikslėlio taškų skaičius turi didėti proporcingai (kartais). (1 balas)

Analitiškai įvertinkite procedūros, kuri generuoja paveikslėlį, veiksmų skaičių sudarydami rekurentinę lygtį ir ją išspręskite. Gautas rezultatas turi patvirtinti eksperimentinius rezultatus. (1 balas)



1.2.1 Programos kodas

```
using System;
using System.Collections;
using System.Collections.Generic;
using System.IO;
using System.Threading;

namespace LD1
{
    class Program
    {
        public class Point
        {
            public double x;
            public double y;

            public Point(double x, double y)
            {
                this.x = x;
                this.y = y;
            }
        }

        public class Line
        {
            public double xStart;
            public double xEnd;
            public double yStart;
            public double yEnd;
            public string orientation;

            public Line(double xStart, double yStart, double xEnd, double yEnd, string orientation)
            {
                this.xStart = xStart;
                this.yStart = yStart;
                this.xEnd = xEnd;
                this.yEnd = yEnd;
                this.orientation = orientation;
            }
        }

        public Point PointA()
    }
}
```

```

{
    return new Point(this.xStart, this.yStart);
}
public Point PointB()
{
    return new Point(this.xStart + (this.xEnd - this.xStart) / 3,
        this.yStart + (this.yEnd - this.yStart) / 3);
}
public Point PointC()
{
    Point tempA = PointB();
    Point tempB = PointD();
    double tempX = tempB.x - tempA.x;
    double tempY = tempB.y - tempA.y;
    Point temp = new Point(tempX, tempY);
    double angleInRadians;
    if (orientation == "top") angleInRadians = -60 * (Math.PI / 180);
    else angleInRadians = 60 * (Math.PI / 180);
    double x = temp.x * Math.Cos(angleInRadians) + temp.y * Math.Sin(angleInRadians);
    double y = -1 * temp.x * Math.Sin(angleInRadians) + temp.y
        * Math.Cos(angleInRadians);
    x += tempA.x;
    y += tempA.y;
    Point c = new Point(x, y);
    return c;
}

public Point PointD()
{
    return new Point(this.xStart + ((this.xEnd - this.xStart)) / 3 * 2,
        this.yStart + ((this.yEnd - this.yStart) / 3) * 2);
}

public Point PointE()
{
    return new Point(this.xEnd, this.yEnd);
}
internal class Renderer
{
    // Color format is ARGB (to define recommended hex: 0xAARRGGBB),
    // coordinates start from bottom left corner, 1 unit is 1 pixel
    public Renderer(string outputName, ushort Width, ushort Height, uint FillingColor)

    {
        this.Width = Width;
        this.Height = Height;
        Buffer = new uint[Width * Height];

        Array.Fill(Buffer, FillingColor);

        this.outputName = outputName;
        if (!outputName.Contains(".bmp"))
            this.outputName += ".bmp";
    }

    public void Draw(double X0, double Y0, double X1, double Y1, int[] array, double Precision = 1, uint Color = 0)
    {
        double Length = Math.Sqrt(Math.Pow(X0 - X1, 2) + Math.Pow(Y0 - Y1, 2));
        double XStep = (X1 - X0) / (Length / Precision);
    }
}

```



```

double YStep = (Y1 - Y0) / (Length / Precision);
double XRun = X0;
double YRun = Y0;
for (double i = 0; i < Length; i += Precision)
{
    array[0]++;
    XRun += XStep;
    YRun += YStep;
    SetPixel(XRun, YRun, Color);
}
}

public void Erase(double X0, double Y0, double X1, double Y1, int[] array, double Precision = 0.5,
    uint Color = 0xffffffff)
{
    double Length = Math.Sqrt(Math.Pow(X0 - X1, 2) + Math.Pow(Y0 - Y1, 2));

    double XStep = (X1 - X0) / (Length / Precision);
    double YStep = (Y1 - Y0) / (Length / Precision);

    double XRun = X0;
    double YRun = Y0;
    for (double i = 0; i < Length; i += Precision)
    {
        array[0]++;
        XRun += XStep;
        YRun += YStep;

        SetPixel(XRun, YRun, Color);
    }
}

private void SetPixel(double X, double Y, uint Color)
{
    int Pixel = GetPixel(X, Y);
    if (Pixel < 0)
        return;

    Buffer[Pixel] = Color;
}

private int GetPixel(double X, double Y)
{
    int Pixel = ((int)Math.Round(Y) * Width) + (int)Math.Round(X);
    if (Pixel > Buffer.Length)
        return -1;

    if (X < 0)
        return -1;
    else if (X > Width)
        return -1;

    return Pixel;
}

public void DrawFirstShape(Renderer render, double X, double Y, double Size, ArrayList list, int[] array)
{
    double line = Size / 3;
    //Virus
    render.Draw(X + line * 1.5, Y + line * 1.5, X + line * 0.5, Y + line * 1.5, array);
    render.Draw(X + line * 0.5, Y + line * 1.5, X + line * 0, Y + line * 0.5, array);
}

```

```

render.Draw(X + line * 0, Y + line * 0.5, X + line * -0.5, Y + line * 1.5, array);
render.Draw(X + line * -0.5, Y + line * 1.5, X + line * -1.5, Y + line * 1.5, array);
list.Add(new Line(X + line * 1.5, Y + line * 1.5, X + line * 0.5, Y + line * 1.5, "top"));
list.Add(new Line(X + line * 0.5, Y + line * 1.5, X + line * 0, Y + line * 0.5, "top"));
list.Add(new Line(X + line * 0, Y + line * 0.5, X + line * -0.5, Y + line * 1.5, "top"));
list.Add(new Line(X + line * -0.5, Y + line * 1.5, X + line * -1.5, Y + line * 1.5, "top"));

//Desine
render.Draw(X + line * 1.5, Y + line * 1.5, X + line * 1.5, Y + line * 0.5, array);
render.Draw(X + line * 1.5, Y + line * 0.5, X + line * 0.5, Y + line * 0, array);
render.Draw(X + line * 0.5, Y + line * 0, X + line * 1.5, Y + line * -0.5, array);
render.Draw(X + line * 1.5, Y + line * -0.5, X + line * 1.5, Y + line * -1.5, array);
list.Add(new Line(X + line * 1.5, Y + line * 1.5, X + line * 1.5, Y + line * 0.5, "left"));
list.Add(new Line(X + line * 1.5, Y + line * 0.5, X + line * 0.5, Y + line * 0, "left"));
list.Add(new Line(X + line * 0.5, Y + line * 0, X + line * 1.5, Y + line * -0.5, "left"));
list.Add(new Line(X + line * 1.5, Y + line * -0.5, X + line * 1.5, Y + line * -1.5, "left"));
//Kaire
render.Draw(X + line * -1.5, Y + line * -1.5, X + line * -1.5, Y + line * -0.5, array);
render.Draw(X + line * -1.5, Y + line * -0.5, X + line * -0.5, Y + line * 0, array);
render.Draw(X + line * -0.5, Y + line * 0, X + line * -1.5, Y + line * 0.5, array);
render.Draw(X + line * -1.5, Y + line * 0.5, X + line * -1.5, Y + line * 1.5, array);
list.Add(new Line(X + line * -1.5, Y + line * -1.5, X + line * -1.5, Y + line * -0.5, "left"));
list.Add(new Line(X + line * -1.5, Y + line * -0.5, X + line * -0.5, Y + line * 0, "left"));
list.Add(new Line(X + line * -0.5, Y + line * 0, X + line * -1.5, Y + line * 0.5, "left"));
list.Add(new Line(X + line * -1.5, Y + line * 0.5, X + line * -1.5, Y + line * 1.5, "left"));
//Apacia
render.Draw(X + line * -1.5, Y + line * -1.5, X + line * -0.5, Y + line * -1.5, array);
render.Draw(X + line * -0.5, Y + line * -1.5, X + line * 0, Y + line * -0.5, array);
render.Draw(X + line * 0, Y + line * -0.5, X + line * 0.5, Y + line * -1.5, array);
render.Draw(X + line * 0.5, Y + line * -1.5, X + line * 1.5, Y + line * -1.5, array);
list.Add(new Line(X + line * -1.5, Y + line * -1.5, X + line * -0.5, Y + line * -1.5, "top"));
list.Add(new Line(X + line * -0.5, Y + line * -1.5, X + line * 0, Y + line * -0.5, "top"));
list.Add(new Line(X + line * 0, Y + line * -0.5, X + line * 0.5, Y + line * -1.5, "top"));
list.Add(new Line(X + line * 0.5, Y + line * -1.5, X + line * 1.5, Y + line * -1.5, "top"));
}

public void DrawRecursiveShape(Renderer Render, ArrayList lines, int[] array, int i)
{
    if (i == 0) return;
    ArrayList newList = new ArrayList();
    foreach (Line line in lines)
    {
        Point a = line.PointA();
        Point b = line.PointB();
        Point c = line.PointC();
        Point d = line.PointD();
        Point e = line.PointE();

        Render.Draw(a.x, a.y, b.x, b.y, array);
        Render.Draw(b.x, b.y, c.x, c.y, array);
        Render.Draw(c.x, c.y, d.x, d.y, array);
        Render.Draw(d.x, d.y, e.x, e.y, array);
        Render.Erase(b.x, b.y, d.x, d.y, array);
        newList.Add(new Line(a.x, a.y, b.x, b.y, line.orientation));
        newList.Add(new Line(b.x, b.y, c.x, c.y, line.orientation));
        newList.Add(new Line(c.x, c.y, d.x, d.y, line.orientation));
        newList.Add(new Line(d.x, d.y, e.x, e.y, line.orientation));
    }
    i--;
}

```

$$\}$$
$$\{$$
$$\{$$

```
File.Write(BitConverter.GetBytes(Height * Width * sizeof(uint) + 0x1A)); // Size
```

```
File.Write(BitConverter.GetBytes(0x1A)); // Image Offset (size of the header)
```

```
File.Write(BitConverter.GetBytes(Width)); // Width
```

```
File.Write(BitConverter.GetBytes((ushort)1)); // Color plane
```

```
byte[] Converted = new byte[Buffer.Length * sizeof(uint)];
```

```
File.Write(Converted);
```

$$\}$$

}

private readonly ushort Width;

private readonly ushort Height;

```
private readonly string outputName;
```

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48 49 50 51 52 53 54 55 56 57 58 59 60 61 62 63 64 65 66 67 68 69 70 71 72 73 74 75 76 77 78 79 80 81 82 83 84 85 86 87 88 89 90 91 92 93 94 95 96 97 98 99 100

$$\{$$

```
int iterations = 3;
```

```
for (int i = 0; i < 5; i++)
```

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{---} \end{array} \right.$$

```
ArrayList newList = new ArrayList();
```

```
int[] array = new int[10];
```

```
var render = new Renderer("Result" + i, pixels, pixels, 0xffffffff);
```

```
var watch = System.Diagnostics.Stopwatch.StartNew();
```

```
render.DrawFirstShape(render, pixels / 2.0, pixels / 2.0, pixels /
```

render.DrawRect

render.write(

```
watch.Stop();
```

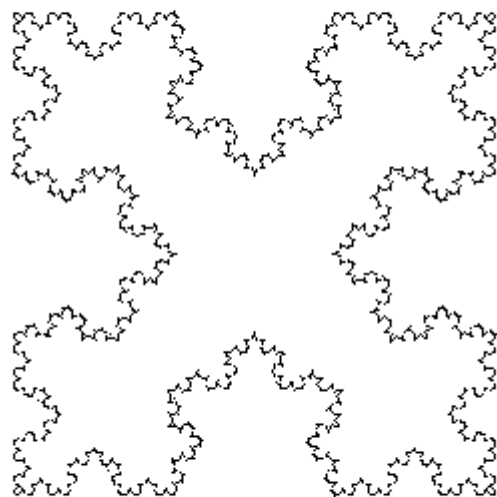
```
var elapsedMs = watch.ElapsedMilliseconds;
```

```
Console.WriteLine(pixels + "X" + pixels + " dydis. " + array[0] + " veiksmų skaičius = " + elapsedMs + " ms");
```

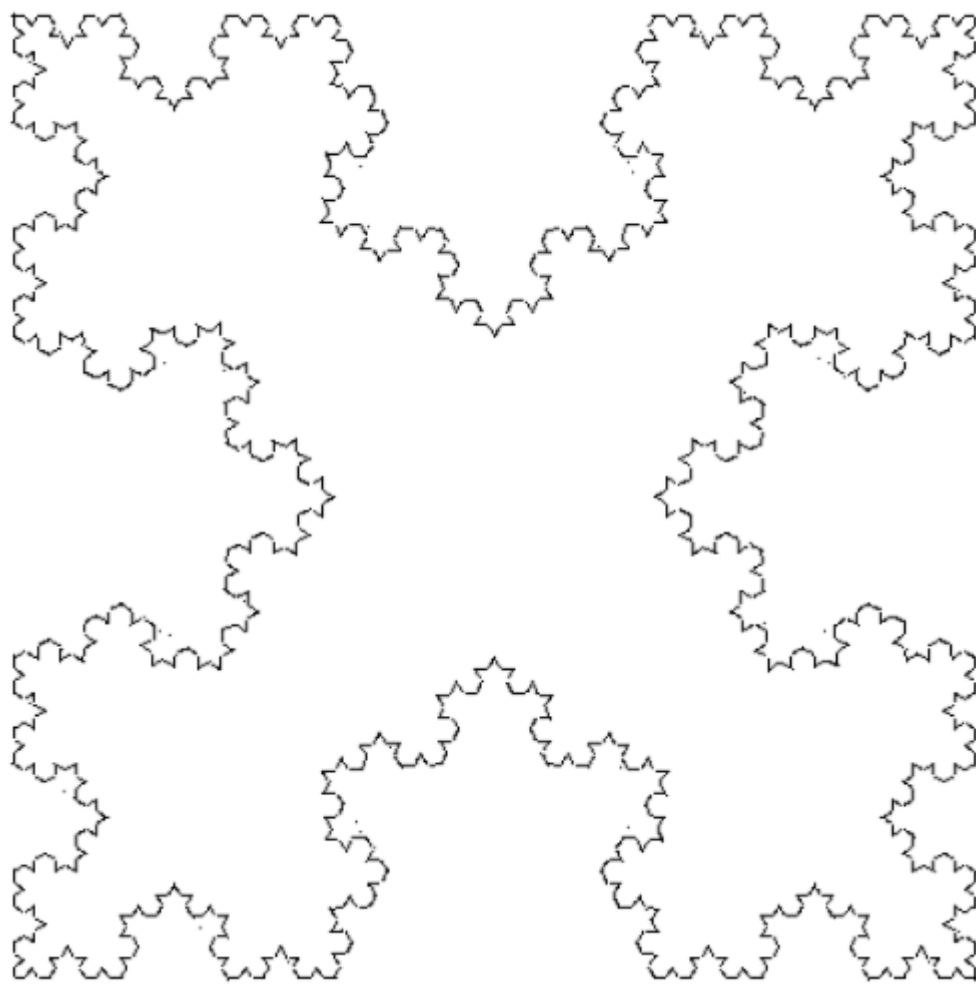
1.2.2 Rezultatai

```
400X400 dydis, 12992 veiksmu skaicius = 9 ms  
800X800 dydis, 25456 veiksmu skaicius = 5 ms  
1600X1600 dydis, 50744 veiksmu skaicius = 12 ms  
3200X3200 dydis, 100904 veiksmu skaicius = 46 ms  
6400X6400 dydis, 201320 veiksmu skaicius = 225 ms
```

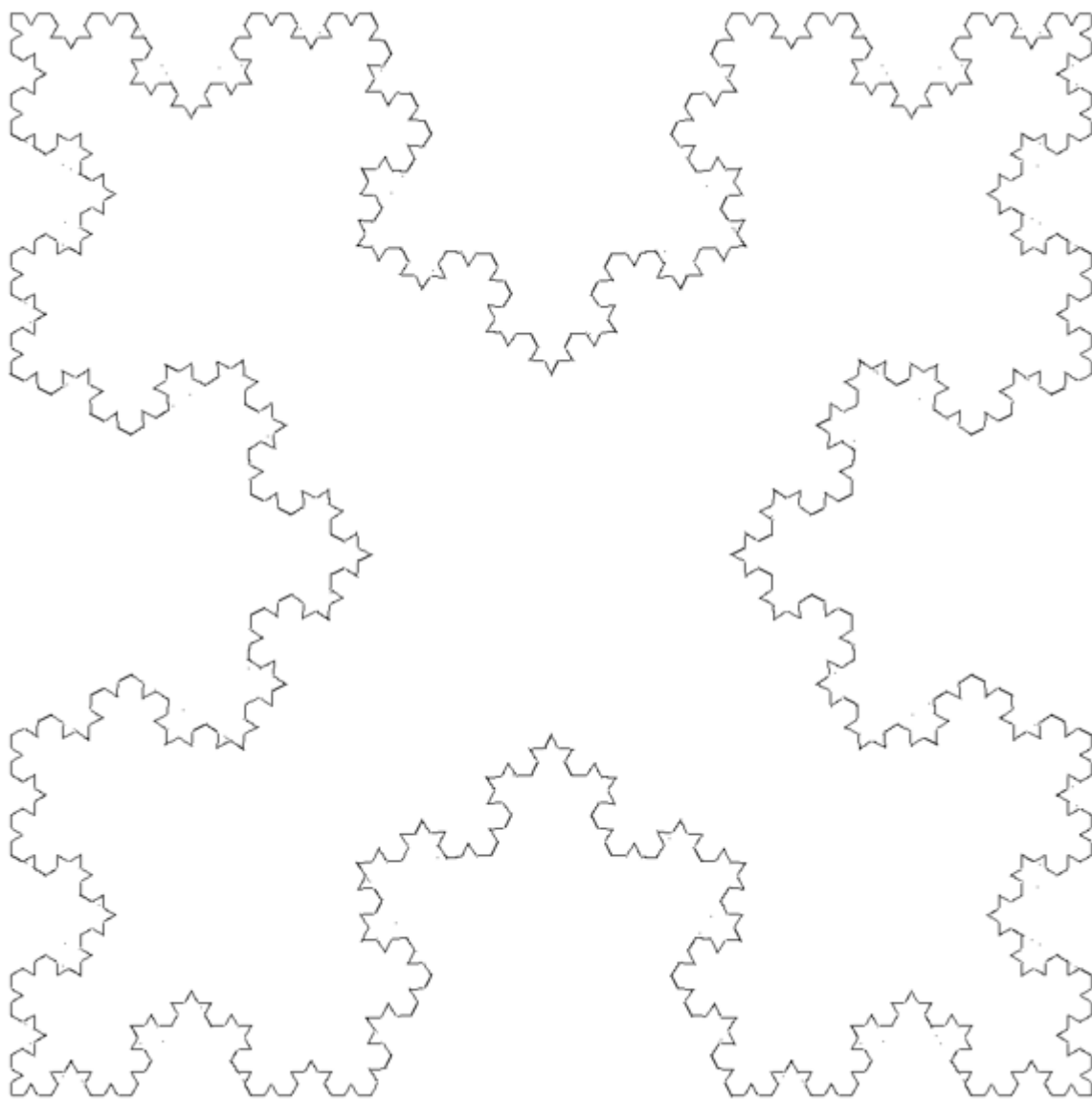
2 pav. rezultatai consolėje



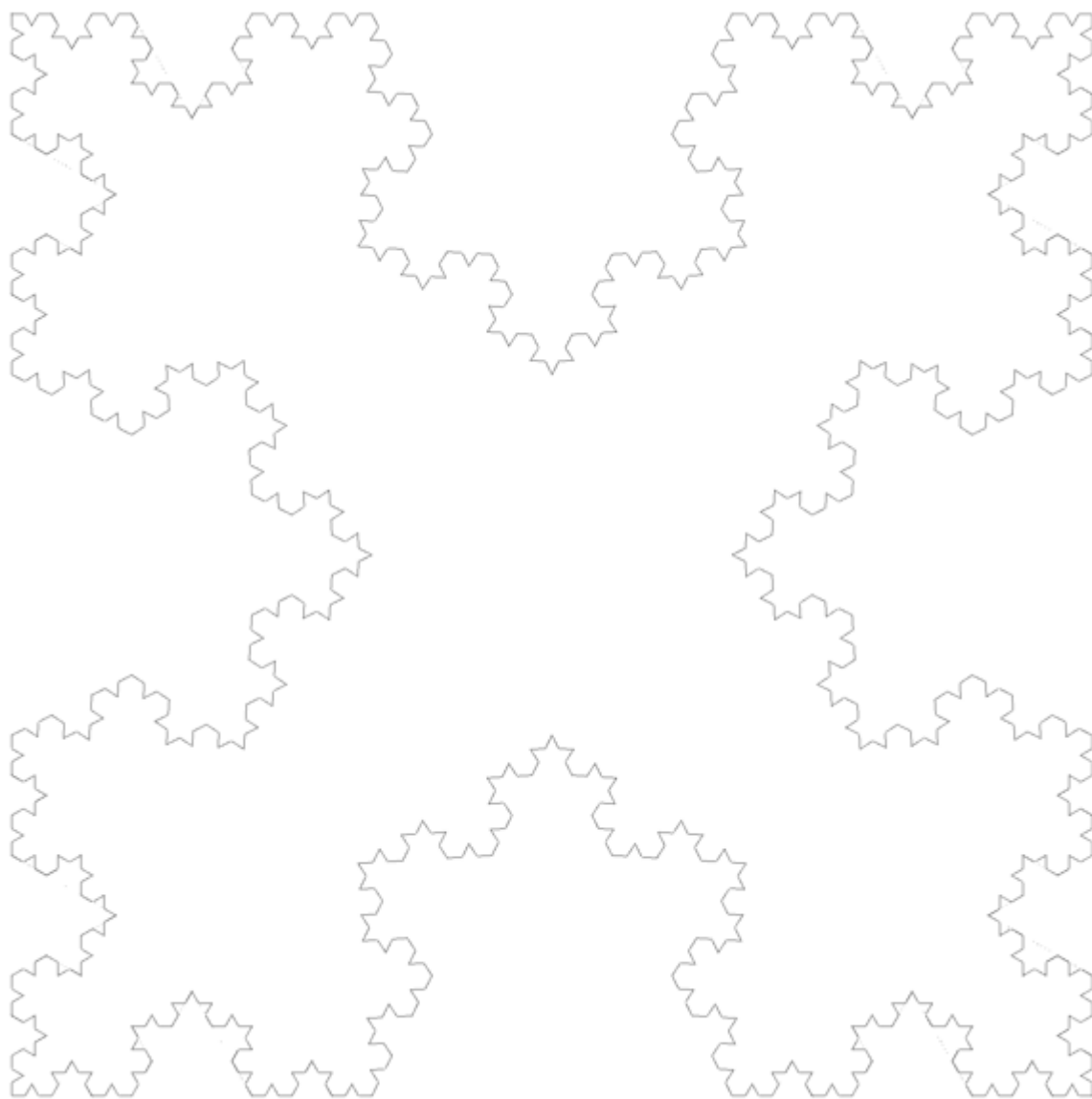
3 pav. 400x400 raiškos paveikslėlis, užimama vieta 626 KB



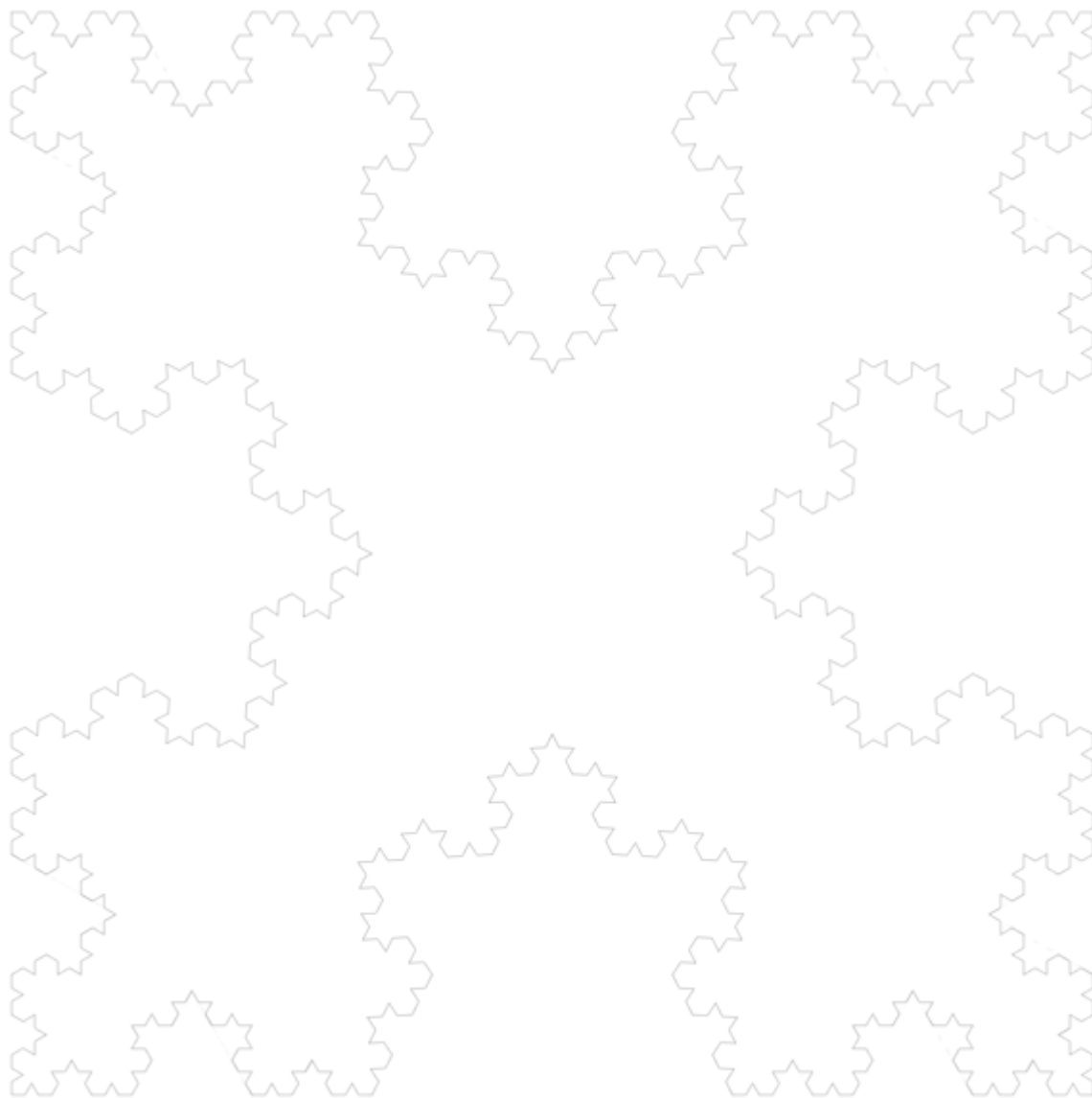
4 pav. 800x800 raiškos paveikslėlis, užimama vieta 2501KB



5 pav. 1600x1600 raiškos paveikslėlis, užimama vieta 10001 KB



6 pav. 3200x3200 raiškos paveikslėlis, užimama vieta 40001 KB



7 pav. 6400x6400 raiškos paveikslėlis, užimam vieta 160001 KB



2. LD 2

2.1. Pirma darbo užduotis

- atlikite programinio kodo analizę, bei sudarykite rekurentinę lygtį. Jei metodas neturi vidinių rekursinių kreipinių, apskaičiuokite pateikto metodo asimptotinį sudėtingumą. Jei metodo sudėtingumas priklauso nuo duomenų pateikiamų per parametrus – apskaičiuokite įvertinius „iš viršaus“ ir „iš apačios“ (2 balai).
- Metodams, kurie turi rekurentinių kreipinių išspręskite rekurentinę lygtį apskaičiuodami jos asimptotinį sudėtingumą (1 balas).
- Atlikti eksperimentinį tyrimą (našumo testus: vykdymo laiką ir veiksmų skaičių) ir patikrinkite ar apskaičiuotas metodo asimptotinis sudėtingumas atitinka eksperimentinius rezultatus. Jei pateikto metodo asimptotinis sudėtingumas priklauso nuo duomenų, atitinkamai atliekant analizę reikia parinkti tokias testavimo duomenų imtis, kad rezultatai atspindėtų įvertinimus iš viršaus ir iš apačios (1 balas).

2.2. Pateiktas programinis kodas

```
0 references
public static long methodToAnalysis(int[] arr)
{
    long n = arr.Length;
    long k = n;
    for (int i = 0; i < n; i++)
    {
        if (arr[i] / 7 == 0)
        {
            k -= 2;
        }
        else
        {
            k += 3;
        }
    }
    if (arr[0] > 0)
    {
        for (int i = 0; i < n * n; i++)
        {
            if (arr[0] > 0)
            {
                k += 3;
            }
        }
    }
    return k;
}
```

2.2.1 Programinio kodo analizė

2.2.2 Lygties sprendimas

	public static long methodToAnalysis(int[] arr)	Laikas	Kiekis
	{	$T(n)$	
	long n = arr.Length;	c1	1
	long k = n;	c2	1
	for (int i = 0; i < n; i++)	c3	n+1
	{		
	if (arr[i] / 7 == 0)	c4	n
	{		
	k -= 2;	c5	n
	}		
	else	c6	n
	{		
	k += 3;	c7	n
	}		
	}		
	if (arr[0] > 0)	c8	1
	{		
	for (int i = 0; i < n * n; i++)	c9	$(n^2) + 1$
	{		
	if (arr[0] > 0)	c10	n^2
	{		
	k += 3;	c11	n^2
	}		
	}		
	}		
	return k;	c12	1
	}		
Iš viršaus	$T(n) = c1 + c2 + c3(n+1) + c4 + c8 = O(n)$		
Iš apačios	$T(n) = c1 + c2 + c3(n+1) + c4(n) + c5(n) + c6(n) + c7(n) + c8 + c9((n^2) + 1) + c10(n^2) + c11(n^2) + c12 = O(n^2)$		

2.3. Pateiktas programinis kodas

```

0 references
public static long methodToAnalysis(int n, int[] arr)
{
    long k = 0;
    Random randNum = new Random();
    for (int i = 0; i < n; i++)
    {
        k += arr[i] + FF3(i, arr);
    }
    return k;
}

3 references
public static long FF3(int n, int[] arr)
{
    if (n > 0 && arr.Length > n && arr[n] > 0)
    {
        return FF3(n - 1, arr) + FF3(n - 3, arr);
    }
    return n;
}

```

2.3.1 Kodo analizė

public static long methodToAnalysis(int n, int[] arr)	T(n)	
{		
long k = 0;	c1	1
Random randNum = new Random();	c2	1
for (int i = 0; i < n; i++)	c3	n+1
{		
k += arr[i] + FF3(i, arr);	FF8(i)	n
}		
return k;	c4	1
}		
public static long FF3(int n, int[] arr)	FF8(n)	
{		
if (n > 0 && arr.Length > n && arr[n] > 0)	c5	1
{		
return FF3(n - 1, arr) + FF3(n - 3, arr);	FF8(n-1) + FF8(n-2)	
}		
return n;	c6	1
}		

2.3.2 Lygties sprendimas

Iš viršaus	$T(n) = c1 + c2 + c3(n+1) + FF8(1)n + FF8(1) + c4 = O(n)$
Iš apačios	$T(n) = c1 + c2 + c3(n+1) + FF8(n)n + FF8(n) + c4 = O(n^2)$

2.4. Antra darbo užduotis

- Pateikite rekursinį uždavinio sprendimo algoritmą (rekursinis sąryšis su paaiškinimais), bei realizuokite programinį kodą sprendžiantį nurodytą uždavinį (rekursinis sprendimas netaikant dinaminio programavimo).
- Pritaikykite dinaminio programavimo metodologiją pateiktam uždaviniui (pateikti paaiškinimą), bei realizuokite programinį kodą sprendžiantį nurodytą uždavinį (taikant dinaminį programavimą).
- Atlikite realizuotų programinių kodų analizę ir apskaičiuokite įverčius „iš viršaus“ ir „iš apačios“. Atlikite našumo analizę (skaičiuojant programos vykdymo laiką arba veiksmų skaičių) ir patikrinkite, ar apskaičiuotas metodo asimptotinis sudėtingumas atitinka eksperimentinius rezultatus.

2.5. Gauta užduotis

Ant žaidimo lentos ($1 \times n$) langelių surašyti atsitiktiniai teigiami skaičiai (taškai). Pradėjęs pirmame langelyje, žaidėjas vieno ėjimo metu gali pasirinkti – pereiti į kitą langelį ($1 \rightarrow 2$) ir gauti tiek taškų, kiek yra tame langelyje, ar peršokti du langelius ($1 \rightarrow 4$) ir gauti du kartus daugiau taškų, nei yra užrašyta tame langelyje. Kokia yra mažiausia taškų suma, kurią žaidėjas gali surinkti paskutiniame langelyje?

2.6. Uždavinio sprendimas rekursiniu būdu, programos kodas

```
namespace Lab2AA2
{
    class Program
    {
        static void Main(string[] args)
        {
            //int[] board = { 0, 6, 10, 1, 2, 6, 11, 8, 3, 3, 20}; //Ats 46; 0, -, -,
            //                (1*2), 2, -, -, (8*2), 3, 3, 20
            //int[] board = { 0, 10, 20, 100, 300, 10, 20, 5, 6 }; //Ats 62; 0, 10, 20, -,
            //                -, (10*2), -, -, (6*2)
            int[] board = new int[5000];
            int[] dp = new int[board.Length]; //Laikomas minimalus taškų skaičius
                                              kiekviename ejime
            Random random = new Random(); //Reikalingas atsitiktiniam tašku generavimui
            for (int i = 1; i < board.Length; i++)
            {
                board[i] = random.Next(1, 100);
            }
            Console.WriteLine("");
            Console.WriteLine("Užduoties sprendimas rekursiniu būdu: " +
                              MinScoreRecursive(board, 0, dp, 0));
        }

        public static int MinScoreRecursive(int[] board, int position, int[] dp, int
                                           dpPos)
        {
            int n = board.Length - 1; //langelių skaičius
            Boolean canJump = true;

            if (position >= n - 2) canJump = false;

            if (canJump == true)
            {
                if (board[position + 1] <= board[position + 3] * 2)
                {
                    int tempPos = board[position + 1] + board[position + 2];
                    if (board[position + 3] * 2 <= tempPos)
                    {
                        dp[dpPos] = board[position + 3] * 2;
                        position += 3;
                        dpPos++;
                        MinScoreRecursive(board, position, dp, dpPos);
                    }
                    else
                    {
                        dp[dpPos] = board[position + 1];
                        position += 1;
                        dpPos++;
                        MinScoreRecursive(board, position, dp, dpPos);
                    }
                }
                else if (board[position + 1] > board[position + 3] * 2)
                {
                    dp[dpPos] = board[position + 3] * 2;
                    position += 3;
                    dpPos++;
                    MinScoreRecursive(board, position, dp, dpPos);
                }
            }
            else if (canJump == false)
            {
                if (position != n && position == n - 2)
                {
                    dp[dpPos] = board[position + 1];
                }
            }
        }
    }
}
```

```

        dp[dpPos + 1] = board[position + 2];
        return dp.Sum();
    }
    else if (position != n && position == n - 1)
    {
        dp[dpPos] = board[position + 1];
        return dp.Sum();
    }
    else return dp.Sum();
}
return dp.Sum();
}
}
}

```

2.6.1 Kodo analizė

	Laikas	Kiekis
public static int MinScoreRecursive(int[] board, int position, int[] dp, int dpPos)	T(n)	
{		
int n = board.Length - 1; //langelių skaičius	c1	1
Boolean canJump = true;	c2	1
if (position >= n - 2) canJump = false;	c3	1
if (canJump == true)	c4	1
{		
if (board[position + 1] <= board[position + 3] * 2)	c5	1
{		
int tempPos = board[position + 1] + board[position + 2];	c6	1
if (board[position + 3] * 2 <= tempPos)	c7	1
{		
dp[dpPos] = board[position + 3] * 2;	c8	1
position += 3;	c9	1
dpPos++;	c10	1
MinScoreRecursive(board, position, dp, dpPos);	T(n-1)	
}		
else	c11	1
{		
dp[dpPos] = board[position + 1];	c12	1
position += 1;	c13	1
dpPos++;	c14	1
MinScoreRecursive(board, position, dp, dpPos);	T(n-2)	
}		
}		
else if (board[position + 1] > board[position + 3] * 2)	c15	1

{		
dp[dpPos] = board[position + 3] * 2;	c16	1
position += 3;	c17	1
dpPos++;	c18	1
MinScoreRecursive(board, position, dp, dpPos);	T(n-3)	
}		
}		
else if (canJump == false)	c19	1
{		
if (position != n && position == n - 2)	c20	1
{		
dp[dpPos] = board[position + 1];	c21	1
dp[dpPos + 1] = board[position + 2];	c22	1
return dp.Sum();	c23	1
}		
else if (position != n && position == n - 1)	c24	1
{		
dp[dpPos] = board[position + 1];	c25	1
return dp.Sum();	c26	1
}		
else return dp.Sum();	c27	1
}		
return dp.Sum();	c28	1
}		

8 pav. Rekursinio algoritmo kodo analizė

2.7. Uždavinio sprendimas dinaminio programavimo būdu, programos kodas

```
namespace Lab2AA2
{
    class Program
    {
        static void Main(string[] args)
        {
            //int[] board = { 0, 6, 10, 1, 2, 6, 11, 8, 3, 3, 20}; //Ats 46; 0, -, -,
            (1*2), 2, -, -, (8*2), 3, 3, 20
            //int[] board = { 0, 10, 20, 100, 300, 10, 20, 5, 6 }; //Ats 62; 0, 10, 20, -,
            -, (10*2), -, -, (6*2)
            int[] board = new int[5000];
            int[] dp = new int[board.Length]; //Laikomas minimalus taškų skaičius
            kiekvienam ejime
            Random random = new Random(); //Reikalingas atsitiktiniam tašku generavimui
            for (int i = 1; i < board.Length; i++)
            {
                board[i] = random.Next(1, 100);
            }
            Console.WriteLine("Užduoties sprendimas dinaminio programavimo būdu: " +
            MinScoreDynamic(board));
        }

        public static int MinScoreDynamic(int[] board)
        {
            int n = board.Length - 1;
            int[] dp = new int[n];
            Boolean canJump = true;
            int dpPos = 0;

            for (int i = 0; i < n; i++)
            {
```

```

    if (i >= n - 2) canJump = false;
    if (canJump == true)
    {
        if (board[i + 1] <= board[i + 3] * 2)
        {
            int tempPos = board[i + 1] + board[i + 2];
            if (board[i + 3] * 2 <= tempPos)
            {
                dp[dpPos] = board[i + 3] * 2;
                i += 2;
                dpPos++;
            }
            else
            {
                dp[dpPos] = board[i + 1];
                dpPos++;
            }
        }
        else if (board[i + 1] > board[i + 3] * 2)
        {
            dp[dpPos] = board[i + 3] * 2;
            i += 2;
            dpPos++;
        }
    }
    else if (canJump == false)
    {
        if (i != n && i == n - 2)
        {
            dp[dpPos] = board[i + 1];
            dp[dpPos + 1] = board[i + 2];
            return dp.Sum();
        }
        else if (i != n && i == n - 1)
        {
            dp[dpPos] = board[i + 1];
            return dp.Sum();
        }
    }
    return dp.Sum();
}

```

2.7.1 Kodo analizė

	Laikas	Kiekis
public static int MinScoreDynamic(int[] board)	T(n)	
{		
int n = board.Length - 1;	c1	1
int[] dp = new int[n];	c2	1
Boolean canJump = true;	c3	1
int dpPos = 0;	c4	1
for (int i = 0; i < n; i++)	c5	n+1
{		
if (i >= n - 2) canJump = false;	c6	n
if (canJump == true)	c7	n
{		
if (board[i + 1] <= board[i + 3] * 2)	c8	n
{		
int tempPos = board[i + 1] + board[i + 2]	c9	n
if (board[i + 3] * 2 <= tempPos)	c10	n
{		
dp[dpPos] = board[i + 3] * 2;	c11	n
i += 2;	c12	n
dpPos++;	c13	n
}		
else		
{		
dp[dpPos] = board[i + 1];	c14	n
dpPos++;	c15	n
}		
}		
else if (board[i + 1] > board[i + 3] * 2)	c16	n
{		

dp[dpPos] = board[i + 3] * 2;	c17	n
i += 2;	c18	n
dpPos++;	c19	n
}	c20	
}		
else if (canJump == false)	c21	n
{		
if (i != n && i == n - 2)	c22	n
{		
dp[dpPos] = board[i + 1];	c23	n
dp[dpPos + 1] = board[i + 2];	c24	n
return dp.Sum();	c25	n
}		
else if (i != n && i == n - 1)	c26	n
{		
dp[dpPos] = board[i + 1];	c27	n
return dp.Sum();	c28	n
}		
}		
}		
return dp.Sum();	c29	1
}		

9 pav. dinaminio algoritmo kodo analizė

3. LD3

3.1. Pirma užduotis

1 užduoties dalis (4 balai):

- Pateikite rekursinį uždavinio sprendimo algoritmą (rekursinis sąryšis su paaiškinimais), bei realizuokite programinį kodą sprendžiantį nurodytą uždavinį (rekursinis sprendimas netaikant dinaminio programavimo).
- Pritaikykite dinaminio programavimo metodologiją pateiktam uždaviniui (pateikti paaiškinimą), bei realizuokite programinį kodą sprendžiantį nurodytą uždavinį (taikant dinaminį programavimą).
- Atlikite realizuotų programinių kodų analizę ir apskaičiuokite įverčius „iš viršaus“ ir „iš apačios“. Atlikite našumo analizę (skaičiuojant programos vykdymo laiką arba veiksmų skaičių) ir patikrinkite, ar apskaičiuotas metodo asimptotinis sudėtingumas atitinka eksperimentinius rezultatus.

3.1.1 Gauta užduotis

Duotas reiškiny, kurį sudaro sveiki skaičiai ir du operatoriai '+' ir '*'. Reikia rasti mažiausią reikšmę, gaunamą skirtingai suskliaudus skaičius. Pvz.: reiškiny = "1+2*3+4*5". Mažiausia reikšmė = $1 + (2*3) + (4*5) = 27$

3.1.2 Programos kodas rekursiniu būdu

```
static List<int> EvalRecursive(string reiskiny)
{
    List<int> reiksmes = new List<int>();

    int depth = 0;
    for (int i = 0; i < reiskiny.Length; i++)
    {
        if (reiskiny[i] == '(')
            depth++;
        else if (reiskiny[i] == ')')
            depth--;
        else if (depth == 0 && (reiskiny[i] == '+' || reiskiny[i] == '*'))
        {
            List<int> kairiojiReiksmes = EvalRecursive(reiskiny.Substring(0, i));
            List<int> desiniojiReiksmes = EvalRecursive(reiskiny.Substring(i + 1));

            foreach (int kairioji in kairiojiReiksmes)
            {
                foreach (int desinioji in desiniojiReiksmes)
                {
                    int reiksme = 0;
                    if (reiskiny[i] == '+')
                        reiksme = kairioji + desinioji;
                    else if (reiskiny[i] == '*')
                        reiksme = kairioji * desinioji;

                    reiksmes.Add(reiksme);
                }
            }
        }
    }

    if (reiksmes.Count == 0)
        reiksmes.Add(int.Parse(reiskiny));

    return reiksmes;
}
```

3.1.3 Kodo analizė

static List<int> EvalRecursive(string reiskinys)	Laikas	Kiekis
{		
List<int> reiksmes = new List<int>();	c1	1
int depth = 0;	c2	1
for (int i = 0; i < reiskinys.Length; i++)	c3	n+1
{		
if (reiskinys[i] == '(')	c4	n
depth++;	c5	n
else if (reiskinys[i] == ')')	c6	n
depth--;	c7	n
else if (depth == 0 && (reiskinys[i] == '+' reiskinys[i] == '*'))	c8	n
{		
List<int> kairiojiReiksmes = EvalRecursive(reiskinys.Substring(0, i));	T(n)	
List<int> desiniojiReiksmes = EvalRecursive(reiskinys.Substring(i + 1));	T(n+1)	
foreach (int kairioji in kairiojiReiksmes)	c9	n(n+1)
{		
foreach (int desinioji in desiniojiReiksmes)	c10	n^2(n+1)
{		
int reiksme = 0;	c11	n^3
if (reiskinys[i] == '+')	c12	n^3
reiksme = kairioji + desinioji;	c13	n^3
else if (reiskinys[i] == '*')	c14	n^3
reiksme = kairioji * desinioji;	c15	n^3
reiksmes.Add(reiksme);	c16	n^3
}		
}		
}		
}		
if (reiksmes.Count == 0)	c17	1
reiksmes.Add(int.Parse(reiskinys));	c18	1
return reiksmes;	c19	1
}		

3.1.4 Įverčiai

Įverčiai iš viršaus ir apačios yra vienodi algoritme:

$$T(n) = O(n^3)$$

3.1.5 Programos kodas dinaminio programavimo būdu

```
static int Eval(string reiskinys)
{
    Stack<int> operandai = new Stack<int>();
    Stack<char> operatoriai = new Stack<char>();

    for (int i = 0; i < reiskinys.Length; i++)
    {
        if (reiskinys[i] == ' ')
            continue;

        if (char.IsDigit(reiskinys[i]))
        {
            int skaičius = 0;
            while (i < reiskinys.Length && char.IsDigit(reiskinys[i]))
            {
                skaičius = skaičius * 10 + (reiskinys[i] - '0');
            }
        }
    }
}
```

```

        i++;
    }
    operandai.Push(skaičius);
    i--;
}
else if (reiskinys[i] == '+')
{
    while (operatoriai.Count > 0 && operatoriai.Peek() != '(')
    {
        int desinysis = operandai.Pop();
        int kairysis = operandai.Pop();
        char operatorius = operatoriai.Pop();
        operandai.Push(ApvalintiRezultata(kairysis, operatorius, desinysis));
    }
    operatoriai.Push(reiskinys[i]);
}
else if (reiskinys[i] == '*')
{
    operatoriai.Push(reiskinys[i]);
}
else if (reiskinys[i] == '(')
{
    operatoriai.Push(reiskinys[i]); //0(1)
}
else if (reiskinys[i] == ')')
{
    while (operatoriai.Count > 0 && operatoriai.Peek() != '(')
    {
        int desinysis = operandai.Pop();
        int kairysis = operandai.Pop();
        char operatorius = operatoriai.Pop();
        operandai.Push(ApvalintiRezultata(kairysis, operatorius, desinysis));
    }
    operatoriai.Pop(); // Pašaliname '(' iš operatorių steko 0(1)
}
}

while (operatoriai.Count > 0)
{
    int desinysis = operandai.Pop();
    int kairysis = operandai.Pop();
    char operatorius = operatoriai.Pop();
    operandai.Push(ApvalintiRezultata(kairysis, operatorius, desinysis));
}

return operandai.Pop();
}

static int ApvalintiRezultata(int kairysis, char operatorius, int desinysis)
{
    if (operatorius == '+')
    {
        return kairysis + desinysis;
    }
    else if (operatorius == '*')
    {
        return kairysis * desinysis;
    }
    return 0;
}

```

3.1.6 Kodo analize

static int Eval(string reiskinys)	Laikas	Kiekis
{		
Stack<int> operandai = new Stack<int>();	c1	1
Stack<char> operatoriai = new Stack<char>();	c2	1
for (int i = 0; i < reiskinys.Length; i++)	c3	n+1
{		
if (reiskinys[i] == ' ')	c4	n+1
continue;	c5	n+1
if (char.IsDigit(reiskinys[i]))	c6	n
{		
int skaičius = 0;	c7	n
while (i < reiskinys.Length && char.IsDigit(reiskinys[i]))	c8	n^2
{		
skaičius = skaičius * 10 + (reiskinys[i] - '0');	c9	n^2
i++;	c10	n^2
}		
operandai.Push(skaičius);	c11	n
i--;	c12	n
}		
else if (reiskinys[i] == '+')	c13	n
{		
while (operatoriai.Count > 0 && operatoriai.Peek() != '(')	c14	n^2
{		
int desinysis = operandai.Pop();	c15	n^2
int kairysis = operandai.Pop();	c16	n^2
char operatorius = operatoriai.Pop();	c17	n^2
operandai.Push(ApvalintiRezultatą(kairysis, operatorius, desinysis));	c18	n^2
}		
operatoriai.Push(reiskinys[i]);	c19	n
}		
else if (reiskinys[i] == '*')	c20	n
{		
operatoriai.Push(reiskinys[i]);	c21	n
}		
else if (reiskinys[i] == '(')	c22	n
{		
operatoriai.Push(reiskinys[i]); //O(1)	c23	n
}		
else if (reiskinys[i] == ')')	c24	n
{		
while (operatoriai.Count > 0 && operatoriai.Peek() != '(')	c25	n^2
{		
int desinysis = operandai.Pop();	c26	n^2
int kairysis = operandai.Pop();	c27	n^2
char operatorius = operatoriai.Pop();	c28	n^2
operandai.Push(ApvalintiRezultatą(kairysis, operatorius, desinysis));	c29	n^2
}		
operatoriai.Pop(); // Pašaliname '(' iš operatorių steko O(1)	c30	n^2
}		
}		

while (operatoriai.Count > 0)	c31	n+1
{		
int desinysis = operandai.Pop();	c32	n
int kairysis = operandai.Pop();	c33	n
char operatorius = operatoriai.Pop();	c34	n
operandai.Push(ApvalintiRezultata(kairysis, operatorius, desinysis));	c35	n
}		
return operandai.Pop();	c36	1
}		
static int ApvalintiRezultata(int kairysis, char operatorius, int desinysis)		
{		
if (operatorius == '+')	c37	1
{		
return kairysis + desinysis;	c38	1
}		
else if (operatorius == '*')	c39	1
{		
return kairysis * desinysis;	c40	1
}		
return 0;	c41	1
}		

3.1.7 Įverčiai

Iš viršaus	Kai visi operatoriai ,*‘	$T(n) = c_1 + \dots + c_{12} + c_{20} + c_{21} + c_{31} + \dots + c_{41} = O(n)$
Iš apačios	Kai visi operatoriai ,+‘	$T(n) = c_1 + \dots + c_{19} + c_{31} + \dots + c_{41} = O(n^2)$

3.2. Antra darbo dalis

2-3 užduotys (6 balai):

- Atlikite pateiktų procedūrų lygiagretinimą.
- Įvertinkite teorinį nelygiagretintų ir lygiagretintų procedūrų sudėtingumą.
- Atlikite realizuotų programinių kodų analizę ir apskaičiuokite įverčius „iš viršaus“ ir „iš apačios“. Atlikite našumo analizę (skaičiuojant programos vykdymo laiką arba veiksmų skaičių) ir patikrinkite, ar apskaičiuotas metodo asimptotinis sudėtingumas atitinka eksperimentinius rezultatus.
- 2 uždavinys - 3 balai / 3 uždavinys - 3 balai

3.2.1 2 užduotis

3.2.2 Algoritmo Kodas

```
public static long methodToAnalysis (int[] arr)

{

    long n = arr.Length;

    long k = n;

    for (int i = 0; i < n; i++)

    {

        if (arr[i] > 0)
```

```

    {
        for (int j = 0; j < n * n / 2; j++)
        {
            k -= 2;
        }

        for (int j = 0; j < n * n / 2; j++)
        {
            k += 3;
        }
    }

    return k;
}

```

3.2.3 Nelygiagretinta

Kodo analize

public static long methodToAnalysis (int[] arr)	Laikas	Kiekis
{		
long n = arr.Length;	c1	1
long k = n;	c2	1
for (int i = 0; i < n; i++)	c3	n+1
{		
if (arr[i] > 0)	c4	n
{		
for (int j = 0; j < n * n / 2; j++)	c5	$((n^3)/2) + 1$
{		
k -= 2;	c6	$(n^3)/2$
}		
for (int j = 0; j < n * n / 2; j++)	c7	$((n^3)/2) + 1$
{		
k += 3;	c8	$(n^3)/2$
}		
}		
}		
return k;	c9	1
}		

Iš viršaus	Neteisinga Arr[i] > 0	$T(n) = c1+c2+c3+c9 = O(n)$
Iš apačios	Teisinga Arr[i] > 0	$T(n) = c1+...+c9 = O(n^3)$

3.2.4 Lygiagretinta

Kodo analize

```
public static long methodToAnalysis(int[] arr)
{
    long n = arr.Length;

    long k = n;

    Parallel.For<long>(0, n, () => 0, (1, loop, partial) =>
    {
        if (arr[i] > 0)
        {
            for (int j = 0; j < n * n / 2; j++)
            {
                k -= 2;
            }

            for (int j = 0; j < n * n / 2; j++)
            {
                k += 3;
            }
        }
    });
}
```



```

    }

    }

    return partial;
},
(p) => Intelocked.Add(ref k, p)

};

return k;

}

```

3.2.5 3 užduotis

```
public static long methodToAnalysis (int n, int[] arr)
```

```

{
    long k = 0;
    for (int i = 0; i < n; i++)
    {
        k += k;
        k += FF8(i, arr);
    }
    k += FF8(n, arr);
    return k;
}

```

```
public static long FF8(int n, int[] arr)
```

```

{
    if (n > 1 && arr.Length > n && arr[0] < 0)
    {
        return FF8(n - 2, arr) + FF8(n / n, arr);
    }
    return n;
}

```

```
}

```

3.2.6 Nelygiagretinta

Kodo analize

public static long methodToAnalysis (int n, int[] arr)	Laikas	Kiekis
{		
long k = 0;	c1	1
for (int i = 0; i < n; i++)	c2	n+1
{		
k += k;	c3	n
k += FF8(i, arr);	FF8(i)	n
}		
k += FF8(n, arr);	FF8(n)	1
return k;	c4	1
}		
public static long FF8(int n, int[] arr)	FF8(n)	
{		
if (n > 1 && arr.Length > n && arr[0] < 0)	c5	1
{		
return FF8(n - 2, arr) + FF8(n / n, arr);	FF8(n-2)	
}		
return n;	c6	1
}		

Iš viršaus	Teisinga if (n > 1 && arr.Length > n && arr[0] < 0)	$T(n) = c1 + \dots + c4 + nFF8(1) + FF8(1) = \Omega(n)$
Iš apačios	Neteisinga if (n > 1 && arr.Length > n && arr[0] < 0)	$T(n) = c1 + \dots + c4 + nFF8(n) + FF8(n) = O(n^2)$

3.2.7 Lygiagretinta

Kodo analize

```
public static long ParallelMethodToAnalysis(int n, int[] arr)
{
    Long k = 0;
    Parallel.For<long>(0, n, () => 0, (l, loop, partial) =>
    {
        partial += k;
        partial += FF8(l, arr);
        return partial;
    },
    (p) => Interlocked.Add(ref k, p)
    );
    k += FF8(n, arr);
    return k;
}

public static long FF8(int n, int[] arr)
{
    if (n > 1 && arr.Length > n && arr[0] < 0)

```

```
{  
    return FF8(n - 2, arr) + FF8(n / n, arr);  
}  
return n;  
}
```

Įverčiai vienodi kaip ir nelygiagretintoje.