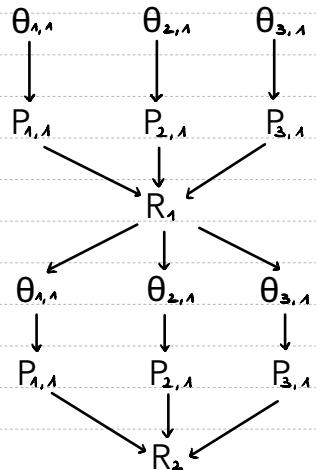


## Série 6

## Exercice 1:



On a une croyance équitable pour chaque station

Ce sont les prédictions des stations

C'est l'événement pluie/pas pluie

Nos croyances changent par rapport à ce qu'il s'est passé

Ce sont les prédictions des stations

C'est l'événement pluie/pas pluie

## Exercice 2:

1. Notons C=cab et W=witness

- $P(C = \text{bleu}) = 0.15, P(C = \text{vert}) = 0.85$

- Probabilités conditionnelles:

$$P(W = \text{bleu} | C = \text{bleu}) = P(W = \text{vert} | C = \text{vert}) = 0.8$$

$$P(W = \text{bleu} | C = \text{vert}) = P(W = \text{vert} | C = \text{bleu}) = 0.2$$

- Probabilité que la voiture était bleue:

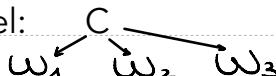
$$P(C = \text{bleu} | W = \text{bleu}) = P(W = \text{bleu} | C = \text{bleu}) P(C = \text{bleu}) / P(W = \text{bleu})$$

$$\text{Avec } P(W = \text{bleu}) = P(W = \text{bleu} | C = \text{bleu}) P(C = \text{bleu}) + P(W = \text{bleu} | C = \text{vert}) P(C = \text{vert}) = 0.8 \cdot 0.15 + 0.2 \cdot 0.85 = 0.29$$

$$P(C = \text{bleu} | W = \text{bleu}) = 0.8 \cdot 0.15 / 0.29 = 0.41 = 41\%$$

- Graphical model:  $C \rightarrow W$

2. • Graphical model:

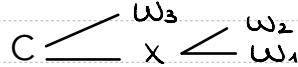


- $P(W_1 = \text{bleu}, W_2 = \text{bleu}, W_3 = \text{vert} | C = \text{bleu}) P(C = \text{bleu}) = 0.8^2 \cdot 0.2 \cdot 0.15 \approx 0.02$

- $P(W) = P(W | C = \text{bleu}) \cdot P(\text{bleu}) + P(W | C = \text{vert}) \cdot P(\text{vert}) = 0.8^2 \cdot 0.2 \cdot 0.15 + 0.2^2 \cdot 0.8 \cdot 0.85 \approx 0.02 + 0.03 \approx 0.05$

- $P(C = \text{bleu} | W_1 = \text{bleu}, W_2 = \text{bleu}, W_3 = \text{vert}) = 0.02 / 0.05 = 0.4 = 40\%$

3. • Graphical model:



- $P(X = \text{True}) = 0,6$ ,  $P(X = \text{false}) = 0,4$

- Taxi était bleu:

$$P(W_1 = \text{bleu}, W_2 = \text{bleu} | C = \text{bleu}, x = \text{vrai}) \cdot P(W_3 = G | C = \text{bleu}) \cdot P(x = \text{true}) + P(W_1 = \text{bleu} | C = \text{bleu}) P(W_2 = \text{bleu} | C = \text{bleu}) \cdot P(W_3 = G | C = B) \cdot P(x = \text{false}) = 0,8 \cdot 0,2 \cdot 0,6 + 0,8 \cdot 0,8 \cdot 0,2 \cdot 0,4 \approx 0,1 + 0,05 = 0,15$$

- Taxi était vert:  $0,2 \cdot 0,8 \cdot 0,6 + 0,2^2 \cdot 0,8 \cdot 0,4 \approx 0,1 + 0,01 \approx 0,11$

- $P(C = \text{bleu} | W_1 = \text{bleu}, W_2 = \text{bleu}, W_3 = \text{vert}) = 0,15 \cdot 0,15 / (0,15^2 + 0,11 \cdot 0,85) \approx 0,02 / 0,11 \approx 0,18 = 18\%$