CONCEPTOS

DEFINICIÓN
ES UNA DESCRIPCIÓN COMPLETA Y PRECISA DE UN OBJETO O CONC. MATEMÁTICO NUEVO

LEMA
GENERALMENTE, PRECEDE A UNA PROPOSICIÓN O TEOREMA. ES UN RESULTADO GENERALMENTE TÉCNICO. NECESARIO CÓMO PARTE DE UN ARGUMENTO DE UN RESULTADO + IMP.

COROLARIO
ES UN RESULT. QUE SE DERIVA DIRECTA Y, EN GRAL. FACILMENT. DE UNA PROPOSIC.

PROPOSICIÓN
ES UN RESULTADO IMPORTANTE EN SÍ MISMO, AUNQUE PUEDE REFERIRSE A ALGO PARTICULAR Y CUYO ENUNCIADO PUEDE REQUERIR ELEMENTOS DEFIN. RECIENTEMENTE EN EL CONTX. EN Q' SE

TEOREMA
ES UN RESULTADO IMPORTANTE EN SÍ MISMO DE CARÁCTER GENERAL Q' MUCHAS VECES ENGLOBA RESULTADOS PREVIOS NECESARIOS P/ SU DEMOS. O RESULTADOS MENORES O PARTICULARES YA ESTABLEC. SU ENUNCIADO ES EN GRAL. COMPRENSIBL EN TERMINOS AMPLIAMENTE CONOCIDOS EN LA TEORÍA EN LA QUE SE ENMARCA

DEMOSTRACIÓN
ES LA PRUEBA DE UN RESULTADO Y SIEMPRE APARECEN A CONTINUACIÓN DE UN ENUNCIADO MAT. ES DECIR, DESPU. LEMAS, PROPOSICIONES, TEOREMAS Y COROLARIOS

OBSERVACIÓN
LAS OBSERVACIONES SON DE CARACTER PRECISO Y RIGUROSO, SIRVEN PARA COMPLEMENTAR UN CONCEPTO MATEMATICO

PERTENECEN A LOS ENTEROS LOS CON-AS-NEUTRO DISADICAN.

PRINCIPIO DE INDUCCIÓN

DEMUESTRA CUANDO SE TRATA DE ESTABLECER LA VERACIDAD DE UNA LISTA INFINITA DE PROPIOS

PASOS

- BASE DE INDUCCIÓN
  DEMOSTRAR QUE LA PROPIEDAD SE CUMPLE PARA EL PRIMER NATURAL.
- HIPOTESIS DE INDUCCIÓN
  SUPONER QUE LA PROPIEDAD QUE QUEREMOS DEMOSTRAR ES VALIDA PARA ALGÚN NÚMERO NATURAL, REPRESENTADO POR K
- DEMOSTRAR QUE ES CIERTO PARA EL SIGUIENTE
  ASÍ LOGRAMOS ABARCAR TODOS LOS NÚMEROS NATURALES $m = k+1$

TEOREMA

SUPONGAMOS QUE S ES UN SUBCONJUNTO DE N QUE SASTISFACE

a) $1 \in S$

b) SÍ, $K \in S \Rightarrow K+1 \in S$

ENTONCES $\boxed{S = N}$

DEMOS. POR EL ABSURDO

$S \neq N \quad S^c \{ m \in N / m \notin S \} \neq 0$

$I_{12} \quad \exists\, m_0 \in S^c$ (el minimo)

COMO EL $1 \in S$ POR HIPOTESIS $\to N_0 \geq 2$

$\Rightarrow N_0 - 1 \in N \wedge N_0 - 1 \notin S^c \; (N_0 - 1 < N_0)$

$\Rightarrow N - 1 \in S \Rightarrow (m-1) + 1 = N_0 \in S$ ABS

EJEMPLO

$$\sum_{J=1}^{m} J = \frac{m(m+1)}{2}, \quad m \in N$$

CASO BASE. $m = 1$. POR DEF. RECURSIVA DE SUMATORIA

$$\sum_{J=1} J = 1 = (1 \cdot 2)/2 \quad \text{Verdadero}$$

PASO INDUCTIVO. PARA ALGÚN $k \geq 1$ SUPONEMOS CIERTO

$$\boxed{\sum_{J=1}^{K} J = \frac{K(K+1)}{2}}$$

Y DEBEMOS DEMOSTRAR QUE

$$\boxed{\sum_{J=1}^{K+1} J = \frac{(K+1)(K+2)}{2}}$$

$$\sum_{J=1}^{K+1} J \overset{\boxed{\text{DEF DE } \Sigma}}{=} \sum_{J=1}^{K} J + (K+1) \overset{(H.I)}{=} \frac{K(K+1)}{2} + (K+1) \Bigg\} \text{ RESOLVER POR ARITMETICA}$$

CONTEO

LA MATEMÁTICA DISCRETA ESTUDIA LAS ESTRUCTURAS CUYOS ELEMENTOS PUEDEN CONTARSE UNO POR UNO.

CONJUNTO FINITO
PODEMOS CONTAR LA CANTIDAD DE ELEMENTOS QUE TIENE

CARDINAL
|A| CANTIDAD DE ELEMENTOS DEL CONJUNTO

CONTEO → DETERMINAR CUANTO HAY. ENCONTRAR UNA CANTIDAD.

PRINCIPIOS BÁSICOS:

PRINCIPIO DE ADICIÓN

O → +

SE REALIZA UNO O EL OTRO.

A → m FORMAS

B → n FORMAS

A O B → m + n

Para salir a la calle tengo 2 P. zapatilla y 3 zapatos. Tengo $2+3=5$ formas calzarme

PRINCIPIO DE MULTIP.

Y → * A Y B → A*B

UNA ACTIVIDAD CONSISTE EN 2 ETAPAS.

- LA ① SE PUEDE REALIZAR DE N_1 MANERAS.
- LA ② SE PUEDE REALIZAR DE N_2 MANERAS.

LA ACTIVIDAD PUEDE REALIZARSE DE N1 * N2

De cuantas formas me puedo vestir si tengo 2 pantalones y 3 remeras. $2*3=6$ formas

SELECCIONES ORDEN. CON REPETICIÓN

- IMPORTA EL ORDEN n^m $n > m$
- PODEMOS REPETIR LOS ELEMENTOS

Con las cifras 1, 2, 3, 4, 5 ¿Cuantos num de 3 cifras se pueden formar?

OPC ⁵ ⁵ ⁵ Puedo elegir en cada casa entre 5 opciones. $n=5$ $m=3$ $5^3=125$

SELECCIONES ORDENADAS SIN REPETICIÓN

- IMPORTA EL ORDEN $n \geq m$
- NO SE PUEDEN REPETIR LOS ELEMENTOS

$\frac{n!}{(n-m)!}$ m → CASILLAS, n → CANT. ELEM DE LAS CASILLAS.

$X=\{1,2,3,4,5,6\}$ // ELEGIR 3 ELEMENTOS

$\underline{6}\ \underline{5}\ \underline{4} = 6 \cdot 5 \cdot 4$

Permutaciones de MATEMÁTICA

$\frac{10!}{2!\,3!\,2!}$

IMPORTA EL ORDEN

- SÍ → TODOS LOS ELEMENTOS
  - SI → PERMUTACIÓN
    - LINEAL $n!$
    - CIRCULAR $(n-1)!$
    - CON ELEM. REPETIDOS $\frac{n!}{n_1!\,n_2!}$
  - NO → VARIACIÓN
    - SIN REPE $\frac{n!}{(n-m)!}$
    - CON REPE n^m
- NO → COMBINACIÓN
  - SIN REPE $(n-m)!\,m!$
  - CON REPE $\frac{(n+m-1)!}{(n-1)!\,m!}$

NUMEROS ENTEROS ($\mathbb{Z}$)

CONJUNTOS DE OBJETOS QUE CONTIENEN LOS ENTEROS POSITIVOS, NEGATIVO Y EL CERO

AXIOMA

VERDAD UNIVERSAL QUE DEBIDO A SU EVIDENCIA NO NECESITA DEMOSTRACIÓN

SUSTRACCIÓN

$a, b \in \mathbb{Z}$

$a - b = a + (-b)$

REFLEXIVIDAD → $a \leq a$

ANTISEMETRÍA → $a \leq b$ y $b \leq a \Rightarrow a = b$

TRANSITIVIDAD → $a \leq b$ y $b \leq c \Rightarrow a \leq c$

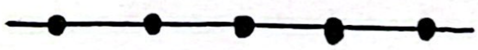
$\mathcal{X}$ ES UN SUBCONJUNTO DE $\mathbb{Z}$

EL ENTERO b ES UNA COTA INFERIOR DE $\mathcal{X}$ SI $b \leq x \ \forall x \in X$

- $a > b$ y $c > 0 \Rightarrow ac > bc$
- $a \leq b$ y $0 \leq c \Rightarrow ac \leq bc$
- $a \geq b$ y $c \geq 0 \Rightarrow ac \geq bc$

UNA RELACIÓN QUE SASTISFAGA LAS TRES PROPIEDADES (RAT) ES UNA RELACIÓN DE ORDEN

UNA COTA INFERIOR DE UN CONJUNTO $\mathcal{X}$ QUE A SU VEZ ES UN ELEMENTO DE $\mathcal{X}$ ES CONOCIDO COMO EL MINIMO DE X



CORRECTO DE $\mathbb{Z}$

INCORRECTO DE $\mathbb{Z}$

UN CONJUNTO DE PUNTOS REGULARME ESPACIADOS SOBRE UNA LINEA RECTA QUE SE EXTIENDE INDEFINIDAMENTE EN AMBAS DIRECCIONES

NO PODEMOS ACERCARNOS MÁS Y MÁS A UN ENTERO SIN ALCANZARLO.

EL HECHO DE QUE HAYA ESPACIOS ENTRE LOS ENTEROS NOS LLEVA A DECIR QUE EL CONJUNTO DE $\mathbb{Z}$ ES DISCRETO.

AXIOMAS

I1) $a+b$ y $ab \in \mathbb{Z}$

I2) CONMUTATIVIDAD
$a+b = b+a$
$ab = ba$

I3) ASOCIATIVIDAD
$(a+b)+c = a+(b+c)$
$(ab)c = a(bc)$
EL ORDEN NO ME INTERESA

I4) EXISTENCIA DE NÚMERO NEUTRO
$a + 0 = a$ → ÚNICO
$a \cdot 1 = a$

I5) DISTRIBUTIVIDAD
$a(b+c) = ab + ac$

I6) INV. ADITIVO
$a + (-a) = 0$
ES ÚNICO

I7) CANCELACIÓN
$a \neq 0$ y $ab = ac$
$b = c$

I8) LEY TRICOTOMÍA
$a < b \quad a = b \quad b < a$

I9) LEY TRANSITIVA
$a < b$ y $b < c \Rightarrow a < c$

I10) $a < b \Rightarrow a + c < b + c$

I11) $a < b$ y $0 < c \Rightarrow ac < bc$

I12) $\mathcal{X}$ ES UN SUBCONJUNTO DE $\mathbb{Z}$ QUE NO ES VACÍO TIENE COTA INFERIOR

DEFICIONES RECURSIVAS

RECURSIVO → QUE PUEDE REPETIRSE INDEFINIDAMENTE

$\mathbb{N} = \{m \in \mathbb{Z} \mid m \geq 1\}$

$\mathbb{N}_0 = \{m \in \mathbb{Z} \mid m \geq 0\}$

Si $x \subseteq \mathbb{N}$ o $\mathbb{N}_0$ (NO VACÍO) $\Rightarrow$ X TIENE UN MINIMO

DEFINIR <COSAS> PROP:

- EXPLICITA (cerrada) $U_m = 2m + 1$ $\quad U_1 = 2\cdot 1 + 1 = 3$
- RECURRENCIA $U_1 = 1$ $\quad U_2 = 2$ $\quad U_m = U_{m-1} + U_{m-2}$

DEMOSTRACIÓN

- SUPONER QUE U_m NO ESTA UNIVOCAMENTE DETERMINADO
- POR EL AXIOMA DEL BUEN ORDEN EXISTE UN MINIMO
- COMO U_1 Y U_2 ESTAN EXPLICITAMENTE DEFINIDOS → m NO ES 1 O 2
- PODEMOS APLICAR $U_m = U_{m-1} + U_{m-2}$ → POR DEFINICIÓN, ESTÁN DEFINIDOS DE MANERA ÚNICA ABS
- COMO m, ES EL MINIMO, U_{m-1} Y U_{m-2} NO PERTENECEN AL SUBCONJUNTO

SUMATORIA $\sum_{i=1}^{m} a_i$

$$\sum_{i=1}^{m} j^2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + m^2$$

PRODUCTORIA $\prod_{i=1}^{m} a_i$

$$\prod_{i=1}^{5} i = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5$$

FACTORIAL

$$m! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot m$$

$$x^m = x \cdot x \cdot x \cdot \dots \cdot x^m$$